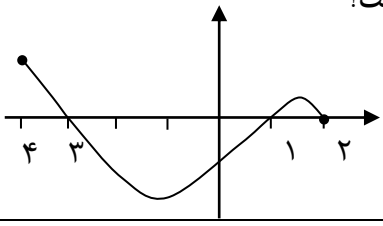
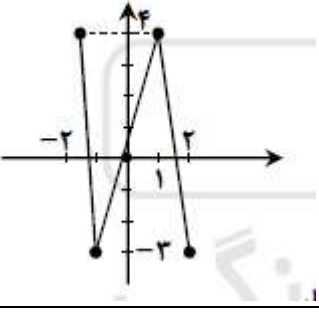


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دوازدهم تجربی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران  
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش (واحد حافظ)  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: ریاضی ۳  
 نام دبیر: شهرزاد رحیمی  
 تاریخ امتحان: ۰۸ / ۱۰ / ۱۳۹۷  
 ساعت امتحان: ۰۸ : ۳۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

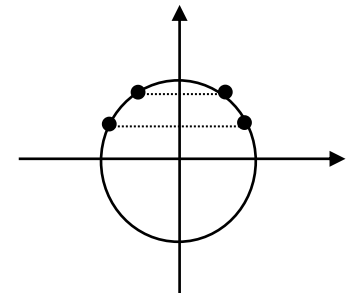
محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	
ردیف	سؤالات				نمره
۱	$f(x)$ تابعی است نزولی با دامنه $R$ و $f(2) = 1$ ; در این صورت دامنه تابع $y = \sqrt{(f(x) - 1)(x - 2)}$ چیست؟				۱
۱	شکل روبرو نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه ی تابع $y = \sqrt{xf(x)}$ چیست؟ 				۲
۱	اگر نمودار $f$ به شکل زیر باشد، آنگاه $y = f(\frac{x}{3})$ و $y = f(2x)$ را رسم کنید. 				۳
۱	با توجه به نمودار $y = \sqrt{x}$ ، نمودار زیر را رسم کنید. $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x-1} + 3$				۴
۱	اگر $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $D_f(x) = [3, +\infty)$ باشد دامنه ی تابع $f \circ g(x)$ را بیابید.				۵
۱/۵	اگر $f(\frac{x^2+1}{x}) = \frac{x^2}{x^2+1}$ باشد $f(x)$ چیست؟				۶
۱/۵	تابعی است یک به یک و $g(x) = f(x^2 - 2) + 4$ و $f(6) = 5$ می باشند. $g^{-1}(9)$ چیست؟				۷
۱	نقاط تلاقی تابع زیر را با معکوس آنها بیابید. $f(x) = x^3 + x - 8$				۸
۱/۵	جواب کلی معادله ی $\sin^3 x - \sin x = 0$ را بیابید؟				۹
۱/۵	معادله ی $\cos^4 x + \cos x = 0$ چند جواب متمایز در بازه ی $[0, \pi]$ دارد؟				۱۰
۱/۵	جواب های معادله ی $6\cos^2 x = 13\sin x - 9$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ روی دایره ی مثلثاتی چند نقطه را مشخص می کنند؟				۱۱
۱	مقدار $a$ و $b$ را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x^2+ax+b} = -\infty$				۱۲

ردیف	سؤالات	نمره
۲	<p>حاصل هر یک از حدهای زیر را به دست آورید.</p> <p>۱) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{6}} \cot\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) =</math></p> <p>۲) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{6}} \tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) =</math></p> <p>۳) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \log\left(\frac{x-1}{x+1}\right) =</math></p> <p>۴) <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} \log_{.5}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) =</math></p>	۱۳
۱	<p>حاصل حد زیر را به دست آورید.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})</math></p>	۱۴
۱	<p>مقدار <math>k</math> را به دست آورید؟</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0} x(\cot kx - \cot x) = 2</math></p>	۱۵
۱/۵	<p>اگر <math>f'(2) = f(2) = 4</math>، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^x(x) - f^x(2)}{x^2 - 4}</math></p>	۱۶
صفحه‌ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر																											
۱		$(f(x) - 1)(x - 2) \geq 0$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">۲</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"><math>x - 2</math></td> <td style="border-right: 1px solid black;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black;">●</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"><math>f(x) - 1</math></td> <td style="border-right: 1px solid black;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black;">●</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black;">-</td> <td>-</td> </tr> </table> $\Rightarrow x \in \{2\}$			۲		$x - 2$	-	●	+	$f(x) - 1$	+	●	-			-	-											
		۲																											
$x - 2$	-	●	+																										
$f(x) - 1$	+	●	-																										
		-	-																										
۲		$xf(x) \geq 0$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">-۴</td> <td style="text-align: center;">-۳</td> <td style="text-align: center;">۰</td> <td style="text-align: center;">۱</td> <td style="text-align: center;">۲</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"><math>f(x)</math></td> <td style="border-right: 1px solid black;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black;">●</td> <td style="border-right: 1px solid black;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black;">●</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"><math>x</math></td> <td style="border-right: 1px solid black;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black;">●</td> <td style="border-right: 1px solid black;">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"><math>xf(x)</math></td> <td style="border-right: 1px solid black;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black;">●</td> <td style="border-right: 1px solid black;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black;">●</td> <td style="border-right: 1px solid black;">-</td> <td>+</td> </tr> </table> $\Rightarrow D_y: x \in [-3, 0] \cup [1, 2]$		-۴	-۳	۰	۱	۲	$f(x)$	+	●	-	-	●	+	$x$	-	-	-	●	+	+	$xf(x)$	-	●	+	●	-	+
	-۴	-۳	۰	۱	۲																								
$f(x)$	+	●	-	-	●	+																							
$x$	-	-	-	●	+	+																							
$xf(x)$	-	●	+	●	-	+																							
۳		<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>y = f\left(\frac{x}{2}\right)</math>  </div> <div style="text-align: center;"> <math>y = f(2x)</math>  </div> </div>																											
۴																													
۵		$D_{f \circ g}(x) = \{(x \in D_g   g(x) \in D_f)\} \Rightarrow g(x) = \frac{x+1}{x-1} \geq 3$ $1) x > 1 \quad x+1 \geq 3x-3 \rightarrow -2x \geq -4 \rightarrow x \leq 2 \rightarrow 2$ $1 \cap 2 \Rightarrow 1 < x \leq 2 \rightarrow D_{f \circ g}: (1, 2]$																											
۶		$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2 - 2}$																											
۷		$g(x) = 9 \Rightarrow f(x^2 - 2) + 4 = 9 \Rightarrow f(x^2 - 2) = 5 \Rightarrow f(6) = 5 \Rightarrow x^2 - 2 = 6 \Rightarrow x = 2$ $g^{-1}(9) = 2$																											

<p>نباید روی خط <math>y = x</math> با هم برخورد کنند: پس:</p> $x^2 + x - 8 = x \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = 2$ <p>پس نقطه‌ی <math>(2, 2)</math> تنها نقطه‌ی برخورد دو نمودار با هم است.</p>	۸
$\sin x (\sin^2 x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = \pm 1 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \end{cases}$	۹
$\cos^2 x = -\cos x \Rightarrow \cos^2 x = \cos(\pi - x)$ $\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm (\pi - x) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi - \pi}{3} \\ x = \frac{2k\pi + \pi}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3}, \pi \\ x = \frac{2\pi}{5}, \pi \end{cases} \Rightarrow \text{جواب ۳}$	۱۰
$6(1 - 2\sin^2 x) + 13\sin x - 9 = 0 \Rightarrow 6 - 12\sin^2 x + 13\sin x - 9 = 0$ $12\sin^2 x - 13\sin x + 3 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{13 \pm 5}{24} = \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$ <p>(۴ نقطه)</p> 	۱۱
<p>چون پاسخ <math>-\infty</math> است؛ پس (۲) باید مخرج را صفر کند و چون مشخص کرده <math>-\infty</math> و <math>+\infty</math> نمی‌شود، باید ریشه مضاعف باشد. لذا:</p> $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a - b = -8$	۱۲
<p>۱) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{6}} \cot\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = \cot(0^-) = -\infty</math></p> <p>۲) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{6}} \tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \tan\left(\frac{\pi^+}{2}\right) = -\infty</math></p> <p>۳) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \log\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \log 0^+ = -\infty</math></p> <p>۴) <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} \log_{1/5}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \log_{1/5} 0^+ = +\infty</math></p>	۱۳
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}) \times \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left( \frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} \right)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = 1$	۱۴
$\lim_{x \rightarrow 0} x(\cot kx - \cot x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} x \left( \frac{1}{kx} - \frac{1}{x} \right) = 2 \Rightarrow \frac{1}{k} - 1 = 2 \Rightarrow k = \frac{1}{3}$	۱۵
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - f^2(2)}{x^2 - 4} \Rightarrow \text{هوپیتال} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f'(x)f(x)}{2x} = \frac{22}{4} = 8$	۱۶
<p>نام و نام خانوادگی مصحح : شهروز رحیمی</p>	<p>جمع بارم : ۲۰ نمره</p>

امضاء: