

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

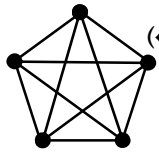
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی $x$ و $y$ ، داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ . ب) اگر $a$ و $b$ دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ آن گاه $a = 0$ یا $b = 0$ . پ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ داریم: $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ . ت) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۲	ثابت کنید اگر $a$ و $b$ دو عدد حقیقی نامنفی باشند، داریم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ .	۱/۲۵
۳	فرض کنیم $a$ و $n$ دو عدد طبیعی باشند به طوری که $a 2n+3$ و $a 3n+4$ . نشان دهید $a=1$ .	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p=6k+1$ یا $p=6k+5$ ( $k \in \mathbb{W}$ ) نوشته می‌شود.	۱/۵
۵	رقم یکان عدد $(7^{13} + 5)$ را به دست آورید.	۱
۶	معادله سیاله $2x + 5y = 19$ را حل کنید.	۱
۷	گراف $G$ به صورت مقابل رسم شده است. به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) ماکزیمم و مینیمم درجه را مشخص کنید. ب) سه دوره به طول ۳ بنویسید. پ) ماکزیمم درجه در مکمل گراف $G$ چند است؟ ت) $N_G(e)$ را با اعضا بنویسید. ث) آیا گراف $G$ همبند است؟	۲/۵
۸	هفت نفر در یک اتاق هستند و برخی از آن‌ها با یکدیگر دست می‌دهند. ۶ نفر از آن‌ها هر کدام دقیقاً با دو نفر دست داده‌اند. نشان دهید نفر هفتم نمی‌تواند دقیقاً با ۵ نفر دست داده باشد.	۱
۹	گراف کامل $K_p$ دارای ۱۰ یال است. ابتدا $p$ را به دست آورید و سپس گراف را رسم کنید.	۱
۱۰	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید.	۱/۵
		
۱۱	هشت نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق، سه نفره، چهار نفره و یک نفره قرار بگیرند؟	۰/۷۵
۱۲	معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 \geq 1$ و $x_3 > 3$ باشند؟	۱/۷۵
۱۳	یک مربع لاتین چرخشی $4 \times 4$ بنویسید.	۰/۵

«بقیه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: <b>ریاضیات گسسته</b>	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: <b>ریاضی فیزیک</b>
پایه <b>دوازدهم</b> دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان <b>بزرگسال و داوطلبان آزاد</b> سراسر کشور در <b>نوبت شهریور</b> ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱۴	در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۴ نفر والیبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر نه فوتبال بازی می کنند و نه والیبال، به شرط آن که بدانیم ۹ نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می کنند.	۱
۱۵	تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی را بشمارید.	۱
۱۶	۸ نفر را که برای یک برنامه تلویزیونی پیامک ارسال کرده اند، انتخاب کرده ایم و می خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر ( با قرعه کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ ( یک نفر می تواند ۴ جایزه را برنده شود).	۱
۱۷	نشان دهید در یک خانواده ۵ نفری حداقل دو نفر فصل تولدشان یکسان است.	۱
	" موفق باشید "	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) کار در کلاس صفحه ۳ ب) درست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۴) پ) نادرست (۰/۲۵) کار در کلاس صفحه ۷ ت) نادرست (۰/۲۵) (مشابه قسمت ث کار در کلاس صفحه ۳)	۱
۲	$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ (۰/۲۵) نابرابری آخر برای $a, b$ نامنفی همیشه درست است. (۰/۲۵). اثبات بازگشتی و حکم برقرار است. (مثال صفحه ۷)	۱/۲۵
۳	$a   2n+4$ $a   2n+2 \Rightarrow a   \underbrace{-2(2n+4)}_{(0/25)} + \underbrace{2(2n+2)}_{(0/25)} \Rightarrow a   1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = \pm 1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a = 1$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱)	۱/۲۵
۴	هرگاه $p$ را بر ۶ تقسیم کنیم، خواهیم داشت: $p = 6k$ (۱) , $p = 6k + 1$ (۲) , $p = 6k + 2 = 2(3k + 1)$ (۳) $p = 6k + 3 = 3(2k + 1)$ (۴) , $p = 6k + 4 = 2(3k + 2)$ (۵) , $p = 6k + 5$ (۶) (۰/۷۵) $p$ در حالات (۱)، (۳) و (۵) زوج و در (۴) بر ۳ بخش پذیر است (۰/۲۵) که با اول بودن $p$ تناقض دارد. بنابراین فقط در حالات (۲) یا (۶) ، $p$ می تواند عددی اول باشد که حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) (مسئله ۲ صفحه ۱۵)	۱/۵
۵	$7^2 \equiv -1 \pmod{10}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 7^{12} \equiv 1 \pmod{10}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 7^{13} \equiv 7 \pmod{10}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 7^{13} + 5 \equiv 12 \equiv 2 \pmod{10}$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۲۹)	۱
۶	$2x \equiv 19 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = -2k + 3$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷)	۱
۷	الف) $\Delta(G) = 4$ , $\delta(G) = 0$ (۰/۵) ب) $c, a, b, c$ (۰/۲۵) , $c, a, e, c$ (۰/۲۵) , $c, e, d, c$ (۰/۲۵) پ) ۵ (۰/۲۵) $N_G(e) = \{a, c, d\}$ (۰/۷۵) ث) خیر (۰/۲۵) (مفاهیم اساسی گراف از صفحه ۳۲ تا صفحه ۳۹)	۲/۵
۸	$\sum_{i=1}^v \deg v_i = 2q$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6 \times 2 + \deg v_v = 2q$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \deg v_v = 2q - 12 = 2k$ (۰/۲۵) (تمرین ۱۰ صفحه ۴۲) (۰/۲۵)	۱
۹	$\frac{p(p-1)}{2} = 10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p^2 - p - 20 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p = 5$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۶ صفحه ۴۲) رسم گراف (۰/۲۵) 	۱
۱۰	با توجه $\left\lfloor \frac{8}{3+1} \right\rfloor = 2$ داریم $\gamma(G) \geq 2$ . لذا حداقل عدد احاطه گری ۲ است. (۰/۲۵) از طرفی $\{e, c\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵). پس $\gamma(G) \leq 2$ در نتیجه $\gamma(G) = 2$ (عدد احاطه گری). (۰/۲۵) (قسمت الف تمرین ۳ صفحه ۵۲)	۱/۵
۱۱	$\frac{8!}{3! \times 4!}$ (۱) (به راه حل $\binom{8}{4} \binom{4}{3} \binom{1}{1}$ نیز نمره داده شود.) (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۵۹)	۰/۷۵

