

محاسبات را در یکای ساعت، کیلومتر و کیلومتر بر ساعت انجام می‌دهیم.

$$x_1 = v_1 t_1 \rightarrow v_1 t_1 = 300 \rightarrow t_1 = \frac{300}{v_1} \quad \text{I}$$

$$x_2 = v_2 t_2 \rightarrow (v_1 + 5)(t_1 - \frac{2}{3}) = 300$$

$$\frac{v_1 t_1}{300} + 5t_1 - \frac{2}{3} v_1 - \frac{10}{3} = \frac{300}{300} \rightarrow 5t_1 - \frac{2}{3} v_1 = \frac{10}{3} \quad \text{(I)}$$

$$\frac{1500}{v_1} - \frac{2}{3} v_1 = \frac{10}{3} \xrightarrow{\times 3v_1} 4500 - 2v_1^2 = 10v_1 \rightarrow$$

$$v_1^2 + 5v_1 - 2250 = 0 \rightarrow (v_1 + 50)(v_1 - 45) = 0 \Rightarrow v_1 = 45$$

۱۳۵-گزینه «ا»

طرفین وسطین $\rightarrow \frac{2a}{3a} = \frac{2a+6}{3a+6} = \frac{5}{7}$ کسر معادل $\frac{2}{3}$

$$14a + 42 = 15a + 30 \rightarrow a = 12$$

مجموع صورت $\frac{24}{36}$ کسر اولیه و مخرج $\rightarrow 6$

۱۳۶-گزینه «ف»

نکته: هر صفر از حاصل ضرب یک عامل ۲ در یک عامل ۵ حاصل می‌شود پس کافی است تعداد عامل‌های ۲ و ۵ را در ۵۰! محاسبه می‌کنیم و از آن‌جا که تعداد ۲ها خیلی بیش‌تر از تعداد ۵ها می‌باشد کافی است فقط تعداد ۵ها را بشماریم.

$$50! \text{ در } 5 \text{ : } \left[\frac{50}{5} \right] + \left[\frac{10}{5} \right] = 10 + 2 = 12$$

پس عدد حاصل به ۱۲ صفر سمت راست ختم می‌شود.

۱۳۷-گزینه «ب»



$$14 + 7 + ? = 24 \Rightarrow ? = 12$$

با توجه به ارقام باقی‌مانده $e + f = 15 \rightarrow e, f = 6, 9$

با توجه به ارقام باقی‌مانده $N + d = 22 \rightarrow N, d = 10, 12$

$$a + b + c + d = 22$$

سراسری ۹۹

درک عمومی ریاضی و فیزیک

۱۳۱-گزینه «ب»

$$n(n+1) = 56 + 5(n+n+1)$$

$$n^2 + n = 56 + 8n + 4 \rightarrow n^2 - 7n - 60 = 0$$

$$(n-12)(n+5) = 0 \begin{cases} n = -5 \text{ ق.غ} \\ n = 12 \end{cases}$$

پس اعداد ۱۲ و ۱۳ می‌باشند و عدد بزرگ‌تر ۱۳ می‌باشد.

۱۳۲-گزینه «ا»

ساعت $8 \times 12 = 96$ کارگر اول
ساعت $10 \times 16 = 160$ کارگر دوم
نسبت دستمزد کارگر اول به دوم به ۵ است. پس اگر به ساعت تبدیل کنیم هر یک ساعت کار کارگر اول معادل $\frac{6}{5}$ ساعت کار کارگر دوم است. لذا داریم:

$$\text{ساعت } 96 \times \frac{6}{5} = 115.2$$

ساعت 160 کارگر دوم

115.2	
160	
275.2	21500

واحد $9000 = \frac{115.2 \times 21500}{275.2} = \text{مزد کارگر اول}$

۱۳۳-گزینه «ف»

$$(1-\sqrt{2})^{-1} = \frac{2}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{2+2\sqrt{2}}{1-2} = -2-2\sqrt{2}$$

$$(1+\sqrt{2})^2 = 1+2\sqrt{2} = 3+2\sqrt{2}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\text{میانگین } 3 \text{ عدد} = \frac{-2-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}+\frac{7}{2}}{3} = \frac{\frac{9}{2}}{3} = \frac{9}{6} = 1.5$$

