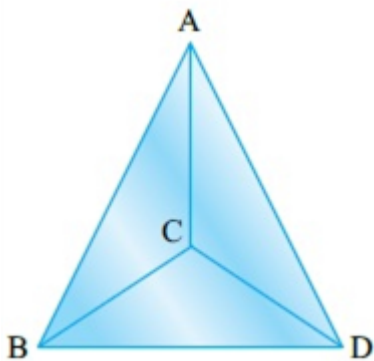




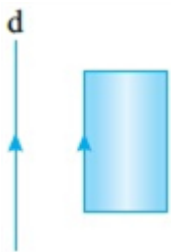
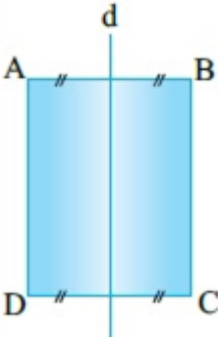



لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید

۱	خط a بر صفحه P عمود نیست. از خط a صفحه‌ای عمود بر P بگذرانید.	سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم
۲	دو خط متنافر d و d' با صفحه P متقاطع‌اند. خطی رسم کنید که موازی صفحه P باشد و این دو خط متنافر را قطع کند.	سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم
۳	خط d در دو صفحه P و P' قرار دارد. وضعیت نسبی دو صفحه P و P' را بررسی کنید.	سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم
۴	در هرم شکل مقابل چند جفت خط متنافر وجود دارد؟ نام ببرید.	 <p>سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم</p>
۵	ثابت کنید اگر خطی راست دو خط موازی را قطع کند، هر سه خط ها در یک صفحه قرار دارند.	سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم
۶	خط d با صفحه P متقاطع است. وضعیت خط d با خط های صفحه P را بررسی کنید.	سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم
۷	چهار نقطه در فضا در نظر بگیرید که روی یک صفحه نباشند. آیا ممکن است سه تا از این نقطه‌ها روی یک خط باشند؟	سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دهم

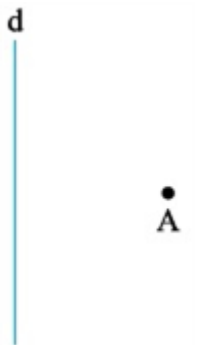
	<p>نکته: از هر سه نقطه که در یک راستا نیستند یک صفحه (و فقط یک صفحه) می‌گذرد. صفحه از هر طرف نامحدود است و ضخامت ندارد. پس:</p>  <p>هفت نقطه که هیچ سه‌تایی از آن‌ها در یک راستا نیستند، حداکثر چند صفحه را مشخص می‌کنند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۸
	<p>شش نقطه در فضا که هیچ سه‌تایی از آن‌ها در یک راستا نیستند، چند خط را مشخص می‌کنند؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۹
	<p>شکل مقابل از یک ربع دایره، یک مستطیل و یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل شده است. شکل فضایی حاصل از دوران آن حول پاره‌خط AB را رسم کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۱۰
	<p>از دوران ربع یک دایره حول خط d یک شکل فضایی ایجاد می‌شود. صفحه‌ای گذرا از خط d با این شکل فضایی چه مقطعی را ایجاد می‌کند؟</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۱۱
	<p>از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول وتر آن چه شکلی ایجاد می‌شود؟</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۱۲



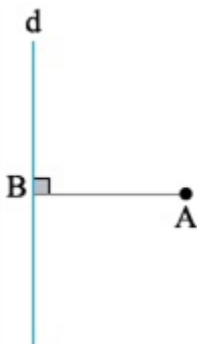
	<p>مستطیل مقابل را حول خط d دوران می‌دهیم. سطح مقطع صفحه‌ی گذرا از خط d را با جسم ایجاد شده مشخص کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دهم</p>	۱۳
	<p>از دوران مستطیل ABCD حول خط d که از وسط‌های دو ضلع مقابل آن می‌گذرد، کدام شکل فضایی ایجاد می‌شود؟</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دهم</p>	۱۴
	<p>از دوران دایره حول خط d چه شکلی به‌وجود می‌آید؟</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دهم</p>	۱۵



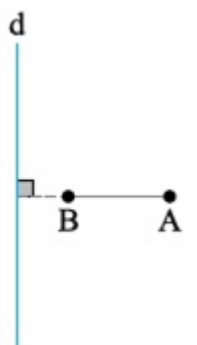
در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید.
الف) دوران نقطه A حول خط d.



