

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم (ریاضی)
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش (واحد حافظ)
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

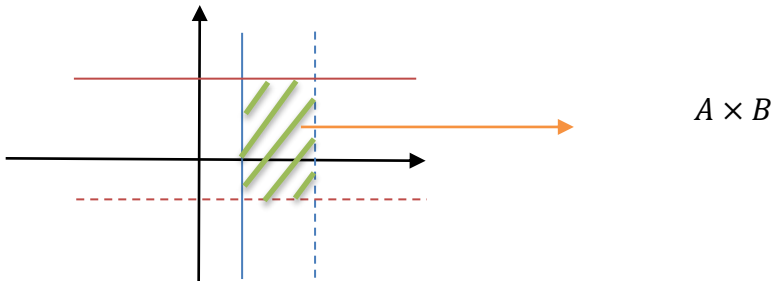
نام درس: آمار و احتمال
 نام دبیر: علی بهرمندپور
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۳۰ : ۸ صبح
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
نام دبیر:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات	
۱	کدام یک گزاره می باشد و ارزش آن را نیز مشخص کنید. الف) همه ی انسان ها با سواد هستند. ب) کتاب های الکترونیک برای مطالعه مناسب تر هستند. ج) $\sqrt{4+9} = 2+3$ د) ای کاش فردا باران بیارد.	
۲	جدول ارزش گزاره ی روبه رو را رسم کنید. $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge \sim q)$	
۳	گزاره های زیر را با استفاده از نمادهای \forall و \exists بنویسید و ارزش هر یک را با ذکر دلیل توضیح دهید. الف) برای برخی اعداد طبیعی مانند a ، مجذورش کوچک تر از صفر است. ب) به ازای هر عدد حقیقی، قدر مطلقش از خودش بزرگ تر یا مساوی است.	
۴	ارزش گزاره های سور دار زیر را تعیین کنید (با ذکر دلیل) و نقیض آن ها را بنویسید. الف) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z}; [x] = y$ ([] نماد جزء صحیح است) ب) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Z}: (xy \geq 0 \vee \frac{x+1}{y} < 0)$	
۵	اگر تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه $k+3$ عضو، ۱۹۲ عدد بیشتر از تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه $k+1$ عضو باشد، مجموعه ای با $k+2$ عضو چند زیرمجموعه تک عضوی دارد؟	
۶	به کمک جبر مجموعه ها روابط زیر را ثابت کنید. الف) $A - B = B' - A'$ ب) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$	
۷	اگر $A = \{2, x+2y, 4\}$ و $B = \{4, 5, x-y\}$ با هم برابر باشند؛ در این صورت مقادیرهای x و y را تعیین کنید.	
۸	فرض کنید $A = [1, 3)$ و $B = (-1, 2]$ حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را رسم کنید.	
۹	فرض کنید $A_i = [-i, 3-i]$ مطلوب است: الف) $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ ب) $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$	
صفحه ی ۱ از ۲		

