



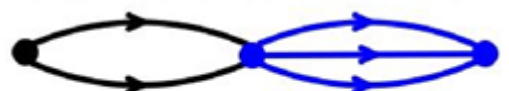
ردیف	لطفاً پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>مجموعه $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}\}$ چند زیرمجموعه پنج عضوی دارد که در همه آن‌ها a_1 و a_2 باشد و a_7 نباشد؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ $\{a_1, a_2, -, -, -\} \Rightarrow \binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 35$</p>	
۲	<p>از میان ۴ دانش‌آموز رشته ریاضی و ۳ دانش‌آموز رشته تجربی می‌خواهیم یک کمیته علمی ۳ نفره را انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توان این کمیته را انتخاب کرد، هرگاه:</p> <p>الف) همگی از رشته ریاضی باشند:</p> <p>ب) تعداد دانش‌آموزان رشته ریاضی بیشتر از دانش‌آموزان رشته تجربی باشند:</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $\binom{4}{3} = \frac{4!}{(4-3)! \times 3!} = \frac{4 \times 3!}{1 \times 3!} = 4$</p> <p>ب) $\binom{4}{2} \binom{3}{1} + \binom{4}{3} = 6 \times 3 + 4 = 22$</p>	
۳	<p>با حروف کلمه «جهرمی» چند کلمه پنج رقمی بدون تکرار می‌توان ساخت، به طوری که:</p> <p>الف) با حرف نقطه‌دار شروع شود.</p> <p>ب) «ج» و «ر» کنار هم باشند.</p> <p>ج) با «ج» شروع شود و با «ر» پایان یابد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) برای آنکه با حرف نقطه‌دار شروع شود باید با «ج» یا «پ» آغاز شود.</p> <p>$\underline{1} \times \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{4} \times \underline{2} = 48$</p> <p>ج</p> <p>پ</p> <p>ب) $\boxed{2!} \Rightarrow 2! \times 4! = 48$</p> <p>ج) $\underline{1} \times \underline{1} \times \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{1} = 6$</p> <p>ر ج</p>	

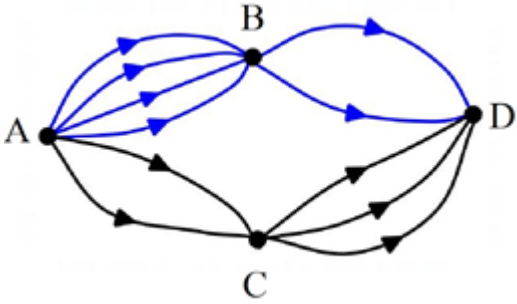
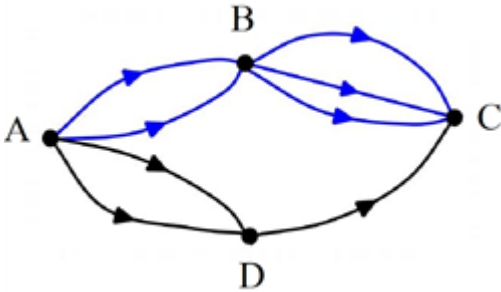
	<p>اگر $۵۶ = ۲n + P(n, ۲)$ باشد، مقدار n را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $P(n, ۲) = \frac{n!}{(n-۲)!} = \frac{n(n-۱)(n-۲)!}{(n-۲)!} = n(n-۱)$ $\Rightarrow n(n-۱) + ۲n - ۵۶ = ۰ \Rightarrow n^۲ - n + ۲n - ۵۶ = ۰$ $\Rightarrow n^۲ + n - ۵۶ = ۰ \Rightarrow (n+۸)(n-۷) = ۰$ $\begin{cases} n = -۸ & \text{غ ق ق} \\ n = ۷ & \text{ق ق ق} \end{cases}$	۴
	<p>اگر $۲۵ = ۳n + \binom{n}{۲}$ باشد، مقدار n را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\binom{n}{۲} = \frac{n!}{(n-۲)!۲!} = \frac{n(n-۱)(n-۲)!}{(n-۲)! \times ۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}$ $\Rightarrow \frac{n(n-۱)}{۲} + ۳n = ۲۵ \xrightarrow{\times ۲} n(n-۱) + ۶n - ۵۰ = ۰$ $\Rightarrow n^۲ - n + ۶n - ۵۰ = ۰ \Rightarrow n^۲ + ۵n - ۵۰ = ۰ \Rightarrow (n+۱۰)(n-۵) = ۰$ $\begin{cases} n = -۱۰ & \text{غ ق ق ق} \\ n = ۵ & \text{ق ق ق ق} \end{cases}$	۵
	<p>مجموعه $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$: الف) چند زیرمجموعه چهار عضوی دارد؟ ب) چند زیرمجموعه چهار عضوی دارد که در همه آنها ۲ باشد و ۶ نباشد؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) ۱۵</p> $\text{تعداد زیرمجموعه عضوی ۴} = \binom{۶}{۴} = \frac{۶!}{(۶-۴)! \times ۴!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴!}{۲ \times ۴!} = ۱۵$ <p>ب) ۴</p> $\{۲, -, -, -\} \Rightarrow \binom{۴}{۳} = \frac{۴!}{(۴-۳)! \times ۳!} = \frac{۴ \times ۳!}{۱ \times ۳!} = ۴$	۶
	<p>در یک جعبه ۷ مهره قرمز و ۵ مهره آبی موجود است. سه مهره به تصادف و همزمان از درون جعبه خارج می‌کنیم. تعداد حالت‌های زیر را حساب کنید. (مهره‌ها همگی متمایز هستند). الف) همگی قرمز باشند: ب) حداقل یک مهره آبی باشد:</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) ۳۵</p> $\binom{۷}{۳} = \frac{۷!}{(۷-۳)! \times ۳!} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴!}{۴! \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۳۵$ <p>سه آبی یا یک قرمز و دو آبی یا دو قرمز و یک آبی = حداقل یکی آبی باشد</p> <p>ب) ۱۸۵</p> $\text{حداقل یکی آبی باشد} = \binom{۵}{۱} \times \binom{۷}{۲} + \binom{۵}{۲} \times \binom{۷}{۱} + \binom{۵}{۳}$ $= ۵ \times ۲۱ + ۱۰ \times ۷ + ۱۰ = ۱۰۵ + ۷۰ + ۱۰ = ۱۸۵$	۷