۱۳۴-گزینه «ب»

$$\text{ساعت } 40 = \frac{2}{3}$$

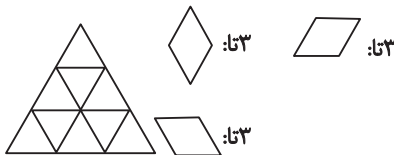
$$(I), (II) \Rightarrow MP = MN - MP = \frac{2}{3}b - \frac{1}{3}b = \frac{1}{3}b$$

$$S_{\text{مستطیل}} = 4ab = 27/5 \rightarrow ab = \frac{27/5}{4}$$

$$S_{ABPM} = \frac{(\frac{1}{3}b + b)}{2} \times a = \frac{2}{3}ab = \frac{2}{3} \times \frac{27/5}{4} = \frac{37/5}{6} = 6/25$$

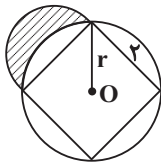
۱۴۱- گزینهی «۴»

می دانیم هر لوزی یک متوازی الاضلاع کوچک داریم



پس در مجموع ۹ متوازی الاضلاع کوچک داریم

۱۴۲- گزینهی «۲»



$$r = \frac{d}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

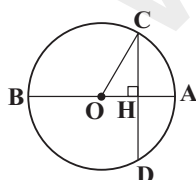
ابتدا مساحت محصور بین مربع و دایره محیطی آن را می یابیم:

$$S_{\text{محصور}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{دایره‌ای}} = \pi r^2 - a^2 = 2\pi - 4$$

حال برای یافتن مساحت ناحیه هاشورخورده کافی است مساحت یک چهارم ناحیه محصور را از مساحت نیم دایره کم کنیم:

$$S_{\text{نیم دایره}} - \frac{1}{4} S_{\text{محصور}} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4} (2\pi - 4) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + 1 = 1$$

۱۴۳- گزینهی «۱»



$$AB = 10 \Rightarrow r = 5$$

$$OA = OC = r = 5$$

$$CD = 8 \rightarrow CH = 4$$

$$AH = OA - OH$$

در مثلث OCH داریم:

$$OC^2 = OH^2 + CH^2$$

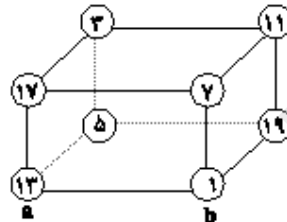
$$25 = OH^2 + 16 \rightarrow H = 3$$

$$AH = OA - OH = 5 - 3 = 2$$

پس ارقام باقی مانده برای c, b و a ارقام ۲, ۸ و ۱۱ هستند. لذا داریم:

$$2 + 8 + 11 + d = 33 \rightarrow 21 + d = 33 \rightarrow d = 12 \Rightarrow N = 10$$

۱۳۸- گزینهی «۱»



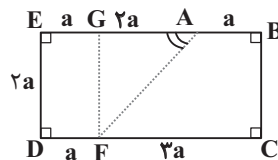
چون مجموع اعداد هر وجه عددی ثابت (K) می باشد. پس اگر تمام وجهها را با هم جمع کنیم حاصل 6K می شود و از آنجا که هر رأس در سه وجه قرار دارد پس داریم:

$$3(1 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19) = 6K \Rightarrow K = 38$$

$$a + b + 7 + 17 = k = 38 \rightarrow a + b = 14$$

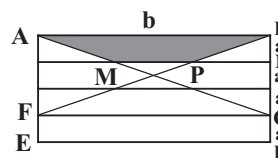
که فقط در گزینهی «۱» حاصل جمع a و b برابر با ۱۴ می باشد.

۱۳۹- گزینهی «۳»



اگر از F خطی بر ضلع BE عمود کنیم مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین AGF ساخته می شود. لذا زاویه حاده A برابر با ۴۵° می باشد.