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	<p>عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم، احتمال‌های زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۵ بخش پذیر باشد.</p> <p>ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد.</p> <p>ج) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۵.</p>	۲
۱۱	<p>احتمال حضور رونالدو در مسابقه‌ی این هفته $\frac{۰}{۸}$ و احتمال برد یوونتوس با حضور او $\frac{۰}{۶}$ است. احتمال برد این تیم با شرط حضور رونالدو چقدر است؟</p>	۱
۱۲	<p>اگر $P(A - B) = \frac{۱}{۴}$ و $P(A) = \frac{۳}{۴}$ مقدار $P(B A)$ را تعیین کنید.</p>	$\frac{۱}{۵}$
۱۳	<p>در جعبه‌ای ۲۰ لامپ وجود دارد که ۳ عدد از آن‌ها معیوب است. ۳ لامپ به توالی از جعبه خارج می‌کنیم،</p> <p>الف) احتمال این که لامپ اول و دوم سالم و سوم معیوب باشد.</p> <p>ب) احتمال این که هر سه لامپ معیوب باشد.</p>	۲
صفحه ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر																																																						
۱	الف) گزاره است. (نادرست) ب) گزاره نیست. ج) گزاره است. (نادرست) د) گزاره نیست.																																																							
۲	<table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>r</th> <th>$(\sim p \vee q)$</th> <th>$(r \wedge \sim q)$</th> <th>$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge \sim q)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table>	p	q	r	$(\sim p \vee q)$	$(r \wedge \sim q)$	$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge \sim q)$	د	د	د	د	ن	ن	د	د	ن	د	ن	ن	د	ن	د	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	د	ن	د	د	د	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	د	د	د	د	ن	ن	ن	د	ن	ن	
p	q	r	$(\sim p \vee q)$	$(r \wedge \sim q)$	$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge \sim q)$																																																			
د	د	د	د	ن	ن																																																			
د	د	ن	د	ن	ن																																																			
د	ن	د	ن	د	ن																																																			
د	ن	ن	ن	ن	د																																																			
ن	د	د	د	ن	ن																																																			
ن	د	ن	د	ن	ن																																																			
ن	ن	د	د	د	د																																																			
ن	ن	ن	د	ن	ن																																																			
۳	الف) $\exists a \in \mathbb{N}; a^2 < 0$ ب) $\forall a \in \mathbb{R}; a \geq a$																																																							
۴	الف) درست، $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Z}; [x] \neq y$ ب) نادرست، به ازای $x = -\frac{1}{p}$ و $y = 1$																																																							
۵	$\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z} : (xy < 0 \wedge \frac{x+1}{y} \geq 0)$ $2^{k+2} = 2^{k+1} + 192 \Rightarrow 8 \times 2^k - 2 \times 2^k = 192 \Rightarrow 6 \times 2^k = 192 \Rightarrow 2^k = 32 \Rightarrow k=5$ هر مجموعه $k+2=7$ عضو دارای ۷ زیرمجموعه تک عضوی است.																																																							
۶	الف) $A - B = A \cap B' = B' \cap A = B' - A'$ ب) $(A - B) \cup (A - C) = (A \cap B') \cup (A \cap C') = A \cap (B' \cup C') = A \cap (B \cap C)' = A - (B \cap C)$																																																							
۷	$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$																																																							
۸																																																								

$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = [-4, 2]$ $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 = \{-1\}$	الف) ۹ ب)
$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{100}{2} = 50 \\ B = \frac{100}{5} = 20 \Rightarrow p(A \cup B) = \frac{50}{100} + \frac{20}{100} - \frac{10}{100} = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} \\ A \cap B = \frac{100}{5 \times 2} = 10 \end{array} \right.$ $p(A \cap B') = p(A) - p(A \cap B) = \frac{50}{100} - \frac{10}{100} = \frac{40}{100} = \frac{4}{10}$ $p(A' \cap B') = 1 - p(A \cup B) = 1 - \frac{6}{10} = \frac{4}{10}$	الف) ۱۰ ب) ج)
$\left\{ \begin{array}{l} p(A) = 0.18 \\ p(B \cap A) = 0.16 \end{array} \Rightarrow p(B A) = \frac{0.16}{0.18} = \frac{3}{4}$	۱۱
<p>اگر $P(A - B) = \frac{1}{4}$ و $P(A) = \frac{3}{4}$ مقدار $P(B A)$ را تعیین کنید.</p> $P(A - B) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{4}$ $P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$	۱۲
<p>فرض کنید A_i پیشامد سالم بودن لامپ i ام و فرض کنید B_j پیشامد معیوب بودن لامپ i ام باشد. بنابراین:</p> $P(A_1 \cap A_2 \cap B_3) = P(A_1)P(A_2 A_1)P(B_3 A_1 \cap A_2) = \frac{17}{20} \times \frac{16}{19} \times \frac{3}{18} = \frac{34}{285}$ $P(B_1 \cap B_2 \cap B_3) = P(B_1)P(B_2 B_1)P(B_3 B_1 \cap B_2) = \frac{3}{20} \times \frac{2}{19} \times \frac{1}{18} = \frac{1}{1140}$	الف) ۱۳ ب)
نام و نام خانوادگی مصحح : علی بهر مندپور	جمع بارم : ۲۰ نمره
امضاء:	