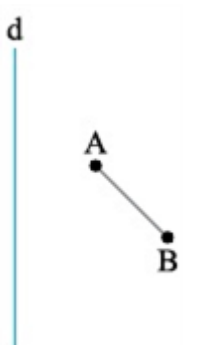
ب) دوران پاره خط AB حول خط d.



پ) دوران پاره خط AB حول خط d.



ت) دوران پاره خط AB حول خط d.

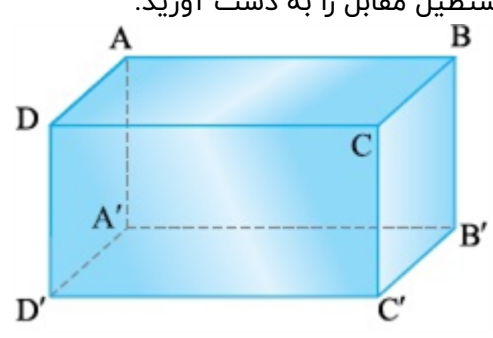
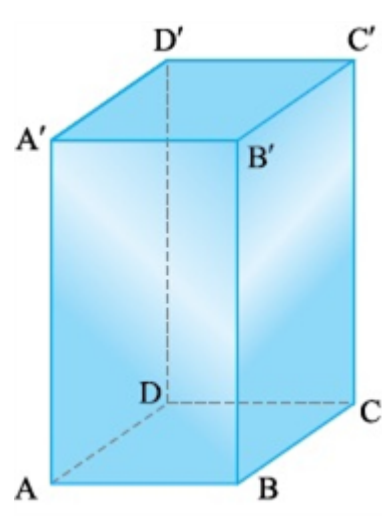
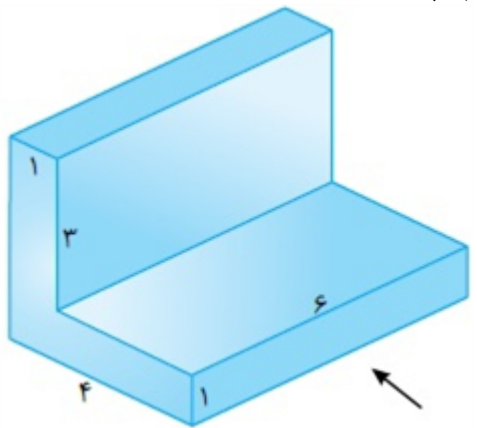


سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

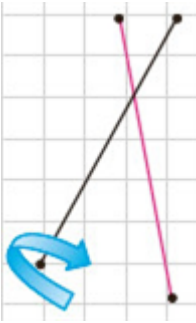
کره‌ای به شعاع ۴ در نظر بگیرید. مساحت مقطع حاصل از برخورد یک صفحه که از مرکز این کره می‌گذرد با این کره چقدر است؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم

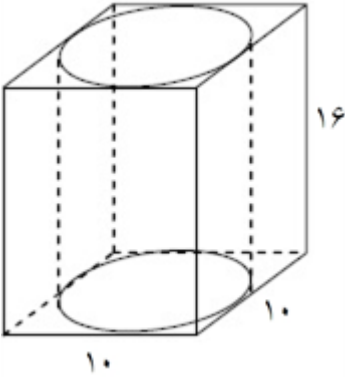
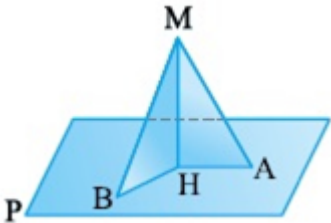


