

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تممیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: آمار و احتمال  
 نام دبیر: مرجان یغمایی  
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷  
 ساعت امتحان: ۰۰ : ۰۰ : ۸ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
۱/۵	۱	سؤالات	۱	<p>ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید و سپس <u>نقیض</u> هر یک را بنویسید.</p> <p>الف) <math>\forall x \in \mathbb{Z}; \frac{4x-5}{7} = 0</math></p> <p>ب) <math>\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N}; x &gt; y</math></p>
۲	۲	<p>ارزش گزاره‌های زیر را مشخص نمائید.</p> <p>الف) اگر <u>p</u> نادرست باشد، ارزش گزاره‌ی <math>p \wedge q \Rightarrow r</math> را بررسی کنید.</p> <p>ب) اگر <u>p</u> درست باشد، ارزش گزاره‌ی <math>p \vee q \Rightarrow s</math> را بررسی نمائید.</p>	۲	
۱	۳	<p>ثابت کنید اگر <math>a \in \mathbb{Z}</math> و <math>a^2</math> مضرب ۷ باشد، آن‌گاه <math>a</math> مضرب ۷ است.</p>	۳	
صفحه ی ۱ از ۴				

۱	ثابت کنید که گزاره‌ی $(p \vee q) \vee r$ با گزاره‌ی $\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r)$ هم‌ارزند.	۴
۱	مجموعه‌ی ۵ عضوی را به چند حالت می‌توان به ۳ زیرمجموعه افراز کرد؟	۵
۱/۵	اگر به تعداد اعضای یک مجموعه، ۴ عضو اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۱۲۰ واحد اضافه می‌شود. این مجموعه چند زیرمجموعه‌ی تک‌عضوی دارد؟	۶
۲	<p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:</p> <p>(الف) <math>(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B</math></p> <p>(ب) <math>(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C</math></p>	۷
صفحه ی ۲ از ۴		

۱/۵	اگر $A = (-2, 1)$ و $B = [0, 2]$ باشند، نمودار $A^2 - A \times B$ را رسم نمائید.	۸
۱	اگر $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{b, c, d, e\}$ مجموعه $A^2 \cup B^2$ چند عضو دارد؟	۹
۱	با استفاده از روش عضوگیری ثابت کنید که اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ آنگاه $A \cap C \subseteq B \cup D$ .	۱۰
۲	<p>دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. مطلوب است:</p> <p>الف) احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد.</p> <p>ب) احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده حداقل ۱۱ باشد.</p>	۱۱
۲	از مجموعه اعداد $\{1, 2, \dots, 200\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن که عدد انتخابی الف) بر ۴ بخش پذیر باشد.	۱۲

	<p>(ب) بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد.</p> <p>(ج) نه بر ۴ و نه بر ۶ بخش پذیر باشد.</p>	
۱/۵	<p>تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد اول ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است. اگر در پرتاب این تاس، <math>A</math> پیشامد وقوع عددی کوچک‌تر از ۴ باشد، <math>P(A)</math> را بیابید.</p>	۱۳
۱	<p>اگر <math>2P(B) = P(A) = 3P(A \cap B)</math> باشد، حاصل <math>\frac{P(A-B)}{P(A \cup B)}</math> را بدست آورید.</p>	۱۴
صفحه ی ۴ از ۴		

نام درس: آماره امتحان  
 نام دبیره: مرجان یغمایی  
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷  
 ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت  
**کلید** سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۹۷



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) به عنوان مثال به ازای $x = 0$ داریم: $\frac{4(0)-5}{7} = -\frac{5}{7} \neq 0$ . پس ارزش گزاره نادرست است. نقیض: $\exists x \in \mathbb{Z}; \frac{4x-5}{7} \neq 0$ ب) ارزش گزاره نادرست. اگر $x = 1$ ، هیچ $y$ ای در $\mathbb{N}$ وجود ندارد که $x > y$ باشد. نقیض: $\exists x \in \mathbb{N} \quad \forall y \in \mathbb{N}; x \leq y$	
۲	الف) اگر $p$ نادرست باشد، آن گاه گزاره ی عطفی $p \wedge q$ در هر دو حالت $q$ با ارزش درست و نادرست، گزاره ای نادرست است. و چون $p \wedge q \Rightarrow r$ گزاره ای شرطی است که مقدم آن ارزش نادرست دارد پس به انتفاء مقدم ارزش گزاره ی شرطی فوق درست است. ب) اگر $p$ درست باشد، گزاره ی فصلی $p \vee q$ در هر دو حالت $q$ با ارزش درست و نادرست، گزاره ای درست می باشد. دو حالت اتفاق می افتد: اگر $S$ درست باشد، $S \Rightarrow p \vee q$ دارای ارزش درست است. اگر $S$ نادرست باشد، $S \Rightarrow p \vee q$ به انتفاء مقدم درست است. بنابراین $S \Rightarrow p \vee q$ دارای ارزش درست می باشد.	
۳	عکس نقیض: اگر $a \neq 7k$ آن گاه $a^2 \neq (7k)^2 \neq 49k^2 \neq 7(7k^2) \neq 7k' \rightarrow a^2 \neq 7k$	
۴	$\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r) \equiv \sim(\sim p) \vee (\sim q \Rightarrow r) \equiv p \vee (\sim(\sim q) \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$	
۵	$5 = 3 + 1 + 1$ تعداد افزازها $= \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{2}\binom{1}{1}}{2!} = \frac{10 \times 2 \times 1}{2} = 10$ $5 = 2 + 2 + 1$ تعداد افزازها $= \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{2}\binom{1}{1}}{2!} = \frac{10 \times 3 \times 1}{2} = 15$ تعداد کل افزازها $= 10 + 15 = 25$	
۶	اگر تعداد اعضای مجموعه مورد نظر برابر $n$ باشد، آن گاه داریم: $2^{n+4} - 2^n = 120 \Rightarrow 2^n \times 2^4 - 2^n = 120 \Rightarrow 16 \times 2^n - 2^n = 120 \Rightarrow 15 \times 2^n = 120 \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$ تعداد زیرمجموعه های تک عضوی $= \binom{3}{1} = 3$	
۷	الف) $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B \cap A') = (A \cap (B' \cup B)) \cup (B \cap A') = (A \cap U) \cup (B \cap A') = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cap A') = (A \cup B) \cap U = A \cup B$ ب) $(A \cap B) - (B \cap C) = (A \cap B) \cap (B \cap C)' = (A \cap B) \cap (B' \cup C') = [(A \cap B) \cap B'] \cup [(A \cap B) \cap C'] = \emptyset \cup [(A \cap B) \cap C'] = (A \cap B) \cap C' = (A \cap (B'))' \cap C' = (A - B') \cap C' = (A - B') - C'$	