۱۴۰- گزینهی «۳»



با توجه به قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{NC}{BC} = \frac{MN}{AB} \rightarrow \frac{2a}{3a} = \frac{MN}{b} \rightarrow MN = \frac{2}{3}b \quad (I)$$

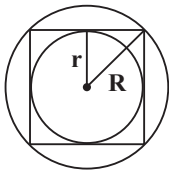
همین طور در مثلث BFC نیز داریم:

$$\frac{BN}{BC} = \frac{PN}{FC} \Rightarrow \frac{a}{3a} = \frac{PN}{b} \rightarrow PN = \frac{1}{3}b \quad (II)$$

$$\frac{S_{MAB}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{4}{9} S_{MDC}}{\frac{5}{9} S_{MDC}} = \frac{4}{5} \times 100 = 80\%$$

۱۴۸- گزینهی «۲»

اگر طول ضلع مربع را a بگیریم داریم (d قطر مربع)



$$r = \frac{a}{2} \text{ شعاع دایره محاطی}$$

$$R = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ شعاع دایره محیطی}$$

$$\frac{\text{مساحت دایره محاطی}}{\text{مساحت دایره محیطی}} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{\pi \frac{a^2}{4}}{\pi \frac{a^2 \times 2}{4}} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

۱۴۹- گزینهی «۳»

اگر شکل را 180° درجه دوران دهیم شکل بر خودش منطبق می شود لذا مرکز دوران داریم، همین طور شکل ۴ محور تقارن نیز دارد.

۱۵۰- گزینهی «۲»

میزان جابه‌جایی ارتفاع آب داخل استوانه = حجم آب جابه‌جا شده با پیمانه
چون ۲ بار با پیمانه نیم‌کره‌ای آب برداشته‌ایم پس حجم آب جابه‌جا شده با پیمانه، معادل حجم کره‌ای به قطر ۱۲ است.

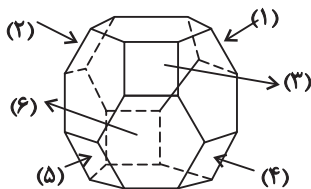
$$V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 288\pi$$

$$V_2 = \pi R^2 H = \pi \times 144 \times H$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow 288\pi = 144\pi H \rightarrow H = 2$$

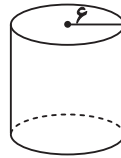
آب استوانه ۲ واحد کاهش می‌یابد.

۱۵۱- گزینهی «۴»



۱۴۴- گزینهی «۴»

حجم آب جابه‌جا شده برابر با حجم گوی می‌باشد.



$$V = \pi r^2 h = \pi \times 3^2 \times 1 = 9\pi$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = 9\pi$$

$$\rightarrow R^3 = 27 \rightarrow R = 3$$

۱۴۵- گزینهی «-»

چندضلعی کوژ همان چندضلعی محدب است و می‌دانیم در یک n

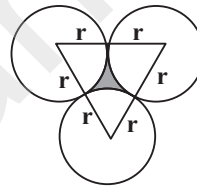
ضلعی محدب از هر رأس $n-3$ قطر می‌گذرد پس داریم:

$$n-3=7 \Rightarrow n=10$$

$$\text{مجموع زوایای داخلی} : (n-2) \times 180 = 8 \times 180 = 1440$$

پاسخ صحیح در گزینه‌ها نیست

۱۴۶- گزینهی «۱»



اگر مراکز هر سه دایره را به هم وصل کنیم مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $2r$ ساخته می‌شود.

حال برای به‌دست آوردن مساحت ناحیه هاشورخورده داریم:

$$S_{\text{مثلث}} - 3S_{\text{دایره}} = S_{\text{مثلث}} - 3 \left(\frac{1}{2} \pi r^2 \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 - \frac{3}{2} \pi r^2$$

$$= \sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$$

توجه: هر قطاع دایره با توجه به زاویه در مثلث متساوی‌الاضلاع 60°

است. پس ۳ قطاع دایره 60° معادل با همان نیم‌دایره است.

