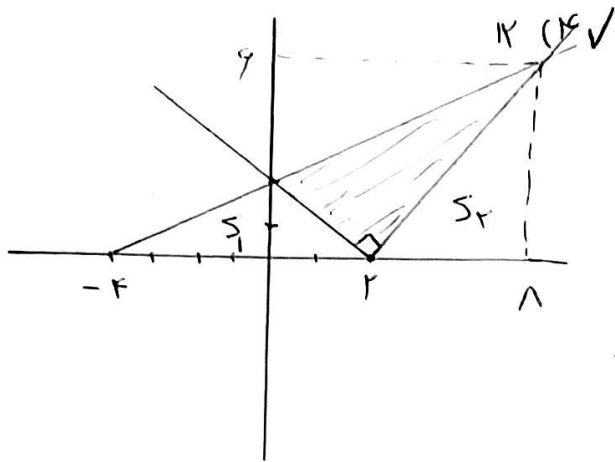


حل سریع سوالات حسابان کنکور ریاضی سال ۹۹ صفحه ۱ ظاهر دارستانی

۱۰۶ مساحت ناحیه محدود به نمودار ربع اول $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{4}x + 2$ کدام است؟



- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰

حل سریع:

$S_1 = 4$
 $S_2 = 18$
 $\Rightarrow S = 24$

\Rightarrow جواب = $34 - 24 = 10$
 گزینه ۳

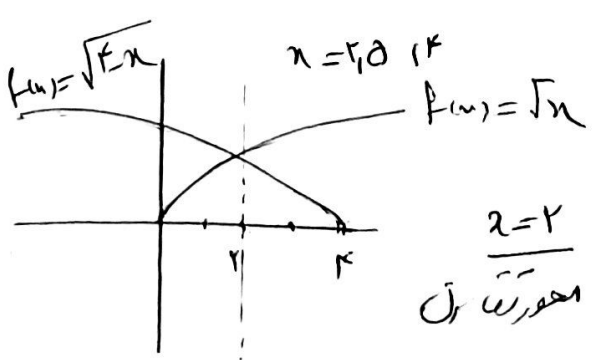
۱۰۷ اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+4}{1-x}$ باشند مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

حل سریع:

$f^{-1}(20) = ? \Rightarrow x + \sqrt{x} = 20 \Rightarrow x = 14$
 $g^{-1}(14) = ? \Rightarrow \frac{9x+4}{1-x} = 14 \Rightarrow 25x = 10 \rightarrow x = \frac{2}{5}$
 گزینه ۱

۱۰۸: تقریبی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ نسبت به محور x ها یکنواخت در فاصله ۴ واحد به سمت راست اتصال می‌دهیم. نیمی از فاصله یکنواخت نسبت به کدام خط می‌کشند؟



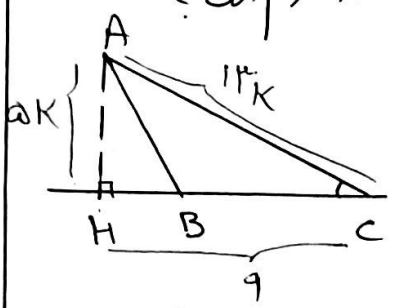
- (۱) $x = 1$ (۲) $x = 1.5$ (۳) $x = 2$

حل سریع:

$f(x) = \sqrt{-(x-4)}$
 $f(x) = \sqrt{4-x}$

محور تقارن

۱۰۴ در مثل زیر فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ ، $CH = 9$ اندازهی ارتفاع AH را بیابید؟



۲۱۵ (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۱۲ (۳) ۲۱۷ (۴) ۲۱۸ (۵)

$$\sin C = \frac{5}{13} \Rightarrow \begin{cases} AH = 5k \\ AC = 13k \end{cases} \Rightarrow 149k^2 = 81 + 25k^2 \Rightarrow$$

$$k = \frac{9}{4} \rightarrow AH = 5 \times \frac{9}{4} = \frac{45}{4} \Rightarrow \text{گزینه ۲}$$

۱۱۰ اگر انتهای کمان α در ربع دوم باشد و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ ، مقدار $\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha)$ را بیابید؟

۱) $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ ۲) $-\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10} = -\frac{\sqrt{2}}{10}$$

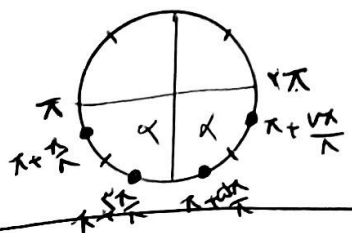
$$\begin{aligned} \cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha) &= \cos(2\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha) = \cos(2\pi - (\frac{\pi}{4} - \alpha)) = -\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{10} + \frac{\sqrt{2}}{10} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

۱۱۱. مجموع جواب‌های معادله $\tan(2x) \tan(x) = 1$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ را بیابید.

۱) 5π ۲) 4π ۳) $\frac{4\pi}{2}$ ۴) $\frac{11\pi}{2}$

$$\tan 2x \tan x = 1 \Rightarrow \frac{\sin 2x \sin x}{\cos 2x \cos x} = 1 \rightarrow \sin 2x \sin x - \cos 2x \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \cos(x+x) = 0 \rightarrow \cos 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$



$$\Rightarrow \left. \begin{matrix} \pi + \frac{\pi}{4} \\ \pi + \frac{3\pi}{4} \\ \pi + \frac{5\pi}{4} \\ \pi + \frac{7\pi}{4} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{+} 4\pi + 2\pi = 6\pi \Rightarrow \text{گزینه ۲}$$

۱۱۲ اعداد صحیح را طوری دسته بندی کردیم که تعداد جملات بودسته برابر شودی آن دسته باشد.