			۸																																																
$n(A) = 3$ ، $n(B) = 4$ ، $n(A \cap B) = 2$ $n(A^2 \cup B^2) = n(A^2) + n(B^2) - n(A^2 \cap B^2) = (n(A))^2 + (n(B))^2 - (n(A \cap B))^2$ $= 9 + 16 - 4 = 21$			۹																																																
$\forall x \in A \cap A \rightarrow x \in A \wedge x \in C \xrightarrow{A \subseteq B, C \subseteq D} x \in B \wedge x \in D \rightarrow x \in B \cap D \xrightarrow{B \cap D \subseteq B \cup D} x \in B \cup D$			۱۰																																																
<table border="1"> <tr><td>+</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td></tr> </table>	+	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	8	3	4	5	6	7	8	9	4	5	6	7	8	9	10	5	6	7	8	9	10	11	6	7	8	9	10	11	12	الف) $n(S) = 6 \times 6 = 36$ $p(4) + p(8) + p(12) =$ $\frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{9}{36}$  ب) $p(11) + p(12) = \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{3}{36}$	۱۱
+	1	2	3	4	5	6																																													
1	2	3	4	5	6	7																																													
2	3	4	5	6	7	8																																													
3	4	5	6	7	8	9																																													
4	5	6	7	8	9	10																																													
5	6	7	8	9	10	11																																													
6	7	8	9	10	11	12																																													
$n(A) = \left[ \frac{200}{4} \right] = 50$ ، $n(S) = 200$ $p(A) = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$ (الف)  $n(B) = \left[ \frac{200}{5} \right] = 40$ ، $n(B \cap C) = \left[ \frac{200}{5 \times 6} \right] = 6$ (ب) $p(B - C) = p(B) - p(B \cap C) = \frac{40}{200} - \frac{6}{200} = \frac{34}{200}$  $n(A) = \left[ \frac{200}{4} \right] = 50$ ، $n(C) = \left[ \frac{200}{6} \right] = 33$ ، $n(A \cap C) = \left[ \frac{200}{12} \right] = 16$ (ج) $p(A' \cap C') = 1 - p(A) - p(C) + p(A \cap C) = 1 - \frac{50}{200} - \frac{33}{200} + \frac{16}{200} = \frac{200 - 50 - 33 + 16}{200}$ $= \frac{101}{200}$			۱۲																																																
$S = \{1, 2, \dots, 6\}$ $p(1) = p(4) = p(6) = x$ ، $p(2) = p(3) = p(5) = 3x$ طبق فرض داریم : از تساوی $p(S) = 1$ داریم: $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1 \Rightarrow x + 3x + 3x + x + 3x + x = 1 \Rightarrow$ $12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$ $A = \{1, 2, 3\} \rightarrow p(A) = p(1) + p(2) + p(3) = x + 3x + 3x = 7x = \frac{7}{12}$			۱۳																																																
$p(B) = \frac{3}{2} p(A \cap B)$ ، $p(A) = 3p(A \cap B)$ $p(A - B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 3p(A \cap B) + \frac{3}{2} p(A \cap B) - p(A \cap B) = \frac{7}{2} p(A \cap B)$ $\Rightarrow \frac{p(A - B)}{p(A \cap B)} = \frac{2}{7/2} = \frac{4}{7}$			۱۴																																																
نام و نام خانوادگی مصحح : مرجان یغمایی		جمع بارم : ۲۰ شماره																																																	

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : مرجان یغمایی

جمع بارم : ۲۰ شماره