

حل سؤالات کنکور سراسری

۴: تعداد زیر مجموعه های سه عضوی از مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ شامل عضو a کدام است؟ (کنکور ۸۳ تجربی)

۱۵(۴) ۱۲(۳) ۱۰(۲) ۸(۱)

حل: کافی است، تعداد زیر مجموعه های دو عضوی مجموعه $\{b, c, d, e, f\}$ را به دست آوریم.

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

توجه: به هر کدام از زیر مجموعه های دو عضوی مجموعه $\{b, c, d, e, f\}$ اگر عضو a را اضافه کنیم، یک زیر مجموعه از زیر مجموعه های سه عضوی مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ شامل a به دست می آید.

۵: حروف کلمه $LAGRANGE$ را با جایگشت های مختلف کنار هم قرار می دهیم. در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می گیرند؟ (کنکور ۸۴ تجربی)

۱۴۴۰(۴) ۷۲۰(۳) ۵۴۰(۲) ۳۶۰(۱)

حل: کافی است حروف AA و GG را یک حرف (چسبیده به هم) فرض کنیم. پس:

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$$

L

$AA \quad AA$

$GG \quad GG \quad GG$

$R \quad R \quad R \quad R$

$N \quad N \quad N \quad N \quad N$

$E \quad E \quad E \quad E \quad E \quad E$

۶: چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد، بزرگتر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟ (کنکور ۹۰ تجربی)

۱۰۸(۴) ۹۶(۳) ۸۴(۲) ۷۲(۱)

حل: چون قرار است ارقام حاصل بزرگتر از ۳۰۰۰ باشند، پس رقم سمت چپ فقط می تواند ۹ یا ۷ یا ۵ یا ۳ باشد. لذا:

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$$

۱ ۱ ۱

۳

۵ ۵

۷ ۷ ۷

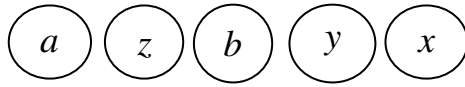
۹ ۹ ۹ ۹

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی

۷: در یک همایش ۵ نفر جهت سخنرانی ثبت نام کرده اند، چند ترتیب سخنرانی برای آنان وجود دارد، به طوری که بین سخنرانی دو فرد مورد نظر a و b از آنان فقط یک نفر سخنرانی کند؟ (کنکور ۸۸ ریاضی)

۴۰(۴) ۳۶(۳) ۲۴(۲) ۲۰(۱)

حل: ترتیب مور نظر مسئله مشابه مثال زیر است.



در این صورت:

$3! =$ ترتیب سخنرانی سه نفر z و y و x

$2 =$ ترتیب سخنرانی دو نفر a و b

$3 =$ تعداد حالت های بین a و b (یک نفر از سه نفر z و y و x بین a و b قرار می گیرد. یا دو نفر یا سه نفر)

پس تعداد مطلوب می شود: $3! \times 2 \times 3 = 36$

۸: از ۱۰ پرسش موجود، به چند طریق می توان ۸ پرسش را جهت پاسخ گویی انتخاب کرد؟ به شرط آنکه حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول انتخاب شود. (کنکور ۸۹ ریاضی)

۳۵(۴) ۳۰(۳) ۳۲(۲) ۲۵(۱)

حل: بنابر مسئله کل پرسش های به دو گروه تبدیل می شوند، ۵ پرسش اول. ۵ پرسش دوم. بنابراین

$$\binom{5}{4} \times \binom{5}{4} + \binom{5}{5} \times \binom{5}{3} = 5 \times 5 + 1 \times 10 = 35$$

۹: مجموعه $\{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ دارای چند زیر مجموعه ی شامل عضو a می باشد؟ (کنکور ۸۲ ریاضی)

۱۲(۴) ۱۰(۳) ۸(۲) ۴(۱)

حل: کافی است، تعداد کل زیر مجموعه های مجموعه $\{b, \{a\}, \{b\}\}$ را به دست آوریم.

$$2^3 = 8$$

توجه: به هر کدام از زیر مجموعه های مجموعه $\{b, \{a\}, \{b\}\}$ اگر عضو a را اضافه کنیم، یک زیر مجموعه از زیر مجموعه های مجموعه $\{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ شامل a به دست می آید.