۸	<p>مجموعه $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}\}$ چند زیرمجموعه دارد که در همه آن‌ها a_1 و a_2 باشد و a_7 نباشد؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p> a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} </p> <p>پاسخ: ۱ $\frac{1}{\text{باشد}} \times \frac{1}{\text{باشد}} \times \frac{2}{\text{باشد}} \times \frac{2}{\text{نباشد}} \times \frac{2}{\text{باشد}} \times \frac{2}{\text{نباشد}} \times \frac{1}{\text{نباشد}} \times \frac{2}{\text{باشد}} \times \frac{2}{\text{نباشد}} \times \frac{2}{\text{نباشد}} = 2^7 = 128$</p>
۹	<p>مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر $\binom{5}{3} + \binom{6}{2}$ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $\binom{5}{3} + \binom{6}{2} = \binom{5}{2} + \binom{6}{2}$</p> <p>درون کیسه‌ای ۵ مهره قرمز و ۶ مهره آبی وجود دارد، دو مهره به تصادف و همزمان از این کیسه بیرون می‌آوریم. تعداد حالت‌هایی را تعیین کنید که این دو مهره هم‌رنگ باشند.</p> <p>نمونه‌ای دیگر: یک آزمون شامل ۶ سؤال تستی و ۵ سؤال تشریحی است. به چند حالت می‌توان به سه سؤال تشریحی یا دو سؤال تستی پاسخ داد.</p>
۱۰	<p>برای برگزاری یک دوره مسابقات ریاضی از بین ۵ دبیر، ۲ دانشجو و ۴ دانش‌آموز قرار است یک گروه علمی تشکیل شود. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد، اگر:</p> <p>(الف) گروه، سه نفره باشد.</p> <p>(ب) گروه، چهار نفره باشد و حداقل دو دبیر در آن باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ (الف)</p> <p> $\binom{11}{3} = \frac{11!}{(11-3)! \times 3!} = \frac{11!}{8! \times 3!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 3 \times 2 \times 1} = 165$ </p> <p>(ب)</p> <p> $\binom{5}{2} \binom{6}{2} + \binom{5}{3} \binom{6}{1} + \binom{5}{4} = 10 \times 15 + 10 \times 6 + 5 = 215$ </p>
۱۱	<p>در یک کیسه ۵ مهره سفید متمایز، ۴ مهره آبی متمایز و ۳ مهره سیاه متمایز موجود است. می‌خواهیم تعدادی مهره را با هم به صورت تصادفی از کیسه خارج کنیم. به چند طریق ممکن است، اگر:</p> <p>(الف) تعداد مهره‌های خارج شده ۴ مهره باشد.</p> <p>(ب) تعداد مهره‌های خارج شده ۵ مهره باشد و حداقل ۴ مهره سفید باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ (الف)</p> <p> $\binom{12}{4} = \frac{12!}{(12-4)! \times 4!} = \frac{12!}{8! \times 4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$ </p> <p>(ب)</p> <p> $\binom{5}{4} \binom{7}{1} + \binom{5}{5} = 5 \times 7 + 1 = 36$ </p>

۱۲	<p>با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ چند عدد ۴ رقمی زوج با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>$۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ = ۲۴$: حالت اول که رقم سمت راست صفر باشد</p> <p>$۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ = ۳۶$: حالت دوم که رقم سمت راست ۲ یا ۴ باشد</p> <p>تعداد کلی اعداد $۲۴ + ۳۶ = ۶۰$</p>
۱۳	<p>برای برگزاری یک دوره مسابقات ریاضی، از بین ۴ دبیر، ۳ دانشجو و ۲ دانش‌آموز قرار است گروهی تشکیل شود. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد اگر:</p> <p>الف) گروه ۴ نفره باشد؟</p> <p>ب) گروه ۵ نفره باشد و حداقل یک دبیر در آن باشد؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>توجه: در صورتی که دانش‌آموز پس از اشاره به $\binom{۹}{۴}$ و بدون محاسبه آن، پاسخ نهایی ۱۲۶ را بنویسید</p> <p>نمره کامل تعلق گیرد.</p> <p>ب) روش اول: استفاده از روش متمم</p> <p>روش دوم: به روش مستقیم</p> $\binom{۹}{۵} - \binom{۵}{۵} = ۱۲۵$ $\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۴} + \binom{۴}{۲}\binom{۵}{۳} + \binom{۴}{۳}\binom{۵}{۲} + \binom{۴}{۴}\binom{۵}{۱} = ۱۲۵$
۱۴	<p>در یک کیسه n مهره متمایز موجود است و دو مهره همزمان و به طور تصادفی از درون کیسه خارج می‌کنیم. تعداد حالت‌های به دست آمده برابر ۲۸ است. n را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\binom{n}{۲} = ۲۸ \Rightarrow \frac{n!}{(n-۲)! \times ۲!} = ۲۸ \Rightarrow \frac{n(n-۱)(n-۲)!}{(n-۲)! \times ۲ \times ۱} = ۲۸$ $\Rightarrow \frac{n(n-۱)}{۲} = ۲۸ \Rightarrow n^۲ - n = ۵۶ \Rightarrow n^۲ - n - ۵۶ = ۰ \Rightarrow (n-۸)(n+۷) = ۰$ $\Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } n = ۸ \\ \text{غ ق ق } n = -۷ \end{cases}$
۱۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- تعداد جایگشت‌های متمایز حروف کلمه «نرگس» برابر ۴! است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>
۱۶	<p>نه نقطه متمایز روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان کشید که رئوس آن، از این نه نقطه انتخاب شده‌اند؟ (روش حل خود را بنویسید.)</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۳! \times ۶!} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶!}{۶ \times ۶!} = ۸۴$

۱۷	معادله روبه‌رو حل کنید. $P(5, 2) = 2n + C(5, 3)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ $P(5, 2) = 2n + C(5, 3) \Rightarrow \frac{5!}{3!} = 2n + \frac{5!}{3! \times 2!} \Rightarrow 20 = 2n + 10 \Rightarrow n = 5$
۱۸	با اعداد ۲ و ۳ و ۵ و ۷ چند عدد سه رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟ روش حل خود را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ طبق اصل ضرب داریم. $4 \times 3 \times 2 = 24$
۱۹	در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۵ داور ایرانی، ۳ داور اسپانیایی و ۴ داور کره‌ای قرار است کمیته‌ای ۵ نفره از داوران تشکیل شود. به چند روش می‌توان این کار را انجام داد به طوری که حداقل سه داور کره‌ای در این کمیته حضور داشته باشند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ $\binom{4}{3} \times \binom{8}{2} + \binom{4}{4} \times \binom{8}{1} = 112 + 8 = 120$
۲۰	جای خالی را با یک کلمه یا عدد مناسب، کامل کنید. برای عدد صفر، فاکتوریل به صورت $0! = \dots$ تعریف می‌شود. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ ۱
۲۱	تعداد اعداد چهار رقمی زوج را که می‌توان با ارقام ۰، ۱، ۳، ۵، ۸، ۹ و بدون تکرار ارقام نوشت، به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ اگر رقم یکان را صفر در نظر بگیریم تعداد حالات عبارت است از: $5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$ اگر رقم یکان را ۸ در نظر بگیریم تعداد حالات عبارت است از: $4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$ تعداد کل حالات: $60 + 48 = 108$ راه حل دوم: با توجه به ارقام داده شده در سؤال داریم: تعداد کل اعداد ۴ رقمی با ارقام غیرتکراری $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ تعداد اعداد فرد ۴ رقمی با ارقام غیرتکراری $4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ تعداد اعداد زوج ۴ رقمی با ارقام غیرتکراری $120 - 96 = 24$
۲۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. از بین n نفر، به ۴۵ روش متفاوت می‌توان ۲ نفر را انتخاب کرد، در این صورت n برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی دهم-فروردین ۱۴۰۳ پاسخ: ۱ ۱۰

