



باسمه تعالی

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

رشته: ریاضی

پایه: دهم

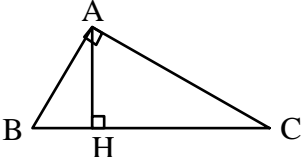
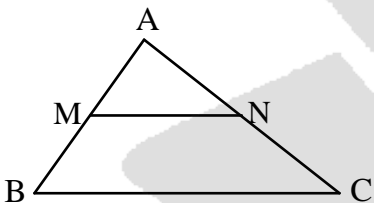
نام درس: هندسه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

صفحه ۱ از ۲

| بارم | سؤال | ردیف |
|------|---|------|
| ۲ | مربعی به قطر ۳ رسم کنید (با پرگار و شرح ترسیم). | ۱ |
| ۲ | <p>استدلال استنتاجی زیر را کامل کنید.</p> <p>مثلث دلخواه ABC در شکل مقابل را در نظر می‌گیریم. نیمسازهای زاویه‌های A و B مانند شکل یکدیگر را در نقطه‌ای مانند P قطع می‌کنند. از نقطه P، مانند شکل سه عمود به اضلاع مثلث رسم می‌کنیم.</p> <p>(۱) نقطه P روی نیمساز A است؛ بنابراین =</p> <p>(۲) نقطه P روی نیمساز B است؛ بنابراین =</p> <p>از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: = بنابراین نقطه P روی در نتیجه نقطه P محل برخورد</p> | ۲ |
| ۲ | حدود x را طوری بیابید که $2x - 4$ و 10 و 12 اضلاع یک مثلث باشند. | ۳ |
| ۲ | ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه ناهم‌اند، آنگاه ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر. | ۴ |
| ۱ | واژه‌های زیر را تعریف کنید. الف) استدلال استنتاجی ب) برهان خلف | ۵ |
| ۱ | اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست باشد، مساحت آنها برابر با نسبت اندازه قاعده‌های آنهاست. | ۶ |
| ۲ | قضیه تالس: ثابت کنید هرگاه در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع، چهار پاره‌خط جدا می‌کند که اندازه‌های آنها تشکیل یک تناسب را می‌دهند. | ۷ |
| ۲ | <p>در دوزنقه مقابل $MN \parallel AB \parallel CD$، ثابت کنید: $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$.</p>  | ۸ |



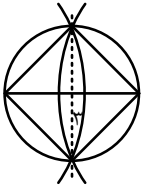
| بارم | سؤال | ردیف |
|------|---|------|
| ۲ | <p>در مثلث قائم‌زاویه ABC ($A = 90^\circ$)، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. ابتدا ثابت کنید مثلث‌های $\triangle ABC$ و $\triangle AHC$ متشابه‌اند. سپس بگویید چرا $AC^2 = BC \cdot CH$؟</p>  | ۹ |
| ۲ | <p>اگر مثلث‌های ABC و $A'B'C'$ متشابه باشند و نسبت تشابه آنها K باشد ($\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$)، نشان دهید نسبت نیمسازهای این دو مثلث همان نسبت k (نسبت تشابه) است.</p> | ۱۰ |
| ۲ | <p>در شکل روبه‌رو $BC \parallel MN$ است و مساحت دوزنقه $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت $\frac{MB}{MA}$ را به دست آورید.</p>  | ۱۱ |
| ۲۰ | جمع بارم | |



گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب الفبا): ملوک احدزاده، لادن اعرابی، جواد خیرآبادی، مریم خیری، سید امیررضا علوی، فریبا فکور، ماندانا قطبی نژاد، آقای کیوان

پاسخ سؤال ۱:

ابتدا قطری به طول ۳ می‌زنیم و عمودمنصف آن را رسم کرده و به محل برخورد آن دو دایره‌ای به شعاع ۳ می‌زنیم. نقاط برخورد دایره و عمودمنصف رأس‌های دیگر مربع است. چون قطرهای عمودمنصف و برابرند.



پاسخ سؤال ۲:

$$FP = EP \quad (۲)$$

$$FP = GP \quad (۱)$$

(۲) نیمساز زاویه C است / نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث ABC است.

(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۳:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 4 > 0 \Rightarrow x > 2 \\ 10 + 12 > 2x - 4 \Rightarrow 2x < 26 \Rightarrow x < 13 \\ 10 + 2x - 4 > 12 \Rightarrow x > 3 \\ 12 + 2x - 4 > 10 \Rightarrow x > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 < x < 13$$

پاسخ سؤال ۴:

فرض: $\hat{B} > \hat{C}$

حکم: $AC > AB$

با استفاده از برهان خلف فرض می‌کنیم $AC \leq AB$.

اگر $AC = AB$ ، آنگاه مثلث ABC متساوی‌الساقین است و در نتیجه $\hat{B} = \hat{C}$ که با فرض در تناقض است.

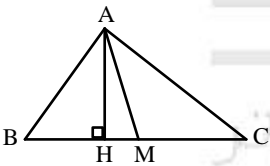
اگر $AC < BC$ ، آنگاه طبق قضیه ضلع برتر، $\hat{B} < \hat{C}$ که با فرض در تناقض است. بنابراین $AC > AB$ است.

پاسخ سؤال ۵:

الف) استدلالی است براساس نتیجه‌گیری منطقی از حقایقی که قبلاً درستی آن را می‌دانستیم.

ب) در آن فرض می‌کنیم نقیض حکم درست نیست و به خلاف فرض یا یک عبارت نادرست می‌رسیم.

پاسخ سؤال ۶:



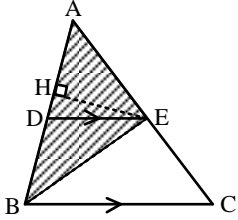
$$\frac{S_{MBA}}{S_{MCA}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times MB}{\frac{1}{2}AH \times MC} = \frac{MB}{MC}$$

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

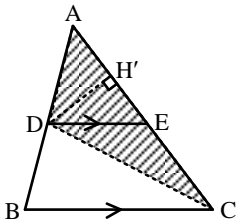


پاسخ سؤال ۷:

اثبات قضیه تالس:

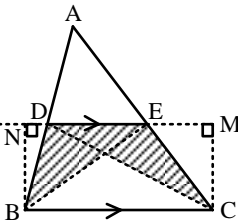


$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{\frac{1}{2}EH(AD)}{\frac{1}{2}EH(DB)} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{AD}{DB} \quad (1)$$



$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{\frac{1}{2}DH'(AE)}{\frac{1}{2}DH'(EF)} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{AE}{EC} \quad (2)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle BDE} &= \frac{1}{2}BN \times DE \\ S_{\triangle DEC} &= \frac{1}{2}CM \times DE \\ DE \parallel BC &\Rightarrow BN = CM \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{\triangle BDE} = S_{\triangle DEC} \quad (3)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۴)

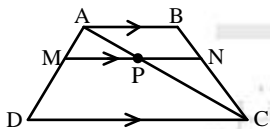
پاسخ سؤال ۸:

قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در P قطع کند. در مثلث ADC داریم:

$$MP \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MD} = \frac{AP}{PC} \quad (1)$$

در مثلث CAB داریم:

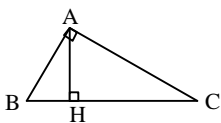
$$PN \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CP}{AP} = \frac{CN}{NB} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{AP}{PC} = \frac{BN}{NC}$$



$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \Leftarrow 1 \text{ و } 2$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۹:

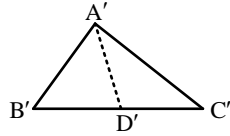
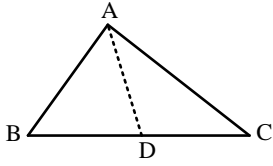


$$\left. \begin{aligned} \hat{C} &= \hat{C} \quad (0/5) \\ H &= A = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{زز}} \triangle ABC \sim \triangle AHC \quad (0/25)$$

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{AC}{BC} = \frac{AH}{AB} = \frac{CH}{AC} \quad (0/5) \Rightarrow AC^2 = CH \cdot BC$$



پاسخ سؤال ۱۰:



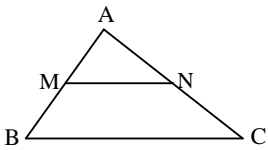
فرض: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

حکم: $\frac{AD}{A'D'} = k$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \text{ طبق فرض} \\ \hat{A} = \hat{A}' \xrightarrow{+2} \hat{\frac{A}{2}} = \hat{\frac{A'}{2}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} \xrightarrow{(0/75)} \triangle ABD \sim \triangle A'B'D' \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \left(\frac{AB}{A'B'} \right) = \frac{AD}{A'D'} \Rightarrow \frac{AD}{A'D'} = k \quad (0/5)$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۱:



$$\frac{S_{MNCB}}{S_{AMN}} = \frac{\lambda}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \xrightarrow{(0/25)} \frac{S_{MNCB} + S_{AMN}}{S_{AMN}} = \frac{\lambda + 1}{1} = 9 \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{MNA}} = 9, \quad MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AB}{AM} = 3 \xrightarrow{\text{تفصیل در صورت}} \xrightarrow{(0/25)} \frac{AB - AM}{AM} = 2 \quad (0/5)$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۹)