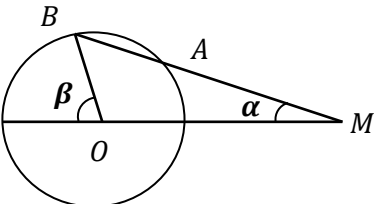
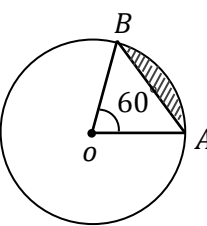
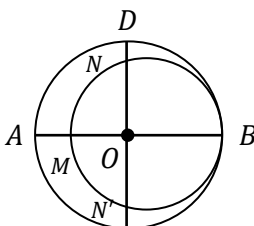
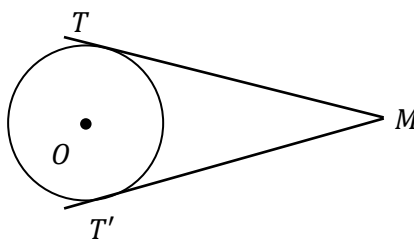


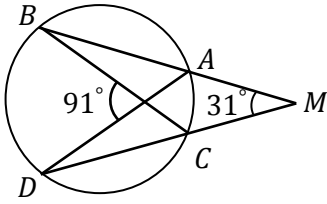
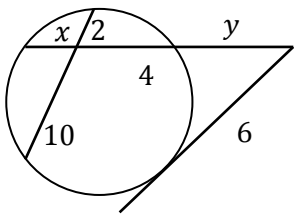
نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

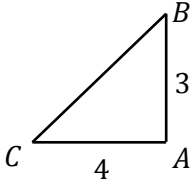
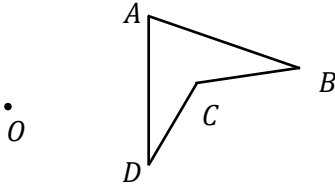
جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تممیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: هندسه
 نام دبیر: مرجان یغمایی
 تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۰۰ : ۰۸ : صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
نام دبیر:		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
ردیف	سؤالات	نمره	پاسخ
۱	ثابت کنید در یک دایره، وترهای نظیر دو کمان مساوی با هم برابرند.		
۱	ثابت کنید اندازه هر زاویه ی ظلی برابر نصف کمان روبه روی آن است.		
۱	دایره $C(0, 2)$ مفروض است. از نقطه ی M در خارج دایره خطی چنان رسم کرده ایم که دایره را در دو نقطه ی A و B قطع کرده است و $MA = 2$. اگر $\alpha = 20^\circ$ باشد، نشان دهید که $\beta = 60^\circ$.		
۱/۵	دایره ای به شعاع 4 cm را در نظر بگیرید. اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره مساوی 60° باشد، مطلوب است: الف) طول کمان AB ب) مساحت قطاع ج) مساحت ناحیه هاشور زده		

۱/۵	<p>۵ در شکل مقابل، دو دایره برهم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ‌تر برهم عمودند. اگر $AM = 16$ و $ND = 10$، شعاع‌های دو دایره را پیدا کنید.</p> 	۵
۱/۵	<p>۶ هرگاه از نقطه‌ی M خارج دایره $C(O, R)$ دو مماس بر دایره رسم کنیم و T و T' نقاط تماس باشند. ثابت کنید که:</p> <p>الف) اندازه‌های دو مماس برابرند.</p> <p>ب) نیم خط OM نیمساز زاویه‌ی TMT' است.</p> <p>ج) طول پاره خط واصل نقطه‌ای تماس $TT' = \frac{2R \times MT}{OM}$</p> 	۶
۲	<p>۷ دو دایره‌ی $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مفروض‌اند. اگر $OO' = d$. مطلوب است:</p> <p>الف) ثابت کنید که طول مماس مشترک خارجی این دو دایره، $TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$ است.</p> <p>ب) اگر $C(O, 10)$ و $C'(O', 2)$ باشد که مماس خارج‌اند، طول مماس مشترک خارجی آنها را بدست آورید.</p>	۷

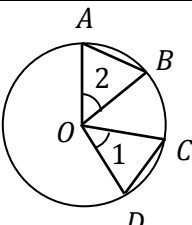
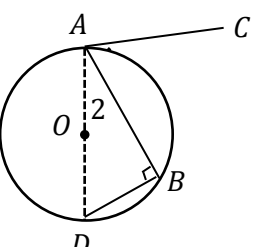
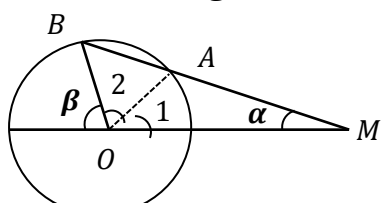
۱	<p>اندازه یک زاویهٔ دوزنقه متساوی الساقین محیطی برابر 45° است. اگر طول قاعدهٔ کوچک آن ۴ باشد، طول قاعده بزرگ آن را به دست آورید.</p>	۸
۱/۵	<p>اگر شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید که:</p> $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$	۹
۱	<p>در شکل مقابل اندازهٔ زاویه \widehat{B} را بدست آورید.</p> 	۱۰
۱	<p>در شکل زیر مقدار x و y را محاسبه نمایید.</p> 	۱۱
۱/۵	<p>ثابت کنید هر تبدیل طولیا، اندازه‌ی زاویه را حفظ می‌کند.</p>	۱۲

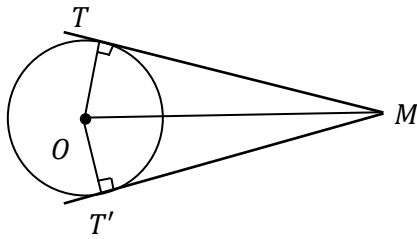
۲	<p>دوران یافته‌ی هر شکل را رسم نمائید.</p> <p>الف) دوران به مرکز A و با زاویه‌ی 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت</p>  <p>ب) دوران به مرکز O و با زاویه‌ی 120° در جهت حرکت خلاف عقربه‌های ساعت</p> 	۱۳
۱	<p>ثابت کنید تصویر هر خط راست، تحت اثر تبدیل طولپا، خطی راست است.</p>	۱۴
۱/۵	<p>بررسی کنید که بازتاب شیب خط را حفظ می‌کند یا خیر؟</p>	۱۵
صفحه ی ۴ از ۴		

نام درس: هندسه یازدهم
 نام دبیر: مرجان یغمایی
 تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۸ صبح
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت
کلید سوالات پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۹۸-۹۷



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	<p>حکم: $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ فرض: $\widehat{AB} = \widehat{CD}$</p>  $\begin{cases} AB = DC \\ OA = OC = R \\ OB = OD = R \end{cases} \Rightarrow \Delta OAB \cong \Delta OCD \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \Rightarrow \widehat{DC} = \widehat{AB}$	
۲	<p>ابتدا قطری از دایره که از نقطه ی A می گذرد را رسم می کنیم و سپس از B به D وصل می کنیم.</p>  $\widehat{B} = \frac{180}{2} = 90^\circ$ $ABD: \widehat{B} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{A_2} + \widehat{D} = 90^\circ$ $(CA \perp AD) \Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{D}$ $\widehat{A_1} = \frac{\widehat{AB}}{2} \text{ و بنابراین } \widehat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2}$	
۳	<p>از A به O وصل می کنیم. دو مثلث OAM و OBA متساوی الساقین می باشند پس $\widehat{O_1} = \alpha$ و چون $\widehat{A_2}$ زاویه ی خارجی OAM است پس $\widehat{A_2} = \alpha + \alpha = 2\alpha$. بنابراین $\widehat{B} = 2\alpha$ و حال β زاویه ی خارجی مثلث OBM است پس</p>  $\widehat{\beta} = 2\alpha + \alpha = 3\alpha = 3(20) = 60$	
۴	<p>الف) زاویه ی مرکزی است پس $\widehat{AB} = 60^\circ$ لذا</p> $\frac{\widehat{AB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}} \Rightarrow \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{ AB }{2\pi \times 4} \Rightarrow AB = \frac{2\pi \times 4 \times 60}{360} = \frac{4\pi}{3}$ <p>ب) $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{\pi \times 4^2 \times 60}{360} = \frac{8\pi}{3}$ قطاع</p> <p>پ) ΔOAB یک مثلث متساوی الاضلاع است به ضلع 4cm. لذا $S_{OAB} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$</p> $S = \text{هاشور زده} = S_{\text{قطاع}} - S_{\Delta OAB} = \frac{8\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$	
۵	$OB \cdot OM = ON \cdot ON' \Rightarrow R(R - 16) = (R - 10)(R - 10)$ $\Rightarrow R^2 - 16R = R^2 - 20R + 100 \Rightarrow 4R = 100 \rightarrow R = 25$ $R' = \frac{MB}{2} \Rightarrow R' = \frac{2R - 16}{2} \Rightarrow R' = \frac{50 - 16}{2} = 17$	



(الف و ب)

$$\begin{cases} OM = OM \\ \widehat{T} = \widehat{T'} = 90^\circ \\ OT = OT' = R \end{cases} \Rightarrow \Delta OTM \cong \Delta OTM' \Rightarrow \begin{cases} MT = MT' \\ \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \end{cases}$$

پس OM نیمساز زاویه است.