	<p>با ارقام ۹، ۷، ۵، ۲ و ۰ چند عدد ۴ رقمی زوج با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ باید اعدادی ۴ رقمی بدون تکرار با یکان صفر و ۲ جداگانه حساب کرد و سپس با هم جمع کنیم.</p> $\frac{1}{4} - \frac{2}{4} - \frac{3}{4} - \frac{4}{4} = 24 \text{ با صفر}$ $\Rightarrow 24 + 18 = 42$ $\frac{1}{2} - \frac{2}{2} - \frac{3}{2} - \frac{4}{2} = 18 \text{ بدون صفر}$	۲۳
	<p>مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$:</p> <p>الف) چند زیرمجموعه دارد که شامل ۵ و ۱ باشد و فاقد ۴ باشد؟</p> <p>ب) چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟</p> <p>ج) چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد که شامل ۷ باشد؟</p> <p>د) چند زیرمجموعه ۵ عضوی دارد که شامل ۶ باشد و فاقد ۲ و ۱ باشد؟</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> $\frac{1}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{4} \times \frac{5}{3} \times \frac{6}{2} \times \frac{7}{1} = 2^4 = 16$ <p>باشد باشد باشد نباشد نباشد نباشد نباشد</p> <p>ب) $\text{تعداد زیرمجموعه های ۴ عضوی} = \binom{7}{4} = \frac{7!}{(7-4)! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 1 \times 4!} = 35$</p> <p>ج) $\{7, -, -\} \Rightarrow \binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = 15$</p> <p>د) $\{6, -, -, -, -\} \Rightarrow \binom{4}{4} = \frac{4!}{(4-4)! \times 4!} = \frac{4!}{4!} = 1$</p>	۲۴
	<p>اگر $\binom{6}{2} + {}^2n = 17$ باشد، مقدار n را به دست آورید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6!}{4! \times 2} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = \frac{30}{2} = 15$ $\Rightarrow 15 + {}^2n = 17 \Rightarrow {}^2n = 2 \Rightarrow n = 1$	۲۵
	<p>فردی می‌خواهد با اتومبیل خود از تهران به شیراز برود و برای این کار قصد دارد از اصفهان عبور کند. اگر از تهران به اصفهان دو مسیر و از اصفهان به شیراز سه مسیر وجود داشته باشد، این فرد به چند طریق می‌تواند از تهران به شیراز سفر کند؟</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p>  <p>تهران اصفهان شیراز</p> $2 \times 3 = 6 = \text{از تهران به شیراز}$	۲۶

	<p>جاهای خالی را پُر کنید. در اصل اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحله دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با روش قابل انجام است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ ضرب - $m \times n$</p>	۲۷
	<p>جاهای خالی را پُر کنید. در اصل اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار موردنظر روش وجود دارد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ جمع - $m + n$</p>	۲۸
	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی یک مجموعه ۷ عضوی برابر $\binom{7}{2}$ است. ب) حاصل $\binom{5}{0} + \binom{6}{2}$ برابر ۱۶ است.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) درست ب) درست</p>	۲۹
	<p>در شکل زیر چند مسیر برای سفر از شهر A به شهر D وجود دارد؟</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ تعداد مسیر از A به شهر D = $4 \times 2 + 2 \times 3 = 8 + 6 = 14$</p>	۳۰
	<p>در شکل زیر چند مسیر برای سفر از شهر A به شهر C وجود دارد؟</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ تعداد مسیر از A به شهر C = $2 \times 3 + 2 \times 1 = 6 + 2 = 8$</p>	۳۱

	<p>با ارقام ۰ و ۵ و ۳ و ۲ چند عدد ۳ رقمی می‌توان نوشت، به شرط اینکه: الف) تکرار مجاز باشد. ب) تکرار مجاز نباشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) $3 \times 4 \times 4 = 48$ ب) $3 \times 3 \times 2 = 18$</p>	۳۲
	<p>از بین ۶ مرد و ۵ زن می‌خواهیم یک تیم ۴ نفره انتخاب کنیم. این کار به چند صورت انجام می‌گیرد، به طوری که: الف) ۳ زن و یک مرد باشد. ب) حداقل ۳ مرد باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $\binom{5}{3} \times \binom{6}{1} = 10 \times 6 = 60$ ب) $\binom{6}{3} \binom{5}{1} + \binom{6}{4} = 20 \times 5 + 15 = 115$</p>	۳۳
	<p>در یک کیسه ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ۳ مهره سبز موجود است و همه مهره‌ها متفاوت هستند. اگر سه مهره با هم تصادفی خارج کنیم، تعداد حالت‌هایی را حساب کنید که: الف) فقط دو مهره قرمز باشد. ب) حداقل یک مهره آبی باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $\binom{5}{2} \times \binom{7}{1} = 10 \times 7 = 70$ ب) $\binom{4}{1} \binom{8}{2} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{4}{3} = 4 \times 28 + 6 \times 8 + 4 = 164$</p>	۳۴
	<p>در یک جعبه ۱۱ لامپ موجود است که ۴ تای آن معیوب است. ۳ لامپ به تصادف با هم انتخاب می‌کنیم. تعداد حالت‌هایی را حساب کنید که: الف) هر سه لامپ معیوب باشد. ب) فقط دو لامپ سالم باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰ -دهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $\binom{4}{3} = 4$ ب) $\binom{7}{2} \times \binom{4}{1} = 21 \times 4 = 84$</p>	۳۵
	<p>اگر $n! = 1 + 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 50 \times 50!$ باشد n را حساب کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹_۰۰ -دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>$1 + 1! = 1 + 1 = 2 = 2!$ $2! + 2 \times 2! = 2!(1 + 2) = 3 \times 2! = 3!$ $3! + 3 \times 3! = 3!(1 + 3) = 4 \times 3! = 4!$ \vdots \vdots \vdots $50! + 50 \times 50! = 50!(1 + 50) = 51 \times 50! = 51! \Rightarrow 51! = n! \Rightarrow n = 51$</p>	۳۶

	<p>حاصل $۱ + ۱! + ۲ \times ۲! + ۳ \times ۳! + \dots + ۲۰۰ \times ۲۰۰!$ کدام است؟</p> <p>۱) $۴۰۰!$ ۲) $۲۰۱!$ ۳) $۲۰۲!$ ۴) $۲۰۲ \times ۲۰۰!$</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> $۱ + ۱! = ۲ = ۲!$ $۲! + ۲ \times ۲! = ۲!(۱ + ۲) = ۳ \times ۲! = ۳!$ $۳! + ۳ \times ۳! = ۳!(۱ + ۳) = ۴ \times ۳! = ۴!$ <p>.</p> <p>.</p> <p>.</p> $۲۰۰! + ۲۰۰ \times ۲۰۰! = ۲۰۰!(۱ + ۲۰۰) = ۲۰۱ \times ۲۰۰! = ۲۰۱!$	۳۷
	<p>حاصل $p(۱۰, ۲) + c(۴, ۳)$ کدام است؟</p> <p>۱) ۳۲ ۲) ۹۴ ۳) ۱۲۴ ۴) ۱۷۴</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> $p(۱۰, ۲) + c(۴, ۳) = \frac{۱۰!}{۸!} + \frac{۴!}{۳! \times ۱!} = ۹۰ + ۴ = ۹۴$	۳۸
	<p>حاصل $p(۵, ۱) + c(۷, ۲)$ کدام است؟</p> <p>۱) ۱۲ ۲) ۱۹ ۳) ۲۳ ۴) ۲۶</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> $p(۵, ۱) + c(۷, ۲) = \frac{۵!}{۴!} + \frac{۷!}{۵! \times ۲!} = ۵ + ۲۱ = ۲۶$	۳۹
	<p>در چند جایگشت از حروف کلمه jahrom حرف a بعد از حرف ز آمده است، به طوری که این دو حرف کنار هم نیستند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ جایگشت حروف کلمه jahrom ۶! است که a اول بیاید یا ز اول بیاید به یک اندازه است. بنابراین تعداد حالتی که a بعد از حرف ز باشد $\frac{۶!}{۲}$ است. اما این مقدار کنار هم بودن a و ز را نیز در نظر می‌گیرد که a بعد از ز باشد و دقیقاً در کنار هم برابر است با:</p> <p>۱) $\boxed{j a} hrom \Rightarrow ۵!$</p> <p>$a = \frac{۶!}{۲} - ۵! = ۳۶۰ - ۱۲۰ = ۲۴۰$ بعد از حرف ز باشد و کنار هم نباشند.</p>	۴۰

	<p>۴ دانش‌آموز و ۵ معلم در یک صف ایستاده‌اند. تعداد حالت‌هایی را به دست آورید که:</p> <p>(الف) ابتدا و انتهای صف معلم باشند.</p> <p>(ب) نفر وسط، معلم باشد.</p> <p>(ج) معلم‌ها کنار هم و دانش‌آموزان کنار هم باشند.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۹۸-دهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>(الف) $\frac{5}{\text{معلم}} \times \frac{4}{\text{معلم}} \times 7! = 5 \times 4 \times 7!$</p> <p>(ب) $\frac{5}{\text{معلم}} = 5 \times 8!$</p> <p>(ج) $\frac{5!}{\text{معلم‌ها}} \times \frac{4!}{\text{دانش‌آموزها}} \times 2! = 5! \times 4! \times 2!$</p> <p>۲ نفر ۲ حالت</p>	۴۱
	<p>با حروف کلمه چهارم چند کلمه ۴ حرفی بدون تکرار می‌توان ساخت؟</p> <p>۱۲ (۱) ۸ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ (۴)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> <p>$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$</p>	۴۲
	<p>حاصل $P(10, 2)$ برابر کدام گزینه است؟</p> <p>۲۰ (۱) ۹۰ (۲) ۴۵ (۳) ۱۰۰ (۴)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۹۹-۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> <p>$P(10, 2) = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 90$</p>	۴۳
	<p>مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر باشد با:</p> <p>(الف) $\binom{5}{3} \times \binom{6}{2}$ (ب) $\binom{5}{3} + \binom{6}{2}$</p> <p>مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>(الف) مسئله: در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه موجود است. پنج مهره از کیسه به تصادف خارج می‌کنیم. تعداد حالت‌هایی که سه مهره سفید و دو مهره سیاه باشد؟</p> <p>(ب) مسئله: احسان می‌خواهد با پول‌های قلکش ۲ مداد یا ۳ پاک‌کن (فقط یکی از این دو نوع) را خریداری کند. اگر در مغازه‌ی لوازم‌التحریرفروشی فقط ۶ نوع مداد و ۵ نوع پاک‌کن موجود باشد، احسان چند انتخاب برای خرید دارد؟</p>	۴۴