صفر ... { ۲, ۴, ۵, ۶ } , { ۲, ۳ } , { ۱ } . مجموع اعداد واقع در دسته k میم کدام است؟

- (۱) ۴۱۲۰ (۲) ۴۰۲۰ (۳) ۴۰۱۰ (۴) ۲۹۸۰

حل سری: مقدار اعدادی که در ۱۹ دسته اول تکرار دارند برابر است با $1+2+3+\dots+19$

که من شود $19 \times 20 = 190$ پس ۱۹۰ عدد در فاصله دسته اول تکرار می گردند پس اولین عدد در دسته میم ۱۹۱ است.

$S_n = 10 \times 401 = 4010$ { ۲۱۰, ۱۹۲, ... }

۱۱۳ مقدار 24 k م از عنصری مدهود است. اگر عنصر مدهود نظر در همدت زمان ۳ روز، $\frac{1}{10}$ جزء باقی مانده را از دست بدهد پس از مدهود 8 k م از آن مفر باقی می ماند ($\log 3 = 0.477$)

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۷۰ (۴) ۲۴۰

حل سری: گزینه ۱

$24, 24 \times 0.9, 24 \times (0.9)^2, \dots$

$a_n = 8$
 $n = ?$
 $a_n = 24 \times (0.9)^{n-1} = 8 \Rightarrow (0.9)^{n-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \log (0.9)^{n-1} = \log \frac{1}{3}$

$\Rightarrow (n-1)(\log 0.9 - \log 1.0) = -\log 3 \Rightarrow n = 14 \rightarrow 14 \times 3 = 42$

۱۱۴ فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n+1} - 2^{1-n}}{2^{n+1} + 3 \times 2^{1-n}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۱

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 \times 2^n - 2 \times (\frac{1}{2})^{2n}}{2 \times 2^n + 3 \times (\frac{1}{2})^{2n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 \times 2^n}{2 \times 2^n} = 1$

۱۱۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x+5}}{x - \sqrt{x+1}}$ ؟

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x+5}}{x - \sqrt{x+1}} \stackrel{(H)}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \frac{\sqrt{x+5}}{x}}{x - \frac{\sqrt{x+1}}{x}} = \frac{x - \frac{\sqrt{x+5}}{x}}{x - \frac{\sqrt{x+1}}{x}} = \frac{-9}{5} = -1,8$

-۱,۵ (۱)
 -۱,۲ (۲) ✓
 -۰,۱۸ (۳)
 -۰,۱۶ (۴)

۱۱۶ فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & |x-1| \geq 1 \end{cases}$ ؟

$\frac{5}{2}$ (۴) ۱ (۳) -۱ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۱) ✓

حل سریع :

$f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & 0 < x < 2 \\ x^2 + ax + b & x \leq 0 \text{ یا } x \geq 2 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1)[x] = f(0) = b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} (0) = b \Rightarrow b = 0$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-1)[x] = f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-1)(1) = 2 + 2a \Rightarrow 2 + 2a = 1 \Rightarrow$

$a = -\frac{1}{2}$

۱۱۷ نمودار تابع $f(x) = \frac{-kx^2 + kx}{ax^2 + bx + c}$ است $x=1, x=-2, y=-1$ ؟

-۱,۵ (۴) ۱,۷۵ (۳) ۱,۵ (۲) ۱,۲۵ (۱) ✓

حل سریع :

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1 \Rightarrow \frac{-k}{a} = -1 \rightarrow a = k \Rightarrow f(x) = \frac{-kx^2 + kx}{kx^2 + bx + c}$

$x=1, x=-2$ جایگزین \Rightarrow $2x^2 + bx + c = k(x-1)(x+2)$
 $\Rightarrow b = 2, c = -k \Rightarrow f(x) = \frac{-kx^2 + kx}{2x^2 + 2x - k} \Rightarrow f(-1) = 1,25$

۱۱۸ اگر f تابع مستوی باشد. $g(x) = f(\sqrt{1+t^2}x)$ و $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{13}}{2}$ باشد. مقدار

$f'(2)$ کدام است؟ $(1) -\frac{1}{2}$ $(2) \frac{1}{2}$ $(3) \frac{1}{2}\sqrt{13}$ $(4) 1$

حل سؤالات:

$$g'(x) = \left(f\left(\frac{1}{\cos x}\right) \right)' = \left(\frac{1}{\cos x}\right)' f'\left(\frac{1}{\cos x}\right) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \times f'\left(\frac{1}{\cos x}\right)$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \times f'(2) \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{نوع: } \sqrt{1+\tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 x}} = \frac{1}{\cos x}$$

۱۱۹ آهنگ متوسط تصویر تابع $y = \sqrt{21-x^2+4x}$ در بازه $[4, \infty)$ برابر آهنگ تصویر کسری

این تابع، یکدوم مقدار x است؟

$(1) 4+\sqrt{2}$ $(2) 4+2\sqrt{2}$ $(3) 4+\frac{4}{\sqrt{2}}$ $(4) 4+\frac{4}{\sqrt{2}}$

$$f(x) = \sqrt{-(x+4)(x-4)} \Rightarrow f'(x) = \frac{-2x+4}{2\sqrt{-x^2+4x+16}} = \frac{4-x}{\sqrt{-x^2+4x+16}}$$

$$\frac{f(4) - f(\infty)}{4 - \infty} = \frac{4 - 4}{1} = -1$$

$$f'(x) = -1 \Rightarrow \frac{4-x}{\sqrt{-x^2+4x+16}} = -1 \Rightarrow 4-x = -\sqrt{-x^2+4x+16} \Rightarrow$$

$$x = 4 + \frac{4}{\sqrt{2}}$$