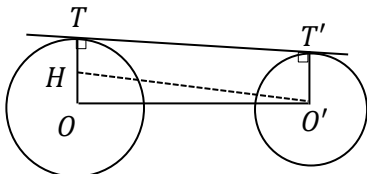
(ج) مساحت چهار ضلعی $MTOT'$ را به دو روش محاسبه می کنیم.

$$s(MTOT') = \frac{1}{2} OM \times TT', S(MTOT') = 2S(MTO) = 2 \times \frac{1}{2} \times OT \times MT$$

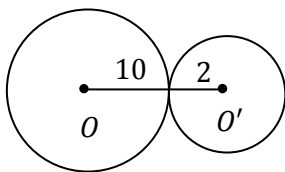
بنابراین:

$$\frac{1}{2} OM \times TT' = OT \times MT \Rightarrow TT' = \frac{2R \times MT}{OM}$$

الف) از نقطه O' عمود $O'H$ را بر شعاع OT رسم می کنیم. چهار ضلعی $HO'T'T'$ مستطیل است زیرا چهار زاویه ی قائم دارد. در نتیجه $O'H = TT'$ و چون $HT = O'T' = R$ و $OH = OT - HT$ پس $OH = R - R'$ در مثلث قائم-الزاویه $OO'H$ بنابر قضیه ی فیثاغورس $OO'^2 = OH^2 + O'H^2$.



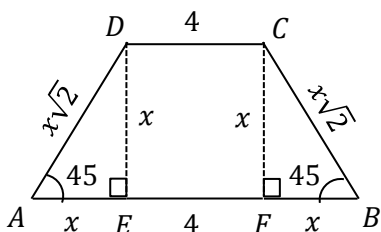
$$d^2 = (R - R')^2 + TT'^2 \Rightarrow TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$



ب) $OO' = 10 + 2 = 12$

$$TT' = \sqrt{(12)^2 - (10 - 2)^2} = \sqrt{144 - 64} = \sqrt{80}$$

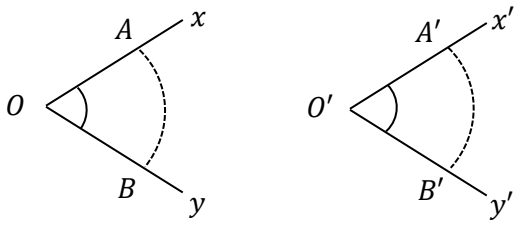
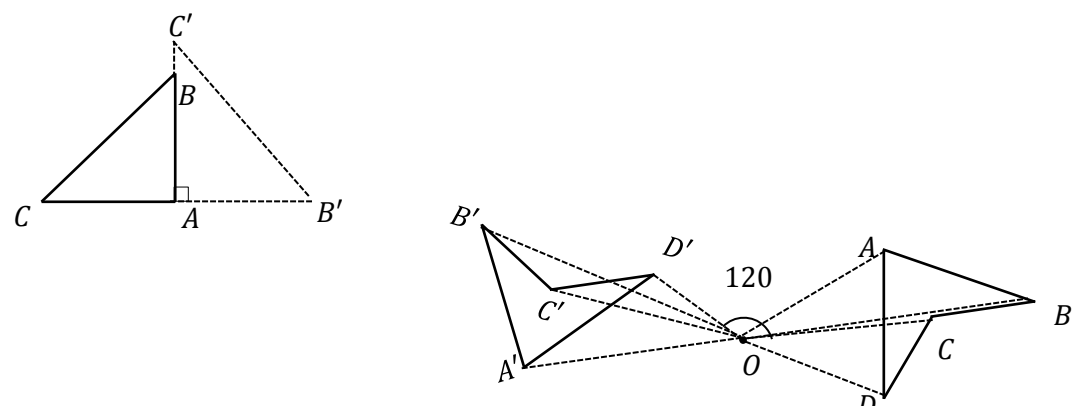
ارتفاع های دوزنقه را رسم می کنیم. دو مثلث ΔCFB ، ΔADE قائم الزاویه و متساوی الساقین می باشند. پس اندازه اضلاع آن مطابق شکل می باشد. طبق فرض دوزنقه محیطی است لذا:



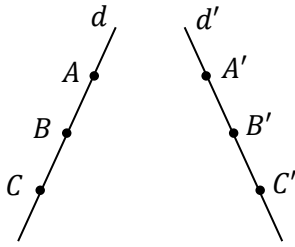
$$AD + BC = DC + AB \Rightarrow x\sqrt{2} + x\sqrt{2} = 4 + 4 + 2x \Rightarrow$$

$$x = \frac{8}{2\sqrt{2} - 2} \Rightarrow x = \frac{8}{2\sqrt{2} - 2} \times \frac{2\sqrt{2} + 2}{2\sqrt{2} + 2} = 4(\sqrt{2} + 1) \Rightarrow$$

$$AB = 4 + 2x = 8\sqrt{2} + 12$$

$r = \frac{s}{p} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{p}{s}$ $r_a = \frac{s}{p-a}, \quad r_b = \frac{s}{p-b}, \quad r_c = \frac{s}{p-c} \Rightarrow$ $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{s} + \frac{p-b}{s} + \frac{p-c}{s} = \frac{3p - (a+b+c)}{s} =$ $\frac{3p - 2p}{s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r}$	۹
$\widehat{M} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{2} \Rightarrow 31 \times 2 = \widehat{BD} - \widehat{AC} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{BD} - \widehat{AC} = 62 \\ \widehat{BD} + \widehat{AC} = 182 \end{cases} \Rightarrow$ $\widehat{O} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{AC}}{2} \Rightarrow 91 \times 2 = \widehat{BD} - \widehat{AC}$ $\widehat{BD} = 122, \widehat{AC} = 60$	۱۰
$x \times 4 = 2 \times 10 \Rightarrow x = 5$ $6^2 = y(y + 4 + x) \Rightarrow 36 = y(y + 4 + 5) \Rightarrow y^2 + 9y - 36 = 0$ $\Rightarrow (y + 12)(y - 3) = 0 \Rightarrow y = 3, y = -12 \text{ غ ق}$	۱۱
<p>مطابق شکل نقطه‌ی A و B را به ترتیب روی Ox و Oy در نظر می‌گیریم. تصویر B, O, A را تحت تبدیل T به دست می‌آوریم. $T(O) = O', T(B) = B', T(A) = A'$ و چون T طولپایا است پس $AB = A'B', OB = O'B', OA = O'A'$ پس دو مثلث $\triangle OAB$، $\triangle O'A'B'$ هم نهشت اند. پس $\widehat{O} = \widehat{O}'$</p> 	۱۲
 <p>(الف) (ب)</p>	۱۳

فرض می کنیم A, B, C سه نقطه‌ی دلخواه روی خط d باشند و B بین A, C قرار داشته باشد باید ثابت کنیم $T(A), T(B), T(C)$ روی یک خط راست می‌باشند.



فرض می‌کنیم $T(A) = A', T(B) = B', T(C) = C'$

چون $AB + BC = AC$ و T تبدیلی طولپا است.

پس $AB = A'B', BC = B'C', AC = A'C'$

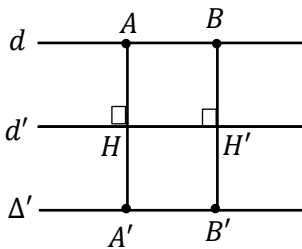
بنابراین با جایگذاری در رابطه‌ی فوق داریم $A'B + B'C' = A'C'$ یعنی A', B', C' روی یک خط راست واقع شده‌اند.

خط Δ و محور بازتاب d را در نظر می‌گیریم. سه حالت رخ می‌دهد. به بررسی هر سه حالت می‌پردازیم:

حالت اول: اگر خط Δ موازی خط بازتاب d باشد، تصویر آن تحت بازتاب خط Δ' است

(شکل را ببینید). ثابت می‌کنیم Δ با Δ' موازی است. دو نقطه‌ی A و B روی Δ در

نظر می‌گیریم و تصویر آن‌ها، یعنی A' و B' به دست می‌آوریم. بنا بر تعریف بازتاب



$$AH = A'H$$

$$BH = B'H'$$

همچنین، چون d موازی است، پس

$$AH = BH$$

در نتیجه

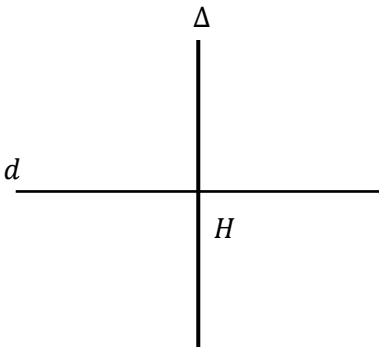
$$A'H = B'H'$$

یعنی $A'B'$ موازی است. بنابراین Δ' موازی با d و در نهایت با Δ

موازی است.

حالت دوم: اگر خط Δ برخط بازتاب d عمود باشد، واضح است که تصویر Δ

تحت بازتاب نسبت به خط d خودش میشود و هر خط با خودش موازی است.



حالت سوم: اگر خط Δ موازی با خط بازتاب d موازی نباشد، خط‌های d, Δ

و خط Δ' که بازتاب Δ است در نقطه‌ی ای مثل M متقاطع هستند (شکل

را ببینید). پس Δ و Δ' موازی نیستند و در این حالت بازتاب شیب خط

را حفظ نمی‌کند.