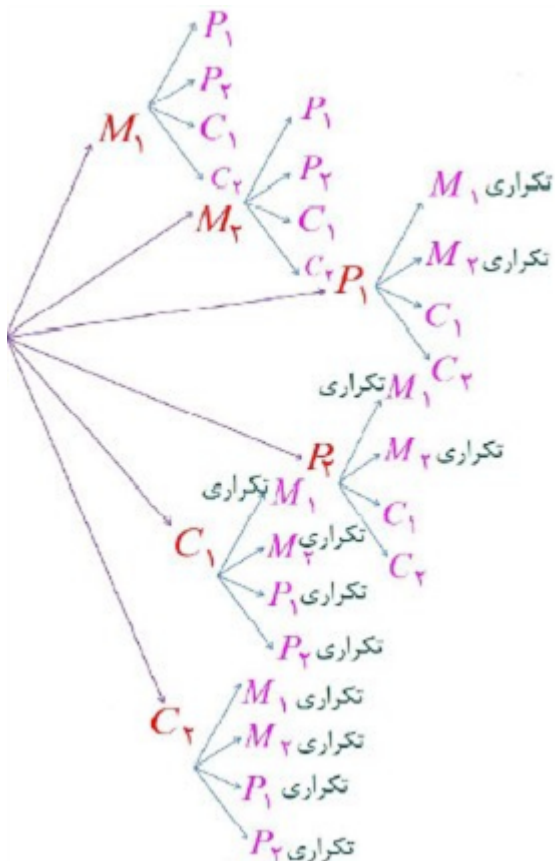
۴۵	<p>یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه‌ها یک طعم مخصوص درست می‌کند. این آشپز چند طعم می‌تواند درست کند هرگاه:</p> <p>الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه‌ها نداشته باشد؟ ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟ پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه با هم استفاده شوند؟ ت) ادویه‌ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می‌شوند که هیچ‌یک از ادویه‌های دسته اول با هیچ‌یک از ادویه‌های دسته دوم سازگاری ندارند؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) $\binom{10}{3} = 120$</p> <p>ب) اگر این دو ادویه استفاده شوند، ادویه سوم از ۸ ادویه باقیمانده انتخاب خواهد شد و در نتیجه:</p> $\binom{8}{1} = 8$ <p>تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده می‌شوند - تعداد کل حالات = تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده نشود</p> $= \binom{10}{3} - \binom{8}{1} = 120 - 8 = 112$ <p>تعداد حالاتی که هر سه استفاده شده - تعداد کل حالات = تعداد حالاتی که هر سه نباید استفاده شوند (پ)</p> $= \binom{10}{3} - \binom{3}{3} = 120 - 1 = 119$ <p>ت) هر سه ادویه باید از دسته‌ی اول انتخاب شده یا هر سه ادویه از دسته‌ی دوم انتخاب شوند.</p> <p>بنابراین:</p> $\binom{5}{3} + \binom{5}{3} = 10 + 10 = 20$
۴۶	<p>یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ قرمز، آبی، زرد و مشکی دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند قوطی از رنگ‌های متمایز بتواند دقیقاً یک رنگ جدید به دست آورد، او چند رنگ می‌تواند داشته باشد؟ چرا با این‌که در کارهای هنری فقط از همین ۴ رنگ استفاده می‌شود، اما تعداد رنگ‌های حاصل بیش‌تر از جواب شماست؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> $4 + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}$ <p>چون ممکن است میزان ترکیب رنگ‌ها یکسان نباشد به طور مثال یک‌بار ۵۰٪ از یک رنگ و ۵۰٪ از رنگ دیگر استفاده شود و بار دیگر ۶۰٪ از یکی و ۴۰٪ از دیگری استفاده شود و در این دو حالت دو رنگ متفاوت به دست آید.</p>
۴۷	<p>گل‌فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} = 120 + 210 + 252 = 582$

۴۸	<p>در یک کلاس تعدادی از دانش‌آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی‌اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می‌تواند از بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱ فرض کنیم تعداد داوطلبان n نفر باشد بنابراین:</p> $\binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow n(n-1) = 56 = 8 \times 7 \Rightarrow n = 8$
۴۹	<p>یک فروشنده‌ی تنقلات در فروشگاه خود، پسته، بادام، گردو، تخم‌هی کدو، تخم‌هی ژاپنی، نخودچی و کشمش دارد. از نظر او در یک آجیل حداقل پنج نوع از تنقلاب فوق باید وجود داشته باشد. او با تنقلاب موجود در فروشگاهش چند نوع آجیل می‌تواند درست کند؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 21 + 7 + 1 = 29$
۵۰	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی از مجموعه حروف انگلیسی برابر است با: ()</p> <p>ب) تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی از مجموعه حروف انگلیسی که حرف a در آن‌ها هست برابر است با: ()</p> <p>پ) تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی از مجموعه حروف انگلیسی که حرف a در آن‌ها نیست، برابر است با: ()</p> <p>ت) بنابراین: () = () + ()</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>الف) $\binom{26}{5}$</p> <p>ب) $\binom{25}{4}$</p> <p>پ) $\binom{25}{5}$</p> <p>ت) $\binom{26}{5} = \binom{25}{4} + \binom{25}{5}$</p>

از بین دو مدرس ریاضی، دو مدرس فیزیک و دو مدرس شیمی، قرار است یک کمیته‌ی دو نفره انتخاب شود، به گونه‌ای که دو نفر انتخاب شده هم رشته نباشند. چند حالت برای انجام این کار وجود دارد؟
 دو نفر مدرس ریاضی را M_1 و M_2 ، دو نفر مدرس فیزیک را P_1 و P_2 ، و دو نفر مدرس شیمی را C_1 و C_2 در نظر بگیرید و تمام حالت‌های ممکن برای آن‌ها را بنویسید و جواب غلط را مشخص کنید.
 نمودار درختی جواب غلط را بکشید. سپس علت غلط بودن آن را مشخص کنید.

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)

پاسخ: ۱ پاسخ حمید با توجه به نمودار درختی زیر غلط می‌باشد.



۵۱

با حروف کلمه‌ی «گل پیرا» و بدون تکرار حروف
 الف) چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان نوشت؟ چند تا از آن‌ها با «گل» شروع می‌شود؟
 ب) چند کلمه‌ی ۴ حرفی می‌توان نوشت؟
 پ) چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟
 ت) چند کلمه‌ی ۴ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟
 ث) چند کلمه‌ی ۵ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف کلمه‌ی «پیرا» کنار هم آمده باشند؟

مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)

پاسخ: ۱ الف) تعداد کل حالتها برابر است با : $6!$

تعداد کل حالتهایی که در آن با «گل» شروع شود برابر است با : $4!$

$$P(6, 4) = \frac{6!}{2!} = 360 \text{ (ب)}$$

$$2! \times 5! = 240 \text{ (پ)}$$

$$2! \times 4 \times 3 \times 3 = 72 \text{ (ت)}$$

ث) جابه‌جایی گلی گ یا ل و پیرا

$$4! \times 2 \times 2! = 96$$

۵۲

	<p>کدام یک از موارد زیر درست و کدام نادرست است؟</p> $6! = 3! + 3!$ $8! = 4! \times 2!$ $(3!)^2 = 9!$ $4! = \frac{8!}{2!}$ <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>درست $6! = 6 \times 5!$</p> <p>نادرست $2 \times 3! = 6!$</p> <p>نادرست $4! = \frac{8!}{2!}$</p> <p>نادرست $(3!)^2 = 9!$</p>	۵۳
	<p>از بین تعدادی کتاب مختلف می‌خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم. اگر تعداد حالت‌های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد، تعداد کتاب‌ها چقدر است؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> $P(n, 3) = \frac{n!}{(n-3)!} = n(n-1)(n-2) = \underbrace{7 \times 6 \times 5}_{210} \Rightarrow n = 7$	۵۴
	<p>در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند. در پایان این لیگ تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می‌توانند مشخص شوند؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> $P(18, 3) = \frac{18!}{15!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times \cancel{15!}}{\cancel{15!}} = 4896$	۵۵
	<p>با عددهای ۵ و ۳ و ۲ و ۱ چند عدد سه رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> $P(4, 3) = \frac{4!}{1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 24$	۵۶
	<p>یک مربی فوتبال قصد دارد برای بازی پیش‌رو در تیم خود یک دفاع راست، یک دفاع چپ، یک دفاع جلو و یک دفاع عقب قرار دهد. او شش بازیکن دفاعی دارد که می‌توانند در هر کدام از این چهار پست بازی کنند. در شروع بازی چند حالت برای چیدن این خط دفاعی برای این مربی وجود دارد؟</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>پاسخ: ۱</p> $P(6, 4) = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 360$	۵۷