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																
۱۲	(سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱) $y_1 = x_1 - 1 \geq 0 \Rightarrow x_1 = 1 + y_1$ (۰/۵) , $y_2 = x_2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x_2 = 4 + y_2$ (۰/۵) $\Rightarrow$ $1 + y_1 + x_2 + 4 + y_2 + x_3 + x_4 = 14$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_2 + y_2 + x_3 + x_4 = 9$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ جواب = $\begin{pmatrix} 9+5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵)	۱/۷۵																
۱۳	(توضیحات صفحه ۶۳) <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> </table> (۰/۵)	۱	۲	۳	۴	۴	۱	۲	۳	۳	۴	۱	۲	۲	۳	۴	۱	۰/۵
۱	۲	۳	۴															
۴	۱	۲	۳															
۳	۴	۱	۲															
۲	۳	۴	۱															
۱۴	(مثال صفحه ۷۴) $ \overline{F \cup V}  =  S  -  F \cup V  = 25 - (15 + 14 - 9) = 5$ (۰/۲۵)	۱																
۱۵	$A = \{a_1, a_2, a_3\}$ , $b = \{b_1, b_2, \dots, b_6\}$ $f(a_1) = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_6 \Rightarrow$ به ۶ طریق $f(a_1)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) $f \Rightarrow f(a_2) \neq f(a_1) \Rightarrow$ به ۵ طریق $f(a_2)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) $f \Rightarrow f(a_3) \neq f(a_1), f(a_2) \neq f(a_2) \Rightarrow$ به ۴ طریق $f(a_3)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) بنابراین طبق اصل ضرب $6 \times 5 \times 4 = 120$ تابع یک به یک داریم. (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۷۹) (به روش $3! = \frac{6!}{3!} = 120$ نیز نمره داده شود.)	۱																
۱۶	حل مسأله معادل با یافتن تعداد تابع‌های ممکن از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۸ عضوی است. (۰/۵) که برابر با $8^4$ است. (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)	۱																
۱۷	فصل تولد=لانه=۴ (۰/۲۵) و افراد خانواده=کبوتر=۵ (۰/۲۵). طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) حداقل یک لانه (فصل) وجود دارد که ۲ کبوتر (دو نفر از اعضای خانواده) در آن قرار می‌گیرند (در یک فصل به دنیا آمده‌اند). (۰/۲۵) (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۰)	۱																
۲۰	جمع نمره																	

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر با هم با ما به تناسب تقسیم فرمایید.»