حل سئوالات کنکور سراسری

ب : سئوالات جمع آوری شده از منابع دیگر

۱ : با ارقام $\{0,1,2,3,5\}$ چند عدد ۵ رقمی با ارقام متمایز می توان ساخت که زوج باشد؟

۳۸ (۱) ۴۰ (۲) ۴۲ (۳) ۴۴ (۴)

حل: دو حالت وجود دارد.

اگر رقم یکان صفر باشد. در این صورت

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$$

اگر رقم یکان دو باشد. در این صورت

$$3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 18$$

لذا تعداد کل ارقامی که می توان ساخت برابر $24 + 18 = 42$ می باشند.

۲ : چند عدد ۵ رقمی با ارقام ۲ و ۰ و ۰ و ۰ و ۰ و ۳ می توان نوشت ؟

۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)



حل : رقم سمت چپ فقط می تواند ۲ یا ۳ باشد.

اگر ۲ سمت چپ باشد، ۳ فقط چهار حالت دارد. اگر ۳ سمت چپ باشد، ۲ فقط چهار حالت دارد. لذا تعداد کل حالت ها می شود.

$$4 + 4 = 8$$

۳ : چند عدد ۵ رقمی وجود دارد که ارقام آن زوج و غیر صفر است؟

۲۵۶ (۱) ۵۱۲ (۲) ۶۲۵ (۳) ۱۰۲۴ (۴)

حل : ارقام زوج و غیر صفر عبارتند از ۲ و ۴ و ۶ و ۸ بنابراین:

$$\begin{array}{cccc}
 4 \times 4 \times 4 \times 4 & = & 4^4 & = & 1024 \\
 2 & & 2 & & 2 \\
 4 & & 4 & & 4 \\
 6 & & 6 & & 6 \\
 8 & & 8 & & 8
 \end{array}$$

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی

۴ : چند عدد ۴ رقمی وجود دارد که مجموع دو رقم اول و آخر آن ۱۲ و مجموع دو رقم دیگر آن ۹ است ؟

۴۰ (۴) ۷۰ (۳) ۱۰۰ (۲) ۱۸۰ (۱)

حل :

۳,۹), (۳,۸), (۴,۷), (۵,۶), (۶,۵), (۷,۴), (۸,۳), (۹,۲) زوج رقم هایی که مجموع آنها ۱۲ باشد.

(۰,۹), (۱,۸), (۲,۷), (۳,۶), (۴,۵), (۵,۴), (۶,۳), (۷,۲), (۸,۱), (۹,۰) زوج رقم هایی که مجموع آنها ۹ باشد.

پس بنابر اصل ضرب داریم: $7 \times 10 = 70$

۵ : با جایگشت حروف کلمه ی *NADER* چند کلمه ی پنج حرفی با حروف متمایز بدون توجه به مفهوم آن می توان ساخت به

طوری که همواره حرف *D* در وسط قرار گیرد؟

۱۲۰ (۴) ۹۶ (۳) ۴۸ (۲) ۲۴ (۱)

حل : کافی است ، مدلی مانند مثال زیر تشکیل دهیم.

$$4 \times 3 \times 1 \times 2 \times 1 = 24$$

A A D A A
N N E
E E
R

۶ : به چند روش می توان با حروف کلمه ی « سازندگی » کلمه های ۴ حرفی ساخت (بدون توجه به معنی و بدون تکرار حروف) که

حرف اول آنها نقطه دار نباشد.

۶۴۰ (۴) ۵۳۰ (۳) ۴۸۰ (۲) ۶۰۰ (۱)

حل : کافی است ، مدلی مانند مثال زیر تشکیل دهیم.

$$4 \times 6 \times 5 \times 4 = 480$$

س س س س
ا ا ا ا
د د د د
گ گ گ گ
ز
ن

توجه : حرف « ی » در اول کلمه نقطه دار می شود.

حل سؤالات کنکور سراسری

۷: چند عدد شش رقمی بدون تکرار ارقام با اعداد ۱ تا ۶ می توان نوشت که در آنها ارقام ۲ و ۳ کنار هم نباشند؟

- (۱) ۳۴۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۴۸۰ (۴) ۷۲۰

حل :

$۷۲۰ = ۶!$ تعداد کل حالات

$۲۴۰ = ۲ \times ۵!$ تعداد حالاتی که ارقام ۲ و ۳ کنار هم باشند.

