



باسمه تعالی

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

نام درس: هندسه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

صفحه ۱ از ۳

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>(الف) بازتاب تبدیل همانی است.</p> <p>(ب) دو دایره متداخل فقط دو مماس مشترک دارند.</p> <p>(ج) مستطیل هم محاطی است و هم محیطی.</p> <p>(د) در هر تبدیل طولیا تبدیل یافته هر زاویه، زاویه‌ای هم‌اندازه آن است.</p>	۱
۱	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) مرکز دایره محیطی مثلث نقطه و مرکز دایره محاطی آن نقطه است.</p> <p>(ب) در هر تبدیل نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن منطبق باشد، می‌نامند.</p> <p>(ج) تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، تبدیلات می‌نامند.</p> <p>(د) طول کمانی از یک دایره به شعاع ۵ سانتی‌متر و روبه‌رو به زاویه‌ای به اندازه ۶۰ درجه برابر است.</p>	۲
۱/۵	<p>در شکل زیر اگر $AB = AC$ و $AD = AE$، ثابت کنید $BD = CE$.</p>	۳
۱/۵	<p>مساحت ناحیه واقع بین دو دایره هم‌مرکز $\frac{25\pi}{4}$ سانتی‌متر مربع است. طول وتر بزرگ‌تر که بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، بر حسب سانتی‌متر به دست آورید.</p>	۴
۲	<p>در دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ اگر $OO' = d$ فرض شود،</p> <p>(الف) ثابت کنید طول مماس مشترک داخلی این دو دایره از رابطه زیر به دست می‌آید.</p> <p>(ب) روش ترسیم مماس مشترک داخلی دو دایره را توضیح دهید.</p> $LL' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$	۵



باسمه تعالی

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

کلاس:

پایه: یازدهم

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

رشته: ریاضی

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

صفحه ۲ از ۳

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	در دایره $C(O, R)$ وتر AB ، وتر CD به طول ۹ سانتی متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = 11\text{cm}$ ، آنگاه وتر CD وتر AB را به چه نسبتی قطع می کند؟ 	۶
۱	شعاع دایره محاطی داخلی مثلثی را به دست آورید، که شعاع سه دایره محاطی خارجی آن ۲، ۳ و ۶ باشد.	۷
۱	ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه و عمود منصف ضلع مقابل آن زاویه در نقطه‌ای روی دایره محیطی مثلث یکدیگر را قطع می کنند. 	۸
۲	ثابت کنید یک ذوزنقه محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.	۹
۲	می دانیم یک چهارضلعی محیطی است اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر باشد. عکس این قضیه را به روش برهان خلف ثابت کنید.	۱۰
۱	اگر پاره خط AB و $A'B'$ در راستای عمود بر خط بازتاب قرار داشته باشد، نشان دهید اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، AB و $A'B'$ هم اندازه‌اند و شیب برابر دارند.	۱۱
۱/۵	چند ویژگی بازتاب را بنویسید.	۱۲
۲	ثابت کنید در هر انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.	۱۳



باسمه تعالی

آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

کلاس:

پایه: یازدهم

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

رشته: ریاضی

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

صفحه ۳ از ۳

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>چهارضلعی $ABCD$ را حول کدام نقطه و چند درجه دوران دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ به دست آید.</p> <p>۱۴</p>	
۲۰	جمع بارم	



گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب الفبا): ملوک احدزاده، محسن اسماعیلی، لایلا حیدرزاده، جواد خیرآبادی، ماندانا قطبی نژاد، علیرضا نصراللهی

پاسخ سؤال ۱:

درست: د نادرست: ب و پ و الف

پاسخ سؤال ۲:

الف) همرسی عمودمنصف‌های مثلث / همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخل مثلث (هندسه یازدهم، صفحه ۱۲)

ب) نقطه ثابت تبدیل (هندسه یازدهم، صفحه ۲۵)

ج) طولیاب (هندسه یازدهم، صفحه ۳۸)

$$L = \frac{\pi R}{180^\circ} \alpha = \frac{\pi(\cancel{R})}{180^\circ} \frac{180^\circ}{3^\circ} = \frac{\pi}{6} \quad \text{د) (هندسه یازدهم، صفحه ۳۶)}$$

پاسخ سؤال ۳:

فرض: $AB = AC, AD = AE$

حکم: $BD = CE$

می‌دانیم اگر دو وتر با هم برابر باشند، کمان‌های نظیر آنها نیز با هم برابرند، پس:

$$AB = AC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC}$$

$$AD = AE \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{AE}$$

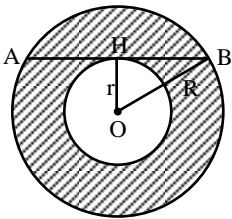
از هم کم کنیم

$$\widehat{AD} - \widehat{AB} = \widehat{AE} - \widehat{AC}$$

$$\widehat{BD} = \widehat{CE}$$

اگر دو کمان با هم برابر باشند، وترهای نظیر آنها نیز با هم برابرند پس: $BD = CE$

پاسخ سؤال ۴:



هاشورخورده $S = \frac{25\pi}{2}$ فرض
حکم: $AB = ?$

شعاع وارد بر وتر، وتر را نصف می‌کند. پس: $AH = HB$

فیناغورث $\triangle OHB: OB^2 = OH^2 + BH^2 \Rightarrow R^2 = r^2 + BH^2 \Rightarrow BH^2 = R^2 - r^2 \quad (1)$

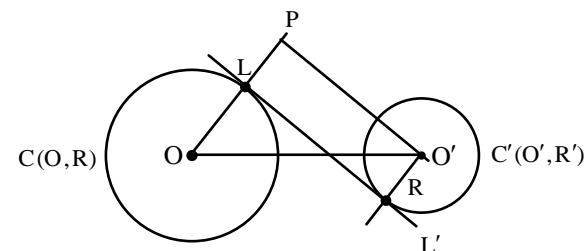
هاشورخورده $S = \pi R^2 - \pi r^2 = \frac{25\pi}{2} \Rightarrow \pi(R^2 - r^2) = \frac{25\pi}{2} \Rightarrow R^2 - r^2 = \frac{25}{2} \quad (2)$

$(1), (2) \Rightarrow BH^2 = \frac{25}{2} \Rightarrow BH = \frac{5}{\sqrt{2}}$

$AB = AH + HB = \frac{5}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

پاسخ سؤال ۵:

از نقطه O' خطی به موازات mm' چنان رسم می‌کنیم تا امتداد OH در نقطه مثل P قطع کند. NM' عمود بر O .



$$O'P = \sqrt{OO'^2 - OP^2} \Rightarrow LL' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

صفحه ۲ از ۳

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

پاسخنامه درس: هندسه

پاسخ سؤال ۶:

$$MD = x, MC = 2x \Rightarrow x + 2x = 9 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \begin{cases} MD = 3 \text{ cm} \\ MC = 6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$MA \cdot MB = MD \cdot MC \Rightarrow MA \cdot MB = 3 \times 6 = 18$$

$$\begin{cases} MA \cdot MB = 18 \\ MA + MB = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MA = 2 \\ MB = 9 \end{cases} \rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{9}{2}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)

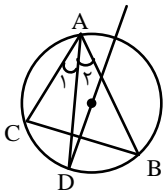
پاسخ سؤال ۷:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{3+2+1}{6} \Rightarrow \frac{1}{r} = 1 \Rightarrow r = 1$$

(هندسه یازدهم، فصل ۱، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۸:

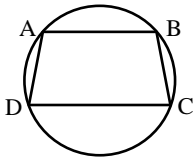
چون C دایره محیطی مثلث ABC است، پس مرکز آن محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC است پس عمودمنصف BC نقش قطر عمود بر وتر BC را بازی می‌کند. پس کمان نظیر آن را نصف می‌کند. پس:



$$\left. \begin{aligned} BD = DC \\ \hat{A}_1 = \frac{BD}{2} \\ \hat{A}_2 = \frac{DC}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD \text{ نیمساز}$$

پاسخ سؤال ۹:

قضیه: اگر یک دوزنقه محاطی باشد، آنگاه آن دوزنقه متساوی‌الساقین است.



دوزنقه محاطی ABCD: فرض
دوزنقه متساوی‌الساقین: حکم

می‌دانیم در دوزنقه مجموع زوایای مجاور به ساق‌ها، 180° است. پس:

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ, \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \quad (1)$$

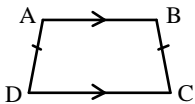
چهارضلعی محاطی است \Leftrightarrow زوایای مقابل مکمل باشند.

$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ, \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{D} = \hat{C}, \hat{A} = \hat{B}$$

دوزنقه متساوی‌الساقین است \Leftarrow زوایای مجاور به قاعده‌ها با هم برابر باشند.

عکس قضیه: اگر دوزنقه متساوی‌الساقین باشد، آنگاه محاطی است.



فرض: $BC = AD$
 $AB \parallel CD$
محاطی ABCD: حکم

می‌دانیم دوزنقه متساوی‌الساقین است \Leftrightarrow زوایای مجاور به قاعده‌ها برابر باشند. پس: $\hat{C} = \hat{D}, \hat{A} = \hat{B}$
مجموع زوایای داخلی چهارضلعی برابر 360° است. پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \end{cases}$$

چهارضلعی محاطی است \Leftrightarrow زوایای مقابل مکمل باشد پس: ABCD محاطی است.

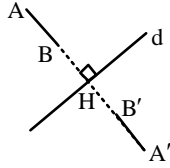
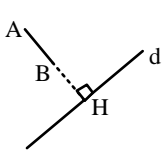
پاسخ سؤال ۱۰:

مراجعه شود به صفحه ۲۷ کتاب درسی

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۸)



پاسخ سؤال ۱۱:



فرض : $AB \perp d$, AB بازتاب $A'B'$
حکم : $AB = A'B'$, $m_{AB} = m_{A'B'}$

برهان: AB را امتداد داده تا خط d را در نقطه H قطع کند و در طرف دیگر خط d ، تصاویر A' و B' را به دست می آوریم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{d بازتاب A نسبت به } A': AH = A'H \quad (1) \\ \text{d بازتاب B نسبت به } B': BH = B'H \quad (2) \end{array} \right\} \xrightarrow{(1),(2)} AH - BH = A'H - B'H \Rightarrow AB = A'B'$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حاصل ضرب شیب دو خط} \\ \text{عمود بر هم منفی یک است} \end{array} \right\} \begin{array}{l} AB \perp d : m_{AB} \times m_d = -1 \\ A'B' \perp d : m_{A'B'} \times m_d = -1 \end{array} \Rightarrow m_{AB} = m_{A'B'}$$

(هندسه یازدهم، فصل ۲، صفحه ۱۳۴)

پاسخ سؤال ۱۲:

(۱) ایزومتري است. (۲) لزوماً شیب را حفظ نمی کند. (۳) اندازه زاویه را حفظ می کند. (۴) جهت شکل را حفظ نمی کند.

پاسخ سؤال ۱۳:

مراجعه شود به صفحه ۴۱ کتاب درسی

پاسخ سؤال ۱۴:

$$\begin{array}{l} NA = NA' \\ NB = NB' \\ NC = NC' \\ ND = ND' \end{array}$$

همچنین بین خطوط NA و NA' با خطوط افقی (یا عمودی) جدول زاویه 45° می سازند، پس با یکدیگر زاویه 90° می سازند، در نتیجه زاویه دوران 90° است.

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۳۳)