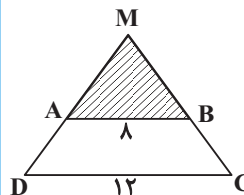
۱۴۷- گزینهی «۴»

با توجه به قضیه تالس داریم:

نسبت تشابه مثلث AMB به مثلث

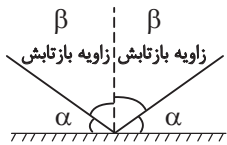
MDC برابر است با $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{12}$ پس نسبت

$$\left(\frac{1}{12}\right)^2 = \frac{1}{144} = \frac{S_{AMB}}{S_{MDC}}$$



$$S_{MAB} = \frac{1}{144} S_{MDC} \rightarrow S_{ABCD} = \frac{145}{144} S_{MDC}$$

۱۵۶- گزینهی «۲»



$$\alpha = \frac{1}{4} \times 2\beta \rightarrow \alpha = \frac{1}{2}\beta$$

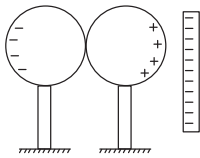
$$\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \alpha = \frac{1}{2}\beta \end{cases} \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\beta = 60^\circ$$

۱۵۷- گزینهی «۱»

چون در این جا هیچ نیروی اصطکاکی وجود ندارد پس نیروهای عمل و عکس‌العمل با هم برابر هستند و با توجه به رابطه $F = ma$ چون جرم و شتاب رابطه عکس دارند پس با توجه به جرم کمتر پسر نسبت به اسب، شتاب پسر (a_2) بیش تر می‌باشد.

۱۵۸- گزینهی «۱»



با توجه به این که بار میله منفی می‌باشد لذا بارهای منفی دفع می‌شوند و در کره B جمع می‌شوند. لذا از بارهای منفی کره A کاسته شده و به بارهای منفی کره B افزوده می‌شود. حال اگر دو کره را از هم جدا کنیم کره A بار مثبت و کره B بار منفی خواهد داشت.

۱۵۹- گزینهی «۳»

۱۶۰- گزینهی «۴»

می‌دانیم: دسی متر مکعب = لیتر

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{540g}{0.2} = 2700 \frac{g}{lit}$$

۱۵۲- گزینهی «۲»

$$24 = 5 + 9 + 10 = \text{محیط مثلث اول}$$

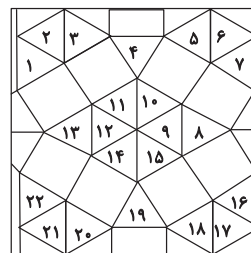
$$18 = \text{محیط مثلث دوم}$$

$$\text{نسبت محیطها} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$\text{نسبت مساحتها} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

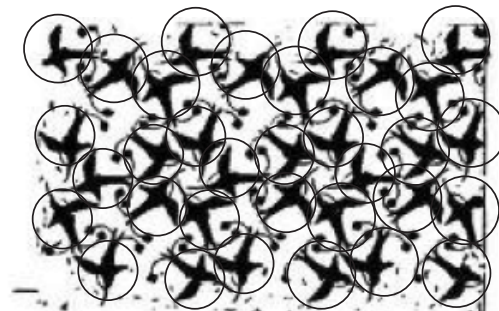
۱۵۳- گزینهی «۳»

برای شمارش کافی است داخل هر مثلث متساوی‌الاضلاع کوچک شماره آن را بگذاریم.



۱۵۴- گزینهی «۳»

کافی است هر پرنده سیاه را که می‌شماریم دور آن دایره بکشیم تا خطا نکنیم.



۱۵۵- گزینهی «۲»

دوازده وجهی منتظم از ۱۲ پنج‌ضلعی منتظم ساخته شده است ولی از آن جا که هر رأس ۳ پنج‌ضلعی بر روی هم می‌نشینند پس کافی است تعداد کل رئوس را بر ۳ تقسیم کنیم.

$$\text{رأس} = \frac{12 \times 5}{3} = 20$$