$۴۸۰ = ۷۲۰ - ۲۴۰$ تعداد حالاتی که ارقام ۲ و ۳ کنار هم نباشند.

۸: حروف AAABBBCCC را به چند طریق می توان پیش هم چید به شرطی که هیچ یک از A ها پیش هم نباشند؟

- (۱) ۷۰۰ (۲) ۷۵۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۸۵۰

حل : برای اینکه هیچ یک از A ها پیش هم نباشند، لازم است، در یکی از جاهای خالی زیر باشند.

$-B - B - B - C - C - C -$

$$\binom{7}{3} \times \binom{6}{3} = 35 \times 20 = 700 \text{ لذا}$$

۹: با ۱۵ نقطه در یک صفحه حداکثر چند بردار غیر صفر می توان مشخص کرد؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۱۶۵ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۰۵

حل : در بردار ها جهت مهم است. (تقدم و تأخر حروف مهم است). لذا:

$$P(15, 2) = \frac{15!}{(15-2)!} = 210$$

۱۰: با ۱۵ نقطه در یک صفحه حداکثر چند مثلث می توان مشخص کرد؟

- (۱) ۴۵۵ (۲) ۵۰۰ (۳) ۴۵۰ (۴) ۵۴۵

حل : در نامگذاری مثلث ها ترتیب حروف مهم نیست (تقدم و تأخر حروف مهم نیست). لذا:

$$C(15, 3) = \frac{15!}{3! \times (15-3)!} = 455$$

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی

۱۱: با حروف کلمه ی « خوزستان » چند گروه سه حرفی از حروف بدون تکرار می توان انتخاب کرد؟

- ۳۵ (۴) ۳۰ (۳) ۲۱۰ (۲) ۸۴۰ (۱)

حل: ترتیب حروف مهم نیست (تقدم و تأخر حروف مهم نیست). لذا:

$$C(7,3) = \frac{7!}{3! \times (7-3)!} = 35$$

۱۳: با حروف کلمه ی SHOP و بدون تکرار حروف، چند کلمه ی ۳ حرفی می توان نوشت که حتماً شامل S باشد؟

- ۹ (۴) ۱۲ (۳) ۱۸ (۲) ۶ (۱)

حل: کافی است که از بین حروف H و O و P دو حرف انتخاب کرد و سپس در کنار آنها S قرار دارد. پس:

$$\binom{3}{2} \times 3! = 18$$

۱۴: از رابطه ی $C(n, n-2) = 120$ ، عدد n کدام است؟

- ۱۲ (۴) ۱۵ (۳) ۱۶ (۲) ۱۸ (۱)

حل:

$$C(n, n-2) = 120 \rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 120 \rightarrow n(n-1) = 240 \rightarrow n = 16$$

۱۵: اگر $C(n, 4) = P(n-1, 3)$ ، عدد n کدام است؟

- ۱۲ (۴) ۳۴ (۳) ۲۴ (۲) ۲۳ (۱)

حل:

$$C(n, 4) = P(n-1, 3) \\ \rightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} = \frac{(n-1)!}{(n-1-3)!} \rightarrow \frac{n(n-1)!}{4!(n-4)!} = \frac{(n-1)!}{(n-4)!} \rightarrow \frac{n}{4!} = 1 \rightarrow n = 4! = 24$$

حل سؤالات کنکور سراسری

۱۶ : در یک پرواز داخلی ۴ جای خالی در هواپیما وجود دارد و ۹ نفر در فهرست انتظار قرار دارند. به چند طریق می توان از بین آنان ۴ نفر را سوار کرد؟

- ۲۱۶ (۴) ۱۵۰ (۳) ۱۲۶ (۲) ۱۰۰ (۱)

حل :

$$C(9,4) = \frac{9!}{4!(9-4)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5!} = 126$$

۱۷ : دو خط موازی داده شده است و روی هر کدام از این دو خط ۵ نقطه قرار دارد. چند مثلث با این نقاط می توان ساخت؟

- ۳۰۰ (۴) ۱۵۰ (۳) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰ (۱)

حل : باید یکی از دو خط را انتخاب کنیم. سپس از آن دو نقطه و از خط دیگر یک نقطه بر داریم.

$$\binom{5}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{5}{2} \times \binom{5}{1} = 2 \binom{5}{1} \times \binom{5}{2} = 2 \times 5 \times \frac{5 \times 4}{2} = 100$$

۱۸ : راه های مختلفی که می توان از بین ۱۰ سؤال متفاوت به ۷ سؤال پاسخ داد، مساوی با فاکتوریل چه عددی است؟

- ۹ (۴) ۷ (۳) ۵ (۲) ۳ (۱)

حل :

$$\binom{10}{7} = \frac{10!}{7!(10-7)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times 3 \times 4 = 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

۱۹ : به چند طریق می توان از بین ۵ مرد و ۴ زن ، شش نفر انتخاب کرد به طوری که حداقل سه زن انتخاب شوند؟

- ۵۰ (۴) ۴۰ (۳) ۳۰ (۲) ۲۰ (۱)

حل :

$$\binom{4}{3} \binom{5}{3} + \binom{4}{4} \binom{5}{2} = 4 \times 10 + 1 \times 10 = 40 + 10 = 50$$

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی

۲۰: تعداد قطر های یک ۱۲ ضلعی محدب کدام است؟

- ۶۶ (۴) ۴۸ (۳) ۴۲ (۲) ۵۴ (۱)

حل: اگر از تعداد حالات انتخاب ۲ نقطه از کل نقاط تعداد اضلاع را کم کنیم. تعداد قطرها به دست می آید.

$$\binom{n}{2} - n = \binom{12}{2} - 12 = 66 - 12 = 54$$

۲۱: در کیسه ای ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز وجود دارد. به چند طریق می توان از این کیسه ۳ مهره انتخاب کرد که حداقل ۲ مهره سیاه باشند؟

- ۶۴ (۴) ۵۰ (۳) ۴۸ (۲) ۵۲ (۱)

حل:

$$\binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{4}{3} \binom{8}{0} = 6 \times 8 + 4 \times 1 = 52$$

۲۲: اگر A تعداد اعداد دو رقمی فرد باشد و B تعداد اعداد دو رقمی با ارقام فرد باشد. در این صورت A + B کدام است؟

- ۹۰ (۴) ۸۰ (۳) ۷۰ (۲) ۶۵ (۱)

حل:

$$A = 9 \times 5 = 45$$

۱ ۱
۲ ۳
۳ ۵
۴ ۷
۵ ۹
۶
۷
۸
۹

$$\Rightarrow A + B = 45 + 25 = 70$$

$$B = 5 \times 5 = 25$$

۱ ۱
۳ ۳
۵ ۵
۷ ۷
۹ ۹

حل سؤالات کنکور سراسری

۲۳: با حروف کلمه ی Computer چند کلمه ی ۵ حرفی می توان نوشت که در آن حروف p و u کنار هم قرار داشته باشند؟

۲۲۴ (۴)

۹۶۰ (۳)

۴۸۰ (۲)

۴۸۰۰ (۱)

حل: ابتدا باید ۳ حرف دیگر غیر از حروف p و u را از بین ۶ حرف باقی مانده انتخاب کنیم. سپس با شرط گفته شده در کنار هم

بچینیم. اگر بخواهیم p و u در کنار هم باشند. لازم است p و u را یک حرف در نظر بگیریم (به چسبیده) در این صورت:

$$\text{تعداد حالت های انتخاب ۳ حرف از ۶ حرف (غیر از } p \text{ و } u) = \binom{6}{3} = 20$$

$24 = 4! = 24$ = تعداد جایگشت های ۵ حرف که p و u کنار هم در نظر گرفته شده اند.

$2 =$ تعداد جایگشت های p و u با هم

و طبق اصل ضرب داریم:

$$20 \times 24 \times 2 = 960$$

۲۴: درون قفسه ی یک کتابخانه یک کتاب درسی، یک کتاب علمی و یک کتاب داستان گذاشته شده. اگر از بین ۷ نفر ۳ نفر به

طرف قفسه رفته و هرکدام یک کتاب بردارند به چند روش ممکن است کتاب ها توزیع شده باشند؟

۱۲۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۳۵ (۲)

۲۱۰ (۱)

حل:

$$P(7,3) = \frac{7!}{(7-3)!} = 210$$

۲۵: یک مجموعه ی n عضوی، ۵۵ زیر مجموعه ی $n-2$ عضوی دارد. عدد n کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

حل:

$$\binom{n}{n-2} = 55 \rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times (n-(n-2))!} = 55 \rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 55 \rightarrow n(n-1) = 110 \rightarrow n = 11$$