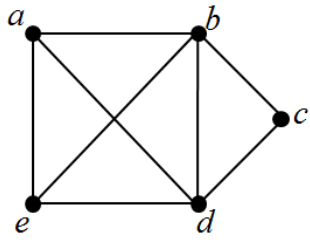


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: ریاضیات گسسته
 نام دبیر: آقای محسنی
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۰۸ : ۰۰ / صبح
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	
شماره	سوالات				نمره
۱	با روش اثبات مستقیم نشان دهید که ضرب ۳ عدد زوج متوالی مضرب ۴۸ است.				۱/۵
۲	اگر a_1 و a_2 و a_3 اعداد صحیح و b_1 و b_2 و b_3 همان اعداد صحیح ولی به ترتیب دیگری که قرار گرفته‌اند باشند، ثابت کنید $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است.				۱/۵
۳	اگر x و y دو عدد حقیقی باشند با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$				۱/۵
۴	الف) ثابت کنید: $a b, b \neq 0 \Rightarrow a \leq b $ ب) منحنی تابع $y = \frac{x^2 - 7x + 4}{2x + 1}$ از چند نقطه با مختصات صحیح عبور می‌کند؟				۲
۵	اگر a عددی صحیح و فرد و $b a + 2$ در این صورت باقیمانده تقسیم $a^2 + b^2 + 3$ را بر ۸ بیابید.				۲
۶	به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد به صورت‌های $5n - 2$ و $7n + 3$ نسبت به هم غیر اولند؟				۲
۷	ثابت کنید $13^{51} - 11^{51} - 13^{51}$ بر عدد ۱۳۲ بخش پذیر است.				۱/۵
۸	رقم یکان $1398^{2019} + 1388^{88}$ را به دست آورید.				۱
۹	معادله $14x + 15y = 1050$ چند جواب طبیعی دارد؟				۲
۱۰		با توجه به گراف مقابل به سئوالات زیر پاسخ دهید: الف) بین رئوس a و c چند مسیر وجود دارد؟ ب) چند دور به طول ۴ دارد؟ ج) چند یال به این گراف اضافه کنیم تا کامل گردد. د) مجموعه همسایگی باز رأس a و مجموعه همسایگی بسته رأس c را بنویسید.			۲
۱۱	یک گراف ۳-منتظم با افزودن ۶ یال کامل می‌شود. مقادیر p و q این گراف منتظم را بدست آورید و آن را رسم کنید.				۱,۵
۱۲	درجه رئوس گراف G به صورت ۲ و ۲ و ۲ و ۳ و ۳ است. مکمل این گراف را رسم کنید و مجموع درجات رئوس \bar{G} را بدست آورید.				۱,۵
موفق و مؤید باشید محسنی					
صفحه ی ۱ از ۱					

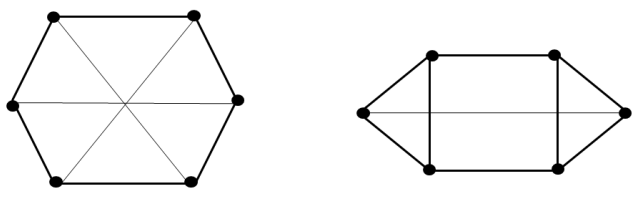
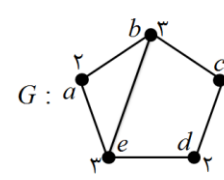
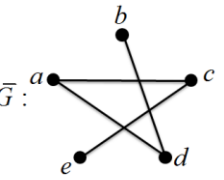
جمع بارم : ۲۰ نمره



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران
 دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان
کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: ریاضیات گسسته
 نام دبیر: آقای ممسنی
 تاریخ امتحان: ۱۷/۱۰/۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ - **صبح** عصر
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$2k, 2k - 2, 2k + 2 \Rightarrow A = (2k - 2)(2k)(2k + 2) = 8(k - 1)k(k + 1)$ <p style="text-align: center;">↓</p> $\Rightarrow A = 48q$ <p style="text-align: center;">ضرب ۳ عدد متوالی مضرب ۶</p>	
۲	<p>فرض می‌کنیم $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی فرد است (فرض خلف) پس $(a_1 - b_1)$ و $(a_2 - b_2)$ و $(a_3 - b_3)$ هر سه فردند لذا داریم:</p> $(a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) = (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = 0$ <p style="text-align: center;">برابری که این تناقض است چون جمع سه عدد فرد باید فرد شود نه زوج.</p>	
۳	$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \xrightarrow{-x^2} 2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (x^2 - 2xy + y^2) \geq 0 \Leftrightarrow$ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (x - y)^2 \geq 0$ <p>این عبارت همواره صحیح است و تمام مراحل برگشت پذیر نیز است.</p>	
۴	<p>الف:</p> $a b \rightarrow b = aq \xrightarrow{ } b = a q \rightarrow q \geq 1 \xrightarrow{-xa} a q \geq a \rightarrow b \geq a $ <p style="text-align: center;">$b \neq 0$</p> <p>ب:</p> $\begin{cases} 2x + 1 x^2 - 7x + 4 \xrightarrow{-x^2} 2x + 1 2x^2 - 14x + 8 \rightarrow \begin{cases} 2x + 1 15x - 8 \\ 2x + 1 2x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 1 30x - 16 \\ 2x + 1 30x + 15 \end{cases} \\ 2x + 1 2x + 1 \xrightarrow{-xx} 2x + 1 2x^2 + x \end{cases}$ $\rightarrow 2x + 1 31 \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 1 = \pm 1 \begin{cases} x = -1 \\ 2x + 1 = \pm 31 \begin{cases} x = -16 \\ x = 15 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$	
۵	$b a + 2 \xrightarrow{ab} b a + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2k + 1 \\ b = 2k' + 1 \end{cases}$ <p>می‌دانیم مربع هر عدد فرد، مضرب ۸ به علاوه ۱ می‌باشد. پس:</p> $a^2 + b^2 + 3 = (2k + 1)^2 + (2k' + 1)^2 + 3 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 + 3 = 4k^2 + 4k' + 4k'^2 + 4k + 5 = 4q'' + 5 \rightarrow r = 5$	
۶	<p>یا $29 \Rightarrow d = 29 \Rightarrow 29 5n - 2$</p> $(5n - 2, 7n + 3) = d \rightarrow \begin{cases} d 5n - 2 \xrightarrow{-xy} d 35n - 14 \\ d 7n + 3 \xrightarrow{-x5} d 35n + 15 \end{cases} \rightarrow d 29 \rightarrow d = 29$ $5n - 2 \equiv 0 \xrightarrow{29} 5n \equiv 2 + 2(29) \equiv 60 \xrightarrow{\div 5} n \equiv 12$ <p>تا ۴ $\rightarrow n = 29k + 12 \rightarrow 10 \leq 29k + 12 \leq 99 \Rightarrow 0 \leq k \leq 3$</p>	
۷	$(a + b)^n \equiv a^n + b^n \Rightarrow (11 + 12)^{11 \times 12} \equiv 11^{11} + 12^{11}$ $(11 + 12)^{11} - (11^{11} + 12^{11}) \equiv 0 \Rightarrow r = 0$ <p>پس این عدد بر ۱۳۲ بخش پذیر است.</p>	

$\begin{array}{r} ۲۰۱۹ \overline{) ۴} \\ ۳ \end{array}$	$\begin{array}{r} ۸۸ \overline{) ۴} \\ \cdot \end{array} \Rightarrow ۸^۳ + ۸^۴ \equiv ۵۱۲ + (۶۴ \times ۶۴)$ $\Rightarrow \equiv ۲ + ۶ \equiv ۸ \text{ رقم یکان}$	۸
	$\begin{array}{r} ۱۴x \downarrow ۱۵y \downarrow ۱۰۵۰ \downarrow y \equiv ۰ \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{array} \rightarrow y = ۱۴k$ $۱۴x + ۱۵(۱۴k) = ۱۰۵۰ \xrightarrow{-۱۴} x + ۱۵k = ۷۵ \rightarrow x = ۷۵ - ۱۵k$ $\begin{cases} x = ۷۵ - ۱۵k \geq ۱ \\ y = ۱۴k \geq ۱ \end{cases} \rightarrow \frac{۱}{۱۴} \leq k \leq \frac{۷۴}{۱۵} \Rightarrow ۱ \leq k \leq ۴$ <p>پس ۴ جواب طبیعی دارد.</p>	۹
	<p>الف) $abc / abdc / abedc / adc / adebc / aedc / aebc / aebdc$</p> <p>ب) $abcd a / abdea / adbea / ebcde / abeda /$</p> <p>ج) $p = ۵ \rightarrow k_\delta : q = \binom{۵}{۲} = \frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$</p> <p>گراف مسئله ۸ یال دارد پس برای کامل شدن ۲ یال نیاز دارد.</p> <p>د- $N_G(a) = \{b, d, e\}, N_G^c = \{c, b, d\}$</p>	۱۰
$k = ۳ \rightarrow kp = ۲q \rightarrow ۳ \times p = ۲q \rightarrow q = \frac{۳p}{۲} \xrightarrow{+۶} \frac{۳p}{۲} + ۶ =$ $\frac{p(p-۱)}{۲} \xrightarrow{\times ۲} ۳p + ۱۲ = p^۲ - p \rightarrow p^۲ - ۴p - ۱۲ = ۰ \rightarrow (p-۶)(p+۲) = ۰$ $\begin{cases} p = ۶ \checkmark \\ p = -۲ \times \end{cases} \Rightarrow q = \frac{۳ \times ۶}{۲} = ۹$		۱۱
	$\Rightarrow \bar{G}:$  $\Rightarrow \text{مجموع درجات} = ۲q = ۲(۴) = ۸$	۱۲
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح : محسن محسنی	جمع بارم : ۲۰ نمره