	<p>حاصل ضرب‌های زیر را مانند نمونه با استفاده از نماد فاکتوریل نمایش دهید.</p> <p>الف) $9 \times 8 = \frac{9!}{7!}$</p> <p>ب) $9 \times 8 \times 7 \times 6$</p> <p>ت) ۸</p> <p>ج) $n(n-1)(n-2)(n-3)$</p> <p>پس‌خ: ۱</p> <p>۵۸</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>ب) $9 \times 8 \times 7 \times 6 = \frac{9!}{5!}$</p> <p>پ) $11 \times 10 \times 9 = \frac{11!}{8!}$</p> <p>ت) $8 = \frac{8!}{7!}$</p> <p>ث) $n(n-1) = \frac{n!}{(n-2)!}$</p> <p>ج) $n(n-1)(n-2)(n-3) = \frac{n!}{(n-4)!}$</p>
	<p>اگر n یک عدد طبیعی باشد، تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز را با یک حاصل ضرب نشان دهید.</p> <p>پس‌خ: ۱</p> <p>۵۹</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>$n(n-1)(n-2) \times \dots \times 2 \times 1$</p>
	<p>تعداد جایگشت‌های ۱۰ شیء متمایز چندتا است؟</p> <p>پس‌خ: ۱</p> <p>۶۰</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>$10 \times 9 \times \dots \times 2 \times 1$</p>
	<p>با استفاده از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ چند عدد ۹ رقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت؟</p> <p>پس‌خ: ۱</p> <p>۶۱</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-ریاضی (۱)</p> <p>$9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$</p>

$$\{a_1, a_2, -, -, -\} \Rightarrow \binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 35$$

۱

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{(4-3)! \times 3!} = \frac{4 \times 3!}{1 \times 3!} = 4$$

۲ الف

$$\binom{4}{2} \binom{3}{1} + \binom{4}{3} = 6 \times 3 + 4 = 22$$

ب

۳ الف) برای آنکه با حرف نقطه‌دار شروع شود باید با «ج» یا «پ» آغاز شود.

$$\underline{1} \times \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{4} \times \underline{2} = 48$$

ج

پ

ب

$$\boxed{2! \text{ رج}} \Rightarrow 2! \times 4! = 48$$

ج

$$\underline{1} \times \underline{1} \times \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{1} = 6$$

ر

ج

$$P(n, 2) = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1)$$

$$\Rightarrow n(n-1) + 2n - 56 = 0 \Rightarrow n^2 - n + 2n - 56 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + n - 56 = 0 \Rightarrow (n+8)(n-7) = 0$$

$$\begin{cases} n = -8 \text{ ق ق} \\ n = 7 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + 3n = 25 \xrightarrow{\times 2} n(n-1) + 6n - 50 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - n + 6n - 50 = 0 \Rightarrow n^2 + 5n - 50 = 0 \Rightarrow (n+10)(n-5) = 0$$

$$\begin{cases} n = -10 \text{ ق ق} \\ n = 5 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه عضوی ۴} = \binom{6}{4} = \frac{6!}{(6-4)! \times 4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 4!} = 15$$

۶ الف

$$\{2, -, -, -\} \Rightarrow \binom{4}{3} = \frac{4!}{(4-3)! \times 3!} = \frac{4 \times 3!}{1 \times 3!} = 4$$

ب

الف ۷

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 35$$

ب)

سه آبی یا یک قرمز و دو آبی یا دو قرمز و یک آبی = حداقل یکی آبی باشد

$$\text{حداقل یکی آبی باشد} = \binom{5}{1} \times \binom{7}{2} + \binom{5}{2} \times \binom{7}{1} + \binom{5}{3}$$

$$= 5 \times 21 + 10 \times 7 + 10 = 105 + 70 + 10 = 185$$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10}$$

$$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} = 2^7 = 128$$

باشد باشد باشد باشد باشد باشد نباشد باشد باشد باشد
نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد نباشد

۸

$$\binom{5}{3} + \binom{6}{2} = \binom{5}{2} + \binom{6}{3}$$

۹

درون کیسه‌ای ۵ مهره قرمز و ۶ مهره آبی وجود دارد، دو مهره به تصادف و همزمان از این کیسه بیرون می‌آوریم. تعداد حالت‌هایی را تعیین کنید که این دو مهره هم‌رنگ باشند.

نمونه‌ای دیگر: یک آزمون شامل ۶ سؤال تستی و ۵ سؤال تشریحی است. به چند حالت می‌توان به سه سؤال تشریحی یا دو سؤال تستی پاسخ داد.

الف ۱۰

$$\binom{11}{3} = \frac{11!}{(11-3)! \times 3!} = \frac{11!}{8! \times 3!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 3 \times 2 \times 1} = 165$$

ب)

$$\binom{5}{2} \binom{6}{2} + \binom{5}{3} \binom{6}{1} + \binom{5}{4} = 10 \times 15 + 10 \times 6 + 5 = 215$$

الف ۱۱

$$\binom{12}{4} = \frac{12!}{(12-4)! \times 4!} = \frac{12!}{8! \times 4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

ب)

$$\binom{5}{4} \binom{7}{1} + \binom{5}{5} = 5 \times 7 + 1 = 36$$

$$24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 : \text{حالت اول که رقم سمت راست صفر باشد}$$

$$36 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 : \text{حالت دوم که رقم سمت راست ۲ یا ۴ باشد}$$

$$24 + 36 = 60 \text{ تعداد کلی اعداد}$$

۱۲

$$\text{الف)} \binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \times 5!} = 126$$

