

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>جملات زیر را کامل کنید.</p> <p>الف) ترکیب فصلی <math>p \vee q</math> زمانی نادرست است که .....</p> <p>ب) <math>\sim \left[ \forall x \in \mathbb{R}, (x &gt; 2 \Rightarrow x^2 &gt; 4) \right] \equiv \dots\dots\dots</math></p> <p>ج) اگر <math>A = \{y + 2, 5, z\}</math> و <math>B = \{x + 1, 4, -2\}</math> و <math>A \times B = B \times A</math> بیشترین مقدار <math>x + y + z</math> برابر است با .....</p> <p>د) <math>(p \vee \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv \dots\dots\dots</math></p>	۲
۲	<p>ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) <math>\left[ \left( \frac{\pi}{2} \notin \mathbb{Q} \right) \vee (\sqrt{-2} \times \sqrt{-8} = 4) \right] \Rightarrow \left( (\sqrt{-3})^2 = 3 \right)</math></p> <p>ب) <math>(\exists x \in \mathbb{N}; \frac{1}{x-2} \in \mathbb{Z}) \wedge \left[ (\forall x \in \mathbb{R}; \sqrt{x^2} = x) \Leftrightarrow (5^{-2} = \frac{1}{25}) \right]</math></p>	۱
۳	<p>به کمک جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید.</p> <p><math>p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)</math></p>	۱/۵
۴	<p>ثابت کنید هرگاه <math>n</math> عددی صحیح و <math>n^2</math> مضرب ۳ باشد، <math>n</math> نیز مضرب ۳ است.</p>	۱/۵
۵	<p>اگر ۳ عضو به مجموعه <math>A</math> اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۴۸ تا افزایش می‌یابد، مجموعه <math>A</math> چند عضو دارد؟</p>	۱
۶	<p>برای مجموعه <math>A</math>، اگر <math>P(A)</math> را مجموعه تمام زیرمجموعه‌های مجموعه <math>A</math> در نظر بگیریم، حاصل <math>P(A) - A</math> را به دست آورید.</p> <p><math>A = \{\emptyset, 1\}</math></p>	۱
۷	<p>به روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید:</p> <p><math>A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset</math></p>	۱/۵
۸	<p>اگر <math>A = \{2^x \mid x \in \mathbb{N}, x &lt; 3\}</math> و <math>B = \{x \in \mathbb{Z} \mid  x  \leq 1\}</math> باشد، مجموعه <math>(A \times B) - A^2</math> را با اعضا نشان دهید.</p>	۱/۲۵
۹	<p>اگر <math>A = [0, 2]</math> و <math>B = [1, 2]</math> باشند، نمودار <math>A^2 - (A \times B)</math> را در دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>ارقام ۰، ۳، ۵ و ۹ را در نظر بگیرید. مطلوب است تعیین:</p> <p>الف) فضای نمونه‌ای <math>S</math> که شامل تمام اعداد دو رقمی بدون تکرار ارقام می‌باشد.</p> <p>ب) پیشامد <math>A</math> آنکه اعداد دو رقمی مضرب ۵ باشد.</p> <p>ج) پیشامد <math>B</math> آنکه اعداد دو رقمی بزرگ‌تر از ۵۰ باشد.</p> <p>د) پیشامد <math>A \cap B'</math></p>	۲



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

پایه: یازدهم

رشته: ریاضی

نام درس: آمار و احتمال

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

صفحه ۲ از ۲

بارم	سؤال	ردیف
۲	اگر $P(A') = \frac{3}{5}$ ، $P(B) = \frac{2}{7}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ مطلوب است: الف) $P(A \cap B)$ ب) $P(A - B)$ ج) $P(A' \cup B)$	۱۱
۲	در یک تجربه تصادفی $S = \{x, y, z, t\}$ فضای نمونه‌ای است. اگر $P(x)$ ، $P(y)$ ، $P(z)$ و $P(t)$ یک دنباله حسابی با قدر نسبت $\frac{1}{7}$ تشکیل دهند، احتمال وقوع پیشامد $A = \{x, z\}$ را بیابید.	۱۲
۲	یک تاس به گونه‌ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد فرد، چهار برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است، در پرتاب این تاس احتمال آنکه عدد بزرگ‌تر از ۳ بیاید چقدر است؟	۱۳
۲۰	جمع بارم	



## پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

صفحه ۱ از ۳

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

پاسخنامه درس: آمار و احتمال

گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب الفبا): وحید آرام، مهتاب اسکندری، سعید اکبرزاده، فاطمه سادات حسینی، زهرا مبینی، لیلا وکیلی

## پاسخ سؤال ۱:

الف) هر دو نادرست باشند. (ب)  $\exists x \in \mathbb{R}, (x > 2 \wedge x^2 \leq 4)$  (ج) ۴  
 د)  $(p \wedge q) \vee (p \vee \sim q) \equiv [(p \wedge q) \vee p] \vee \sim q \equiv [p \vee \sim q]$

(آمار و احتمال یازدهم، فصل ۱، درس ۱، تمرین ۵ صفحه ۳۸)

## پاسخ سؤال ۲:

الف)  $\left[ \underbrace{\left( \frac{\pi}{4} \notin \mathbb{Q} \right)}_D \vee \underbrace{\left( \sqrt{-2} \times \sqrt{-8} = 4 \right)}_N \right] \Rightarrow \underbrace{\left( (\sqrt{-3})^2 = 3 \right)}_N$  ارزش کل گزاره نادرست است.

ب)  $\left[ \underbrace{\left( \exists x \in \mathbb{N}; \frac{1}{x-2} \in \mathbb{Z} \right)}_D \wedge \underbrace{\left( \forall x \in \mathbb{R}; \sqrt{x^2} = x \right)}_N \right] \Leftrightarrow \underbrace{\left( 5^{-2} = \frac{1}{25} \right)}_D$  ارزش کل گزاره نادرست است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۷، ۸، ۹، ۱۴ و ۱۵)

## پاسخ سؤال ۳:

p	q	r	$q \wedge r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د	د	د	د

(۱۵) (نمره) (۱۵) (نمره) (۱۵) (نمره) (۱۵) (نمره)

با توجه به این که ستون‌های پنجم و هشتم یکسان هستند، داریم:

$$p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$

## پاسخ سؤال ۴:

عکس نقیض را ثابت می‌کنیم:

هرگاه n مضرب ۳ نباشد، آنگاه  $n^2$  مضرب ۳ نیست. (نمره) (۲۵)

$$\text{اگر } n = 3k + 1 \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1 = 3k' + 1 \quad (\text{نمره } ۵)$$

پس  $n^2$  مضرب ۳ نیست.

$$\text{اگر } n = 3k + 2 \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 12k + 4 \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 12k + 3 + 1 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 = 3k'' + 1 \quad (\text{نمره } ۵)$$

پس  $n^2$  مضرب ۳ نیست، پس در هر دو حالت ثابت کردیم، اگر n مضرب ۳ نباشد  $n^2$  مضرب ۳ نیست، پس خود گزاره همواره درست است. (نمره) (۲۵)

(آمار و احتمال یازدهم، تمرین ۹، صفحه ۱۷)

## پاسخ سؤال ۵:

$$3^{n+3} - 3^n = 448 \quad (\text{نمره } ۵) \Rightarrow 8 \times 3^n - 3^n = 448 \Rightarrow 7 \times 3^n = 448 \Rightarrow 3^n = 64 \Rightarrow n = 6 \quad (\text{نمره } ۲۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، تمرین ۹، صفحه ۳۰)

## پاسخ سؤال ۶:

$$P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{1\}, \{\emptyset, 1\}\} \quad (\text{نمره } ۵)$$

$$A = \{\emptyset, 1\} \Rightarrow P(A) - A = \{\{\emptyset\}, \{1\}, \{\emptyset, 1\}\} \quad (\text{نمره } ۵)$$



پاسخ سؤال ۷:

$$\forall x; [x \in (A - B)] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \\ \wedge \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ \wedge \\ x \in B' \end{cases} \quad (\text{نمره } \cdot / 5) \Rightarrow (x \in B \wedge x \in B') \quad (\text{نمره } \cdot / 25) \Rightarrow x \in (B \cap B') \Rightarrow x \in \emptyset \quad (\text{نمره } \cdot / 25)$$

$$\forall x; (x \in (A - B) \Rightarrow x \in \emptyset) \Rightarrow A - B \subseteq \emptyset \quad (\text{I}) \quad (\text{نمره } \cdot / 25) \quad \left. \begin{matrix} \text{(I)} \quad A - B \subseteq \emptyset \\ \emptyset \subseteq A - B \end{matrix} \right\} \Rightarrow A - B = \emptyset \quad (\text{نمره } \cdot / 25)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۲۴ و ۲۵)

پاسخ سؤال ۸:

$$A = \{2, 4\} \quad B = \{-1, 0, 1\}$$

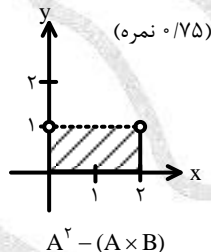
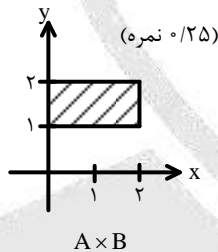
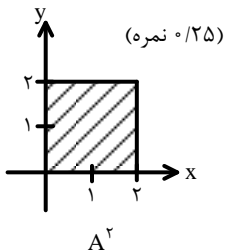
$$A \times B = \{(2, -1), (2, 0), (2, 1), (4, -1), (4, 0), (4, 1)\} \quad (\text{نمره } \cdot / 5)$$

$$A^c = \{(2, 2), (2, 4), (4, 2), (4, 4)\} \quad (\text{نمره } \cdot / 5)$$

$$(A \times B) - A^c = \{(2, -1), (2, 0), (2, 1), (4, -1), (4, 0), (4, 1)\} \quad (\text{نمره } \cdot / 25)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۳۵ و ۳۶)

پاسخ سؤال ۹:



پاسخ سؤال ۱۰:

الف)  $S = \{30, 35, 39, 50, 53, 59, 90, 93, 95\}$  (نمره · / 5)

ب)  $A = \{30, 35, 50, 90, 95\}$  (نمره · / 5)

ج)  $B = \{53, 59, 90, 93, 95\}$  (نمره · / 5)

د)  $A \cap B^c = A - B = \{30, 35, 50\}$  (نمره · / 5)

پاسخ سؤال ۱۱:

الف)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (\text{نمره } \cdot / 25) \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} - P(A \cap B) \quad (\text{نمره } \cdot / 25) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{35}$  (نمره · / 25)

ب)  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} - \frac{2}{35} = \frac{14-2}{35} = \frac{12}{35}$  (نمره · / 5)

ج)  $P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = P(A') + P(B) - P(B - A) = P(A) + P(B) - P(B) - P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap B)$  (نمره · / 5)

$= P(A) + P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{2}{35} = \frac{14+2}{35} = \frac{16}{35}$  (نمره · / 25)

پاسخ سؤال ۱۲:

$P(x) = a \Rightarrow P(y) = a + \frac{1}{y}, \quad P(z) = a + \frac{2}{y}, \quad P(t) = a + \frac{3}{y}$  (نمره · / 5)  $P(x) + P(y) + P(z) + P(t) = 1$  (نمره · / 25)

$\Rightarrow a + a + \frac{1}{y} + a + \frac{2}{y} + a + \frac{3}{y} = 1$  (نمره · / 25)  $4a = 1 - \frac{6}{y} = \frac{y-6}{y} \Rightarrow a = \frac{y-6}{4y}$  (نمره · / 25)  $A = \{x, z\} \Rightarrow P(A) = P(x) + P(z)$  (نمره · / 25)

$\Rightarrow P(A) = a + a + \frac{2}{y} = 2a + \frac{2}{y}$  (نمره · / 25)  $= \frac{y-6}{2y} + \frac{2}{y} = \frac{y-6+4}{2y} = \frac{y-2}{2y}$  (نمره · / 25)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۱)

پاسخ سؤال ۱۳:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$P(2) = P(4) = P(6) = x \Rightarrow P(1) = P(3) = P(5) = 4x$  (نمره · / 5)  $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$  (نمره · / 25)

$4x + x + 4x + x + 4x + x = 1$  (نمره · / 25)  $15x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{15}$  (نمره · / 25)  $P(2) = P(4) = P(6) = \frac{1}{15}, \quad P(1) = P(3) = P(5) = \frac{4}{15}$

$A = \{4, 5, 6\} \Rightarrow P(A) = P(4) + P(5) + P(6)$  (نمره · / 5)  $\Rightarrow P(A) = \frac{1}{15} + \frac{4}{15} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$  (نمره · / 25)

باسمه تعالی

## پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۳ از ۳

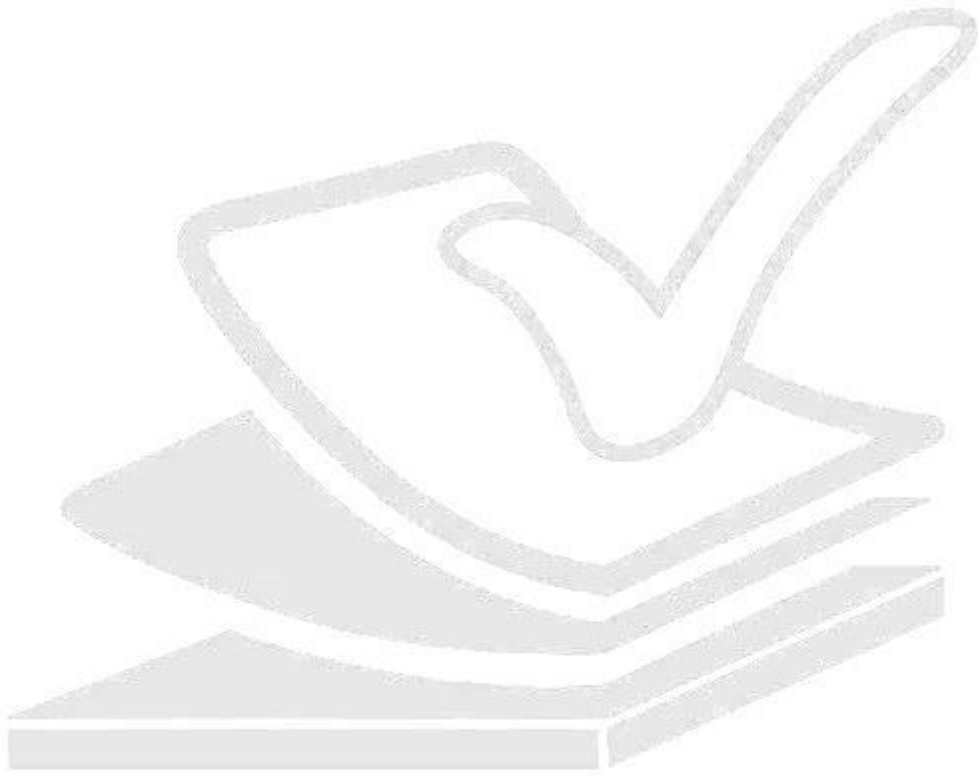
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

پاسخنامه درس: آمار و احتمال

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۰)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر