

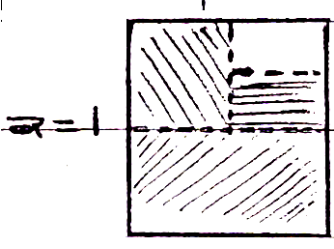
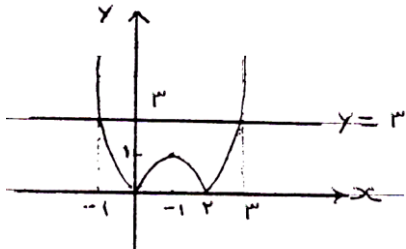
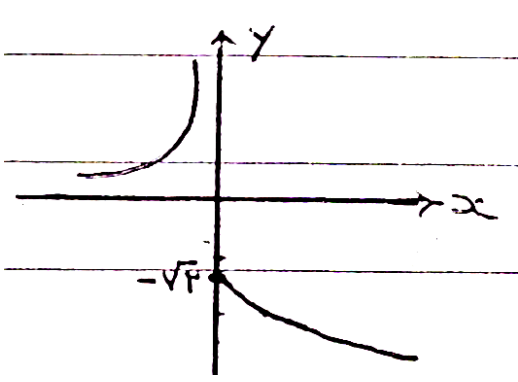
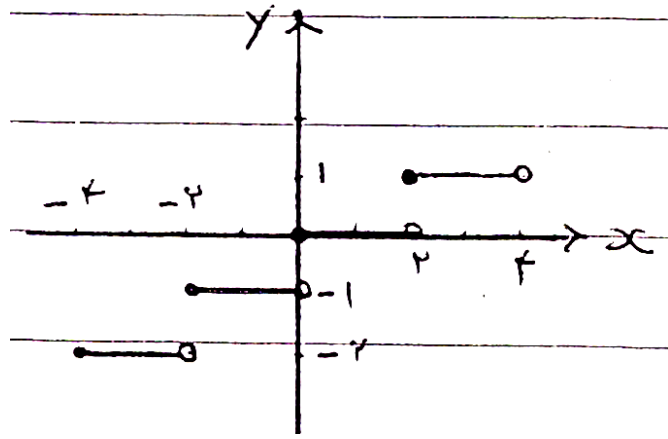
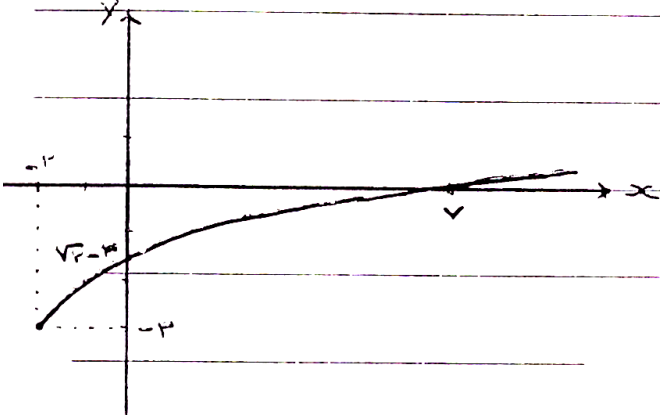


نام و نام خانوادگی:	جمهوری اسلامی ایران	نام درس: حسابان
مقطع و رشته: یازدهم ریاضی	اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران	نام دبیر: بیگی
شماره داوطلب:	اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۰۹
تعداد صفحه سؤال: ۱	دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه	ساعت امتحان: ۸ صبح
		مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	سؤالات	زمان
۱	مجموع همه عددهای طبیعی مضرب ۴ دو رقمی را بدست آورید.	۱,۲۵
۲	طول ضلع مربعی یک متر است، ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می کنیم، سپس نیمی از مساحت باقی مانده را رنگ می کنیم و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از مرحله قبل را رنگ می کنیم، پس از چند مرحله حداقل ۹۹٪ سطح مربع رنگ شده است؟	۱,۲۵
۳	مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر ۲- باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را بدست آورید.	۱
۴	بدون حل معادله و با استفاده از S و P و Δ در وجود و علامت ریشه های معادله ی $-x^2 + x + 3$ بحث کنید.	۱
۵	معادله ی درجه دومی تشکیل دهید که ریشه های آن $2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ باشند.	۱
۶	معادله ی مقابل را حل کنید. $2 + \sqrt{1+x} = \sqrt{x}$	۱
۷	ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x $ را رسم کنید، سپس به روش هندسی معادله ی $ x^2 - 2x = 3$ را حل کنید.	۱,۵
۸	نقاط $A(0, 6)$ و $B(8, -8)$ نقاط انتهایی قطر یک دایره می باشند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را بدست آورید.	۱
۹	اگر فاصله ی $A(1, 2)$ از خط $ax + 4y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار a چقدر است؟	۱
۱۰	آیا معادله ی مقابل یک تابع را مشخص می کند؟ دلیل بیاورید. $x = y + 1$	۱
۱۱	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را معلوم کنید؟ $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x < 0 \\ -\sqrt{x+2}, & x \geq 0 \end{cases}$	۲
۱۲	نمودار تابع مقابل را رسم کنید. $f(x) = \left\lfloor \frac{1}{2}x \right\rfloor \quad -4 \leq x \leq 4$	۲
۱۳	به کمک رسم نمودار، وارون پذیری تابع زیر را بررسی کنید، سپس ضابطه ی تابع وارون آن را بدست آورید. $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$	۲
۱۴	اگر $f = \{(-4, 13), (-1, 7), (0, 5), (\frac{5}{2}, 0), (3, -5)\}$ و $g = \{(-4, -7), (-2, -5), (0, -3), (3, 0), (5, 2), (9, 6)\}$ باشد، توابع $f+g$ و $f-g$ و $\frac{f}{g}$ را بدست آورید.	۱,۵
۱۵	برای دو تابع $f(x) = \frac{1}{x-3}$ و $g(x) = \frac{4}{x}$ تابع $f \circ g$ و دامنه ی آن را بدست آورید.	۱,۵
۲۰		

<p>نام درس: حسابان</p> <p>نام دبیر: بیگی</p> <p>تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۰۹</p> <p>ساعت امتحان: ۸ صبح</p> <p>مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه</p>	<p>جمهوری اسلامی ایران</p> <p>اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران</p> <p>اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران</p> <p>دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه</p> 	<p>پاسخ نامه سوالات</p>
ردیف	راهنمای تصحیح	ردیف
	<p>۱۲, ۱۶, ۲۰, ..., ۹۶</p> $a_1 = 12, d = 4, \quad a_n = a_1 + (n-1)d \quad S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ $96 = 12 + (n-1)4 \rightarrow 96 = 12 + 4n - 4 \rightarrow n = 22$ $S_{22} = \frac{22}{2}(12 + 96) = 11 \times 108 \rightarrow S_{22} = 1188$	۱
	 $S = a^r = 1$ $\frac{S}{2}, \frac{S}{4}, \frac{S}{8}, \dots \rightarrow S = 1 \rightarrow \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots > \frac{99}{100}$ $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} \rightarrow \frac{\frac{1}{2}(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} > \frac{99}{100} \rightarrow 1 - (\frac{1}{2})^n > \frac{99}{100} \rightarrow (\frac{1}{2})^n < \frac{1}{100}$ $\rightarrow 2^n > 100 \rightarrow n = 7$	۲
	$f(x) = x^r + kx^r - x - 2, x = -2$ $-8 + 4k + 2 - 2 = 0 \rightarrow k = 2 \quad f(x) = x^r + 2x^r - x - 2$ $x^r + 2x^r - x - 2 \div x + 2 = x^r - 1 \quad x^r - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$ <p>$f(x)$ صفرهای دیگر تابع</p>	۳
	$-x^r + x + 3 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 1 + 12 = 13 > 0$ دو ریشه $P = \frac{c}{a} = -3 < 0$ دو ریشه مختلف علامه $S = \frac{-b}{a} = 1 > 0$ دو ریشه مختلف علامه، ریشه بزرگتر مثبت می باشد	۴
	$\begin{cases} \alpha = 2 + \sqrt{3} \\ \beta = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4 \\ P = \alpha \times \beta = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1 \end{cases} \rightarrow x^r - Sx + P = 0 \rightarrow x^r - 4x + 1 = 0$	۵
	$2 + \sqrt{1+x} = \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{1+x} = \sqrt{x} - 2 \rightarrow 1+x = x+4-4\sqrt{x} \rightarrow 4\sqrt{x} = 3 \rightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{4} \rightarrow x = \frac{9}{16}$ غ غ ق	۶
	 $f(x) = x^r - 2x \rightarrow f(x) = (x-1)^r - 1 $ $\begin{cases} f(x) = x^r - 2x \\ g(x) = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ با توجه به شکل}$	۷
	$A \begin{vmatrix} \cdot \\ 6 \end{vmatrix} B \begin{vmatrix} 8 \\ -8 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{cases} x_c = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0 + 8}{2} = 4 \\ y_c = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6 - 8}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$ $R = CA = \sqrt{(x_c - x_A)^r + (y_c - y_A)^r} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$	۸

	$A \begin{vmatrix} 1 \\ 7 \end{vmatrix} ax + 4y - 1 = 0 \quad d = 2$ $d = \frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow 2 = \frac{ a + 1 - 1 }{\sqrt{a^2 + 16}} \rightarrow 2 = \frac{ a + 1 }{\sqrt{a^2 + 16}}$ $4a^2 + 64 = a^2 + 49 + 14a \rightarrow 3a^2 - 14a + 15 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{3} \\ a = 3 \end{cases}$	۹
	<p>تابع نیست، زیرا مثلاً به ازای $x = 2$ داریم:</p> $x = y + 1 \quad 2 = y + 1 \rightarrow y = 1 \rightarrow y = \pm 1$	۱۰
	 $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x < 0 \\ -\sqrt{x+2}, & x \geq 0 \end{cases}$ $D_f = R \quad R_f = (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (0, +\infty)$	۱۱
	 $f(x) = \left\lfloor \frac{1}{3}x \right\rfloor \quad -4 \leq x \leq 4$ $\begin{aligned} -4 \leq x < -2 &\rightarrow -2 \leq \frac{1}{3}x < -1 \rightarrow y = -2 \\ -2 \leq x < 0 &\rightarrow -1 \leq \frac{1}{3}x < 0 \rightarrow y = -1 \\ 0 \leq x < 2 &\rightarrow 0 \leq \frac{1}{3}x < 2 \rightarrow y = 0 \\ 2 \leq x < 4 &\rightarrow 1 \leq \frac{1}{3}x < 2 \rightarrow y = 1 \end{aligned}$	۱۲
	 $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ <p>پس تابع یک به یک و معکوس پذیر است.</p> $\begin{aligned} y &= \sqrt{x+2} - 3 \\ y + 3 &= \sqrt{x+2} \\ (y+3)^2 &= x+2 \\ f^{-1}(x) &= (x+3)^2 - 2 \\ D_{f^{-1}} &= [-3, +\infty) \end{aligned}$	۱۳
	$\begin{aligned} f + g &= \{(-4, 6), (0, 2), (3, -5)\} \\ f - g &= \{(-4, 20), (0, 8), (3, 5)\} \\ \frac{f}{g} &= \left\{ \left(-4, \frac{13}{5}\right), \left(0, -\frac{5}{3}\right) \right\} \end{aligned}$	۱۴

	$f(x) = \frac{1}{x - 3} \rightarrow D_f = R - \{3\}$ $g(x) = \frac{3}{x} \rightarrow D_g = R - \{0\}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{x \in R - \{0\} \mid \frac{3}{x} \in R - \{3\}\right\} = R - \left\{0, \frac{3}{3}\right\}$ $\frac{3}{x} = 3 \rightarrow x = \frac{3}{3}$ $f \circ g(x) = f(g(x)) = \frac{1}{\frac{3}{x} - 3} = \frac{x}{3 - 3x}$	15
--	---	----