۱۳

توجه: در صورتی که دانش آموز پس از اشاره به $\binom{9}{4}$ و بدون محاسبه آن، پاسخ نهایی ۱۲۶ را بنویسد نمره کامل تعلق گیرد.

$$\binom{9}{5} - \binom{5}{5} = 125$$

ب) روش اول: استفاده از روش متمم

روش دوم: به روش مستقیم

$$\binom{4}{1} \binom{5}{4} + \binom{4}{2} \binom{5}{3} + \binom{4}{3} \binom{5}{2} + \binom{4}{4} \binom{5}{1} = 125$$

$$\binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 28 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2 \times 1} = 28$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow n^2 - n = 56 \Rightarrow n^2 - n - 56 = 0 \Rightarrow (n-8)(n+7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 8 \text{ ق ق} \\ n = -7 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۱۴

۱۵ درست

$$\binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6 \times 6!} = 84$$

۱۶

$$P(5, 2) = 2n + C(5, 2) \Rightarrow \frac{5!}{3!} = 2n + \frac{5!}{3! \times 2!} \Rightarrow 20 = 2n + 10 \Rightarrow n = 5$$

۱۷

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

۱۸ طبق اصل ضرب داریم.

$$\binom{4}{3} \times \binom{8}{2} + \binom{4}{4} \times \binom{8}{1} = 112 + 8 = 120$$

۱۹

۲۰ ۱

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$$

۲۱ اگر رقم یکان را صفر در نظر بگیریم تعداد حالات عبارت است از:

$$4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$$

اگر رقم یکان را ۸ در نظر بگیریم تعداد حالات عبارت است از:

$$60 + 48 = 108$$

تعداد کل حالات:

راه حل دوم: با توجه به ارقام داده شده در سؤال داریم:

$$5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300 = \text{تعداد کل اعداد ۴ رقمی با ارقام غیرتکراری}$$

$$4 \times 4 \times 3 \times 4 = 192 = \text{تعداد اعداد فرد ۴ رقمی با ارقام غیرتکراری}$$

$$300 - 192 = 108 = \text{تعداد اعداد زوج ۴ رقمی با ارقام غیرتکراری}$$

۲۲ ۱۰

باید اعدادی ۴ رقمی بدون تکرار با یکان صفر و ۲ جداگانه حساب کرد و سپس با هم جمع کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{4}{1} - \frac{3}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} &= 24 \quad \text{با صفر} \\ \Rightarrow 24 + 18 &= 42 \\ \frac{3}{1} - \frac{3}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} &= 18 \quad \text{بدون صفر} \end{aligned}$$

۲۴ الف

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \frac{1}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} & = 2^4 = 16 \end{array}$$

باشد باشد باشد نباشد باشد باشد باشد
نباشد نباشد نباشد

$$\text{تعداد زیرمجموعه های عضو ۴} = \binom{7}{4} = \frac{7!}{(7-4)! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 1 \times 4!} = 35$$

(ب)

$$\{7, -, -\} \Rightarrow \binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = 15$$

(ج)

$$\{6, -, -, -, -\} \Rightarrow \binom{4}{4} = \frac{4!}{(4-4)! \times 4!} = \frac{4!}{4!} = 1$$

(د)

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6!}{4! \times 2} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\Rightarrow 15 + 2n = 17 \Rightarrow 2n = 2 \Rightarrow n = 1$$



$$از تهران به شیراز = 2 \times 3 = 6$$

۲۷ ضرب - $m \times n$

۲۸ جمع - $m + n$

۲۹ الف) درست

ب) درست

$$\text{تعداد مسیر از } A \text{ به شهر } D = 4 \times 2 + 2 \times 3 = 8 + 6 = 14$$

$$\text{تعداد مسیر از } A \text{ به شهر } C = 2 \times 3 + 2 \times 1 = 6 + 2 = 8$$

$$\text{الف) } 3 \times 4 \times 4 = 48$$

$$\text{ب) } 3 \times 3 \times 2 = 18$$

الف ۳۳

$$\binom{5}{3} \times \binom{6}{1} = 10 \times 6 = 60$$

$$\binom{6}{3} \binom{5}{1} + \binom{6}{4} = 20 \times 5 + 15 = 115$$

ب

الف ۳۴

$$\binom{5}{2} \times \binom{7}{1} = 10 \times 7 = 70$$

$$\binom{4}{1} \binom{8}{2} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{4}{3} = 4 \times 28 + 6 \times 8 + 4 = 164$$

ب

الف ۳۵

$$\binom{4}{3} = 4$$

$$\binom{7}{2} \times \binom{4}{1} = 21 \times 4 = 84$$

ب

۲۶

$$1 + 1! = 1 + 1 = 2 = 2!$$

$$2! + 2 \times 2! = 2!(1 + 2) = 3 \times 2! = 3!$$

$$3! + 3 \times 3! = 3!(1 + 3) = 4 \times 3! = 4!$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$50! + 50 \times 50! = 50!(1 + 50) = 51 \times 50! = 51! \Rightarrow 51! = n! \Rightarrow n = 51$$

$$1 + 1! = 2 = 2!$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳۷

$$2! + 2 \times 2! = 2!(1 + 2) = 3 \times 2! = 3!$$

$$3! + 3 \times 3! = 3!(1 + 3) = 4 \times 3! = 4!$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$200! + 200 \times 200! = 200!(1 + 200) = 201 \times 200! = 201!$$

$$p(10, 2) + c(4, 3) = \frac{10!}{8!} + \frac{4!}{3! \times 1!} = 90 + 4 = 94$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳۸

$$p(5, 1) + c(7, 2) = \frac{5!}{4!} + \frac{7!}{5! \times 2!} = 5 + 21 = 26$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳۹

جایگشت حروف کلمه jahrom! است که a اول بیاید یا ز اول بیاید به یک اندازه است. بنابراین تعداد حالتی که a بعد

از حرف ز باشد $\frac{6!}{3}$ است. اما این مقدار کنار هم بودن a و ز را نیز در نظر می‌گیرد که a بعد از ز باشد و دقیقاً در کنار هم

برابر است با:

$$\boxed{1!} \text{ j a hrom} \Rightarrow 5!$$

$$a = \frac{6!}{3} - 5! = 360 - 120 = 240$$

بعد از حرف ز باشد و کنار هم نباشند.

