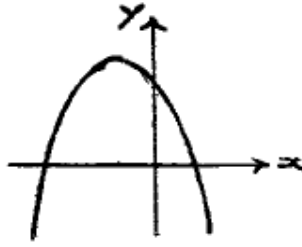


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران  
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: حسابان ۱  
 نام دبیر: آقای غلامرضا بیگی  
 تاریخ امتحان: ۰۸ / ۱۰ / ۱۳۹۷  
 ساعت امتحان: ۰۰ : ۰۸ : صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	
س.۱	<b>سوالات</b>				س.۲
۱,۵	در یک تصاعد عددی، مجموع بیست جمله ی اول سه برابر مجموع دوازده جمله ی اول آن است. اگر جمله ی سوم برابر ۶ باشد، جمله ی دهم تصاعد را بدست آورید.				۱
۲	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه های معادله ی درجه دوم $x^2 - 2x - 1 = 0$ باشند، معادله ای بنویسید که ریشه های آن $\frac{1}{\alpha+1}$ و $\frac{1}{\beta+1}$ باشد.				۲
۱	<p>نمودار سهمی <math>y = ax^2 + bx + c</math> به صورت زیر است، علامت ضرایب <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> و تعداد صفرهای آن را بیابید.</p> 				۳
۱,۵	معادله ی $(4 - x^2)^2 - 2(4 - x^2) - 15 = 0$ را حل کنید.				۴
۱	طول سرامیکی از ۳ برابر عرض آن، یک سانتی متر کوتاه تر است. برای سرامیک کردن خانه ای به مساحت ۶۳ متر مربع تعداد ۱۵۰۰ سرامیک مصرف شده است، طول سرامیک چقدر است؟				۵
۱	مهدی و محمد با هم یک اتاق را در ۲ روز رنگ می کنند، در صورتی که هریک به تنهایی اتاق را رنگ کند، مهدی ۳ روز زودتر این کار را انجام می دهد. حساب کنید هرکدام به تنهایی در چند روز این اتاق را رنگ می کند؟				۶
۰,۷۵	معادله ی مقابل را به روش جبری حل کنید. $ x  = \sqrt{2+x}$				۷
۱,۲۵	سه رأس مثلثی $A(-1, -1)$ و $B(2, -3)$ و $C(3, 0)$ هستند. الف) معادله ی ارتفاع وارد بر ضلع BC را بدست آورید. ب) طول ارتفاع وارد بر ضلع BC را بدست آورید.				۸
۱,۲۵	آیا دو تابع $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x+1}}$ و $g(x) = \sqrt{x} - 1$ با هم برابرند؟ چرا؟				۹
۰,۷۵	به کمک نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ ، نمودار تابع $y = \sqrt{x+2} - 1$ را رسم کنید.				۱۰
صفحه ی ۱ از ۲					

ردیف	ادامه ی سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۱۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.</p> <p>الف) مقدار تابع <math>f(x) = [x + 2]</math> به ازای <math>x = 1 - \sqrt{2}</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) اگر تابع <math>f = \{(3, -1), (2, 5)\}</math> باشد، ..... <math>f^{-1}</math> خواهد بود.</p> <p>پ) دامنه ی تابع وارون با ..... تابع، برابر است.</p> <p>ت) اگر <math>f = \{(3, 2), (-1, 5)\}</math> باشد، ..... <math>f(f^{-1}(2)) = \dots\dots\dots</math></p> <p>ث) دامنه ی تابع های <math>f \cdot g</math> و <math>f \pm g</math> برابر ..... است.</p>		۱,۲۵
۱۲	نمودار تابع $y = x + [x]$ را در بازه ی $[-1, 2]$ رسم کنید.		۱,۵
۱۳	دامنه ی تابع $y = x^2 - 2x + 2$ را طوری محدود کنید تا تابع یک به یک شود، سپس تابع وارون آن را بدست آورید.		۱
۱۴	تابع های $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ داده شده اند، دامنه و ضابطه ی تابع $f \circ g$ را بدست آورید.		۱,۵
۱۵	<p>اگر <math>f = \{(0, 2), (1, -1), (3, \frac{1}{4}), (-2, 3), (-1, 1)\}</math> و <math>g = \{(2, \sqrt{2}), (-1, 2), (\frac{1}{4}, 3), (1, \frac{3}{4})\}</math> باشد، تابع <math>gf - g</math> را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب بنویسید.</p>		۰,۷۵
۱۶	<p>الف) نمودار دو تابع <math>y = 2^x</math> و <math>y = (\frac{1}{2})^x</math> را رسم کنید.</p> <p>ب) دامنه و برد هریک را بدست آورید.</p> <p>پ) آیا توابع فوق یک به یک هستند؟ چرا؟</p>		۲
موفق و مؤید باشید بیگی			
صفحه ی ۲ از ۲			

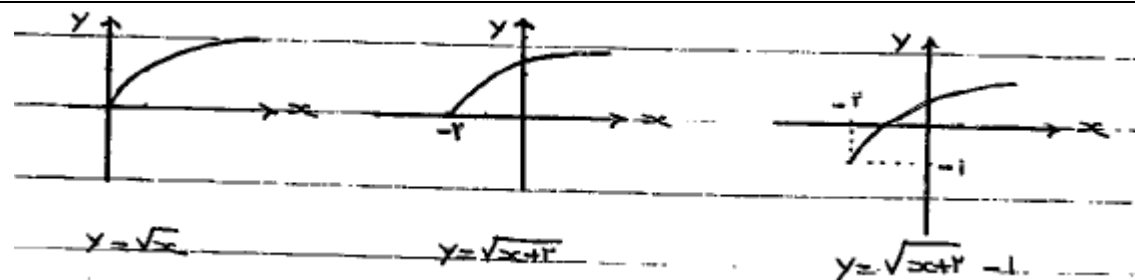
جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱		$\begin{cases} S_{2r} = 2S_{1r} \\ a_r = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{2r}{2}(2a_1 + 19d) = 2 \times \frac{1r}{2}(2a_1 + 11d) \\ a_1 + 2d = 6 \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} 2a_1 + d = 0 \\ a_1 + 2d = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ d = 4 \end{cases} \rightarrow a_{10} = a_1 + 9d \rightarrow a_{10} = 34$
۲		$x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow S = 2, P = -1$ $\begin{cases} \alpha' = \frac{1}{\alpha + 1} \\ \beta' = \frac{1}{\beta + 1} \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} S' = \alpha' + \beta' = \frac{1}{\alpha + 1} + \frac{1}{\beta + 1} = \frac{\beta + 1 + \alpha + 1}{(\alpha + 1)(\beta + 1)} = \frac{\alpha + \beta + 2}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{S + 2}{1 + S + P} = 2 \\ P' = \alpha' \times \beta' = \frac{1}{\alpha + 1} \times \frac{1}{\beta + 1} = \frac{1}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{1}{S + P + 1} = \frac{1}{2 - 1 + 1} = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\rightarrow X^2 - S'X + P' = 0 \rightarrow X^2 - 2X + \frac{1}{2} = 0$
۳		<p>دارد <math>max \rightarrow a &lt; 0</math>  <math>x</math> رأس منفی <math>\rightarrow \frac{-b}{2a} &lt; 0 \rightarrow b &lt; 0</math>  <math>c &gt; 0</math> عرض از مبدأ مثبت</p> <p>در ضمن تابع ۲ تا صفر دارد.</p>
۴		$4 - x^2 = k \rightarrow k^2 - 2k - 15 = 0 \rightarrow (k - 5)(k + 3) = 0 \rightarrow k = 5, k = -3$ $k = 5 \rightarrow 4 - x^2 = 5 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow$ غیر قابل قبول $k = -3 \rightarrow 4 - x^2 = -3 \rightarrow x^2 = 7 \rightarrow x = \pm\sqrt{7}$
۵		<p>طول <math>a</math> و عرض <math>b \rightarrow \begin{cases} a = 3b - 1 \\ a \cdot b = 420 \end{cases} \rightarrow 3b^2 - b - 420 = 0 \rightarrow \begin{cases} b = 12 \rightarrow a = 35 \\ b = \frac{-25}{3} \end{cases}</math>          غیر قابل قبول  <math>\frac{63000}{1500} = 420</math> مساحت هر سرامیک</p>
۶		$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2} \rightarrow 2x + 6 + 2x = x^2 + 3x \rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0$ $x = -2$ غیر قابل قبول، $x = 3$ مهدی، $x = 6$ محمد
۷		$ x  = \sqrt{2+x} \rightarrow x^2 = 2+x \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ هر دو جواب قابل قبول
۸		$A(-1, -1), B(2, -3), C(3, 0)$ الف) $m_{BC} = \frac{0 - (-3)}{3 - 2} = 3 \rightarrow m_{AH} = \frac{-1}{3} \rightarrow y + 1 = \frac{-1}{3}(x + 1) \rightarrow y = \frac{-1}{3}x - \frac{4}{3}$ ب) $y - 0 = 3(x - 3) \rightarrow 3x - y - 9 = 0 \rightarrow AH = \frac{ -3 + 1 - 9 }{\sqrt{9 + 1}} = \frac{11}{\sqrt{10}} = \frac{11\sqrt{10}}{10}$
۹	بله زیرا:	$f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \rightarrow D_f = [0, +\infty)$ $g(x) = \sqrt{x} - 1 \rightarrow D_g = [0, +\infty)$ $\rightarrow D_f = D_g = [0, +\infty)$ شرط