الف) $\frac{4}{7} = 5 \times 4 \times 7!$ نفر بین آن ها باشد $\frac{5}{\text{معلم}}$

۴۱

ب) $\frac{5}{\text{معلم}} = 5 \times 8!$

ج) $\frac{5!}{\text{معلم ها}} \times \frac{4!}{\text{دانش آموز ها}} = 5! \times 4! \times 2!$

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۲

$P(10, 2) = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 90$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۳

الف) مسئله : در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه موجود است. پنج مهره از کیسه به تصادف خارج می کنیم. تعداد حالت‌هایی که سه مهره سفید و دو مهره سیاه باشد؟

ب) مسئله: احسان می‌خواهد با پول‌های قلکش ۲ مداد یا ۳ پاک‌کن (فقط یکی از این دو نوع) را خریداری کند. اگر در مغازه‌ی لوازم‌التحریرفروشی فقط ۶ نوع مداد و ۵ نوع پاک‌کن موجود باشد، احسان چند انتخاب برای خرید دارد؟

الف) $\binom{10}{3} = 120$

۴۵

ب) اگر این دو ادویه استفاده شوند، ادویه سوم از ۸ ادویه باقیمانده انتخاب خواهد شد و در نتیجه:

$\binom{8}{1} = \text{تعداد حالات وجود دو ادویه با هم}$

تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده می‌شوند - تعداد کل حالات = تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده نشود

$= \binom{10}{3} - \binom{8}{1} = 120 - 8 = 112$

تعداد حالاتی که هر سه استفاده شده - تعداد کل حالات = تعداد حالاتی که هر سه نباید استفاده شوند (پ)

$= \binom{10}{3} - \binom{3}{3} = 120 - 1 = 119$

ت) هر سه ادویه باید از دسته‌ی اول انتخاب شده یا هر سه ادویه از دسته‌ی دوم انتخاب شوند. بنابراین:

$\binom{5}{3} + \binom{5}{3} = 10 + 10 = 20$

$4 + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}$

۴۶

چون ممکن است میزان ترکیب رنگ‌ها یکسان نباشد به طور مثال یک‌بار ۵۰٪ از یک رنگ و ۵۰٪ از رنگ دیگر استفاده شود و بار دیگر ۶۰٪ از یکی و ۴۰٪ از دیگری استفاده شود و در این دو حالت دو رنگ متفاوت به دست آید.

$$\binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} = 120 + 210 + 252 = 582$$

۴۷

فرض کنیم تعداد داوطلبان n نفر باشد بنابراین:

۴۸

$$\binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow n(n-1) = 56 = 8 \times 7 \Rightarrow n = 8$$

$$\binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 21 + 7 + 1 = 29$$

۴۹

الف) $\binom{26}{5}$

ب) $\binom{25}{4}$

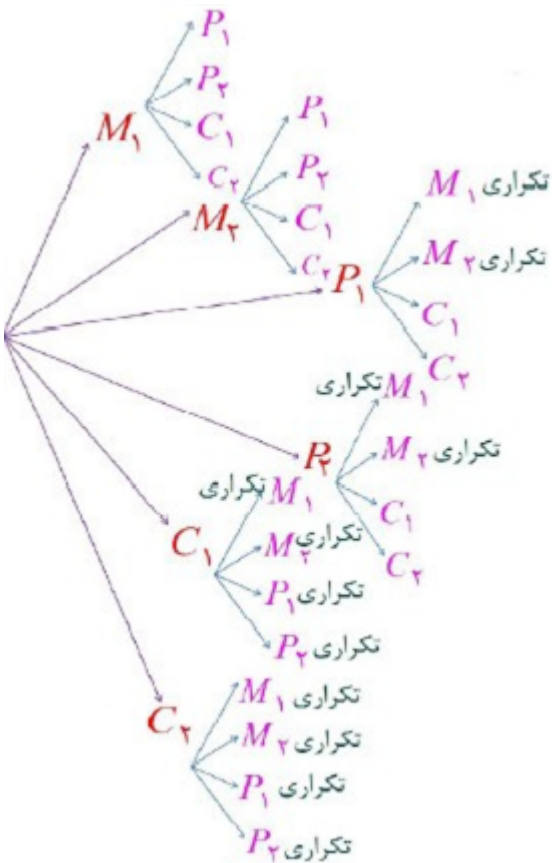
پ) $\binom{25}{5}$

ت) $\binom{26}{5} = \binom{25}{4} + \binom{25}{5}$

۵۰

پاسخ حمید با توجه به نمودار درختی زیر غلط می‌باشد.

۵۱



الف) تعداد کل حالتها برابر است با : $۶!$

تعداد کل حالتهایی که در آن با «گل» شروع شود برابر است با : $۴!$

$$P(۶, ۴) = \frac{۶!}{۲!} = ۳۶۰ \quad \text{ب)}$$

$$۲! \times ۵! = ۲۴۰ \quad \text{پ)}$$

$$۲! \times ۴ \times ۳ \times ۳ = ۷۲ \quad \text{ت)}$$

ث) جابه‌جایی گلی گ یا ل و پیرا

$$۴! \times ۲ \times ۲! = ۹۶$$

$$۶! = ۳! + ۳! \quad \text{نادرست}$$

$$۸! = ۴! \times ۲! \quad \text{نادرست}$$

$$(۳!)^۲ = ۹! \quad \text{نادرست}$$

$$۶! = ۶ \times ۵! \quad \text{درست}$$

$$۲ \times ۳! = ۶! \quad \text{نادرست}$$

$$۴! = \frac{۸!}{۲!} \quad \text{نادرست}$$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} = n(n-1)(n-2) = \underbrace{۷ \times ۶ \times ۵}_{۲۱۰} \Rightarrow n = ۷$$

$$P(۱۸, ۳) = \frac{۱۸!}{۱۵!} = \frac{۱۸ \times ۱۷ \times ۱۶ \times \cancel{۱۵!}}{\cancel{۱۵!}} = ۴۸۹۶$$

$$P(۴, ۳) = \frac{۴!}{۱!} = \frac{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱}{۱} = ۲۴$$

$$P(۶, ۴) = \frac{۶!}{۲!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times \cancel{۲!}}{\cancel{۲!}} = ۳۶۰$$

$$\text{ب)} \quad ۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶ = \frac{۹!}{۵!}$$

$$\text{پ)} \quad ۱۱ \times ۱۰ \times ۹ = \frac{۱۱!}{۸!}$$

$$\text{ت)} \quad ۸ = \frac{۸!}{۷!}$$

$$\text{ث)} \quad n(n-1) = \frac{n!}{(n-2)!}$$

$$\text{ج)} \quad n(n-1)(n-2)(n-3) = \frac{n!}{(n-4)!}$$

$$n(n-1)(n-2) \times \dots \times ۲ \times ۱$$

$$۱۰ \times ۹ \times \dots \times ۲ \times ۱$$

$$۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$$

۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴