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} + 1} = \sqrt{x} - 1 \quad \text{شرط ۲}$$

از شرط ۱ و ۲ داریم:  $f(x) = g(x)$



۱۰

الف)  $f^{-1} = \{(-1, 2), (5, 2)\}$  ب) برد پ)  $D_f \cap D_g$  ت) ۲ ث) ۱

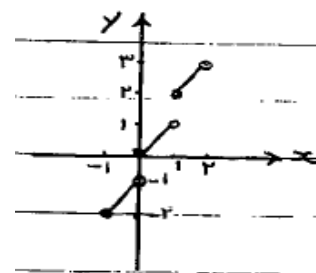
۱۱

$$y = x + [x] \quad x \in [-1, 2)$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow y = x - 1$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow y = x$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow y = x + 1$$



۱۲

$$y = x^2 - 2x + 2 \rightarrow y = (x - 1)^2 + 1$$

اگر  $D_f = (-\infty, 1]$  یا  $D_f = [1, +\infty)$  در نظر گرفته شود تابع یک به یک است.

$$y = (x - 1)^2 + 1 \rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$y - 1 = (x - 1)^2 \rightarrow |x - 1| = \sqrt{y - 1} \rightarrow x - 1 = \sqrt{y - 1} \rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x - 1}$$

۱۳

$$f(x) = \sqrt{x - 1} \quad D_f = [1, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{x + 1}{x - 2} \quad D_g = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} - \{2\} \mid \frac{x + 1}{x - 2} \in [1, +\infty)\}$$

$$\frac{x + 1}{x - 2} \geq 1 \rightarrow \frac{3}{x - 2} \geq 0 \rightarrow x > 2 \rightarrow D_{f \circ g} = (2, +\infty), f \circ g(x) = \sqrt{\frac{3}{x - 2}}$$

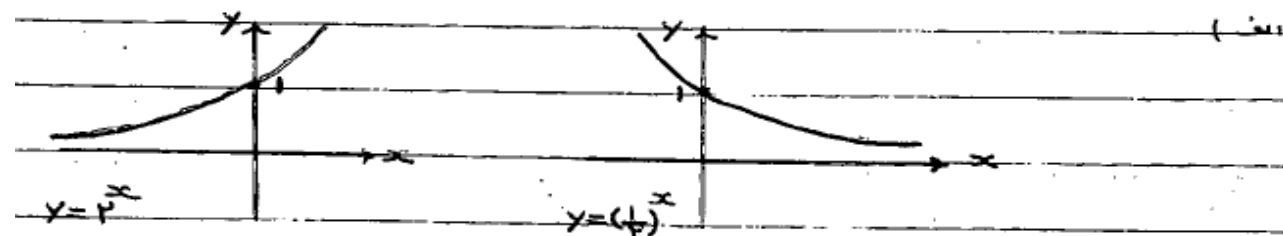
۱۴

$$2f = \left\{ (0, 4), (1, -2), \left(3, \frac{1}{3}\right), (-2, 6), (-1, 2) \right\}, g = \left\{ (2, \sqrt{2}), (-1, 2), \left(\frac{1}{4}, 3\right), \left(1, \frac{3}{4}\right) \right\}$$

$$2f - g = \left\{ \left(1, \frac{-7}{4}\right), (-1, 0) \right\}$$

۱۵

الف)



۱۶

ب)

$$y = 2^x \quad D_f = \mathbb{R}, \quad R_f = (0, +\infty)$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad D_f = \mathbb{R}, \quad R_f = (0, +\infty)$$

پ) بله، زیرا هر خط افقی نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح: غلامرضا بیگی

جمع بارم: ۲۰ نمره