	<p>سطح مقطع برخورد صفحه شامل یال AB و نقطه C' با سطح مکعب مستطیل مقابل را به دست آورید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۱۸
	<p>در مکعب مستطیل شکل مقابل سطح مقطع صفحه‌های افقی و قائم را که از وسط چهار یال آن می‌گذرد، رسم کنید.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۱۹
	<p>مقطع حاصل از صفحه گذرا از محور یک مخروط قائم را رسم کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۲۰
	<p>سه شکل فضایی رسم کنید که نمای بالای هر کدام از آن‌ها مربع باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۲۱
	<p>در شکل مقابل نسبت مساحت شکل از نمای روبه‌رو به مساحت نمای چپ چقدر است؟</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۲۲

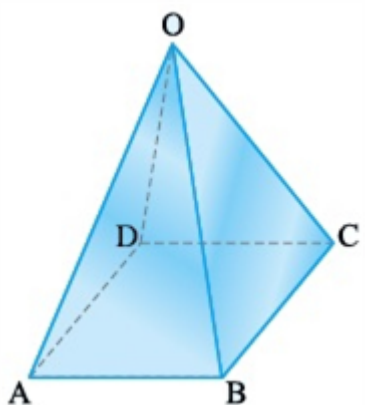
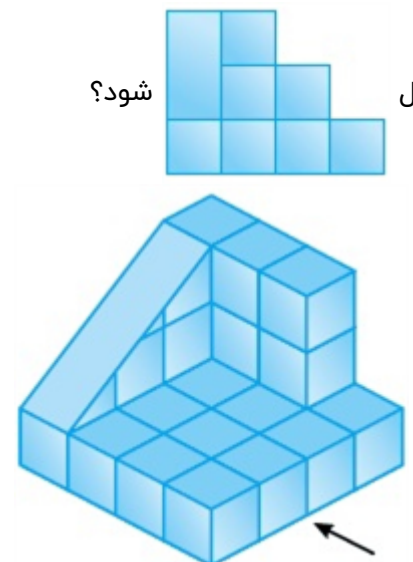


	<p>دو پاره خط متقاطع را مطابق شکل در نظر بگیرید. اگر یکی از پاره خط ها را حول دیگری دوران دهیم، چه جسم هندسی ای ساخته می شود؟</p>  <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)</p>	۲۳
	<p>در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید.</p> <p>الف) دوران یک مثلث متساوی الساقین حول ارتفاع آن:</p> <p>ب) دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع زاویه قائمه:</p> <p>پ) دوران یک دوزنقه قائم الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده ها:</p> <p>ت) دوران یک مثلث متساوی الساقین حول قاعده ی آن:</p> <p>مسایل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه دهم-هندسه (۱)</p>	۲۴
	<p>اگر کره ای در یک مکعب محاط شده باشد، آنگاه نسبت حجم کره به حجم مکعب کدام است؟</p> <p> $\frac{\pi}{6}$ (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) </p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p>	۲۵
	<p>اگر مساحت یک نیمکره برابر ۲۷π باشد، آنگاه حجم آن کدام است؟</p> <p> ۲۱π (۱) ۱۸π (۲) ۲۷π (۳) ۳۲π (۴) </p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p>	۲۶
	<p>اگر یک مثلث قائم الزاویه که زاویه آن ۶۰ درجه است را یک بار حول ضلع کوچکتر و بار دیگر حول وتر دوران دهیم آنگاه نسبت حجم های اشکال حاصل کدام خواهد بود؟</p> <p> $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) </p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p>	۲۷
	<p>اگر شعاع یک مخروط را دو برابر و ارتفاع آن را نصف کنیم، حجم مخروط چه تغییری می کند؟</p> <p> (۱) دو برابر می شود. (۲) نصف می شود. (۳) تغییر نمی کند. (۴) چهار برابر می شود. </p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p>	۲۸



<p>در شکل مقابل استوانه‌ای در یک مکعب مستطیل محاط شده است. حجم بین استوانه و مکعب مستطیل کدام است؟</p>  <p>۱۰ ۱۶</p> <p>۱) ۳۴۳ ۲) ۳۴۴ ۳) ۳۴۶ ۴) ۳۴۸</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۲۹
<p>اگر ابعاد مکعب مستطیلی با اعداد ۱، ۲ و ۲ متناسب باشد و قطر این مکعب مستطیل برابر ۹ باشد، آن‌گاه حجم آن کدام است؟</p> <p>۱) ۸۱ ۲) ۹۶ ۳) ۱۰۸ ۴) ۱۲۱</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۳۰
<p>اگر در مکعب شکل زیر مساحت مثلث ABC برابر $4\sqrt{3}$ باشد، آن‌گاه مساحت جانبی این مکعب کدام است؟</p> <p>۱) ۲۶ ۲) ۱۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۳۱
<p>در شکل مقابل پاره خط MH بر صفحه P عمود است. نسبت $\frac{MA}{MB}$ کدام است؟ $((\widehat{BMH} = 60^\circ, \widehat{MAH} = 60^\circ))$</p>  <p>۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{4}$</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۳۲
<p>دو خط d_1 و d_2 در نقطه A متقاطع‌اند و صفحه P شامل نقطه A است. وضع خط‌های d_1 و d_2 با صفحه P کدام‌یک از گزینه‌ها نیست؟</p> <p>۱) d_1 و d_2 با P متقاطع‌اند. ۲) d_1 درون صفحه و با d_2 با صفحه متقاطع است.</p> <p>۳) d_1 و d_2 درون صفحه قرار دارند. ۴) d_1 و d_2 موازی صفحه P باشند.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دهم</p>	۳۳



	<p>در هرم شکل مقابل چند یال متنافر با یال AB وجود دارد؟</p>  <p>۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱) ۴ (صفر)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p>	۳۴
	<p>صفحه P کره‌ای به مرکز O و شعاع ۵ سانتی‌متر را قطع کرده است. اگر فاصله نقطه O از این صفحه ۳ سانتی‌متر باشد، مساحت این سطح مقطع کدام است؟</p> <p>۱ (۸π) ۲ (۱۶π) ۳ (۴π) ۴ (۲۵π)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p>	۳۵
	<p>در شکل مقابل حداقل چند مکعب باید حذف شود تا یکی از نماهای آن به شکل شود؟</p>  <p>۱ (۱) ۲ (۴) ۳ (۹) ۴ (۸)</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دهم</p>	۳۶
	<p>در فضا، دو خط L_1 و L_2 موازی هستند. اگر خط d خط L_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص وضعیت خط d و L_2 همواره درست است؟</p> <p>۱ (متنافرند) ۲ (موازی‌اند) ۳ (غیرمقاطع‌اند) ۴ (غیرموازی‌اند)</p> <p>سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱</p>	۳۷

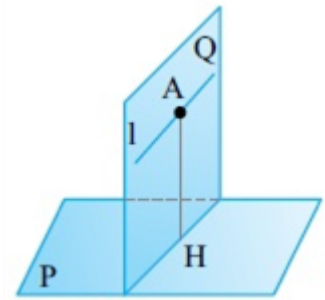


۳۸	<p>دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آن‌ها با یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع‌اند. مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو کره، کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ $3/24\pi$ <input type="radio"/> ۲ $4/41\pi$ <input type="radio"/> ۳ $4/8\pi$ <input type="radio"/> ۴ $5/76\pi$ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۳۹	<p>در مکعب مفروض، صفحه‌ای بر یک یال و وسط یال دیگر گذشته است. مساحت مقطع حاصل، چند برابر مساحت یکی از وجوه مکعب است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ <input type="radio"/> ۲ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ <input type="radio"/> ۳ $\frac{3}{2}$ <input type="radio"/> ۴ $\sqrt{2}$ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۴۰	<p>خط d و صفحه‌ی P و نقطه‌ی A در خارج آن دو مفروض است. در رسم خطی گذرا از نقطه‌ی A، موازی صفحه‌ی P و متقاطع با خط d، در کدام وضعیت، خط و صفحه مفروض، تنها یک جواب دارد؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ الزاماً عمود <input type="radio"/> ۲ منطبق <input type="radio"/> ۳ موازی <input type="radio"/> ۴ متقاطع </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۴۱	<p>چهار نقطه‌ی A و B و C و D در فضا مفروض است به طوری که امتدادهای AB و CD متناظرند. تصاویر این نقاط بر صفحه‌ی عمود بر خطی که از وسط AC و وسط BD بگذرد، رأس‌های کدام چهارضلعی است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ متوازی‌الاضلاع <input type="radio"/> ۲ لوزی <input type="radio"/> ۳ دوزنقه <input type="radio"/> ۴ غیرمشخص </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۴۲	<p>در یک هرم منتظم با قاعده‌ی مربع، ارتفاع هرم ۴ و ارتفاع مثلث جانبی آن $2\sqrt{7}$ واحد است. حجم این هرم، چند واحد مکعب است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۳۶ <input type="radio"/> ۲ ۴۸ <input type="radio"/> ۳ ۵۴ <input type="radio"/> ۴ ۶۴ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>
۴۳	<p>قاعده‌ی منشور قائم، شش ضلعی منتظم به ضلع ۴ واحد و طول یال قائم آن $5/7$ واحد است. حجم بزرگ‌ترین استوانه که در داخل این منشور جای گیرد، چند برابر π است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۷۵ <input type="radio"/> ۲ ۸۴ <input type="radio"/> ۳ ۹۰ <input type="radio"/> ۴ ۱۰۵ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی</p>
۴۴	<p>در یک مکعب مستطیل، با امتداد تمام یال‌ها، هر یال با چند یال دیگر، متناظر است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۲ <input type="radio"/> ۲ ۳ <input type="radio"/> ۳ ۴ <input type="radio"/> ۴ ۵ </p> <p>کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی</p>

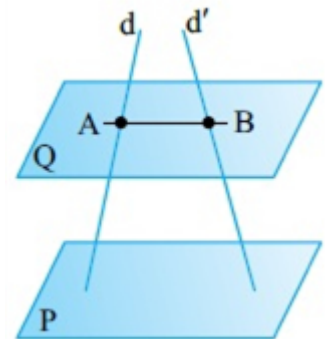




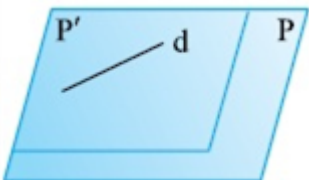
۱ از نقطه دلخواه A روی خط l ، خط AH را عمود بر صفحه P رسم می‌کنیم. از دو خط متقاطع AH و l صفحه Q را عبور می‌دهیم. در این صورت، صفحه Q از خط l می‌گذرد و بر P عمود است.



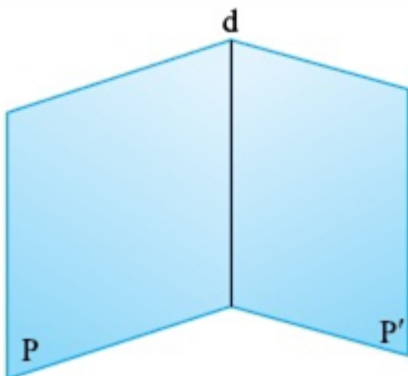
۲ صفحه Q را موازی با صفحه P رسم می‌کنیم. فرض می‌کنیم نقطه‌های تلاقی دو خط d و d' با صفحه Q به ترتیب نقطه‌های A و B باشند. خط گذرنده از نقطه‌های A و B جواب این مسئله است. زیرا خط AB اولاً دو خط d و d' را قطع می‌کند و ثانیاً در صفحه Q که موازی صفحه P است، قرار دارد. پس خط AB موازی صفحه P است.



۳ دو صفحه P و P' ممکن است بر هم منطبق باشند و خط d در هر دو صفحه قرار داشته باشد.



همچنین دو صفحه P و P' ممکن است متقاطع باشند به طوری که خط d فصل مشترک آنها باشد.



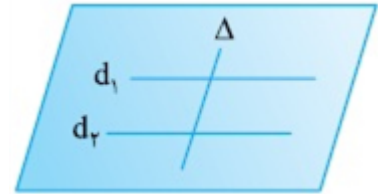
۴ دو خط AB و CD نه موازی‌اند و نه متقاطع، پس متناظرند. به همین ترتیب، دو خط AC و BD و دو خط AD و BC متناظرند. بنابراین سه جفت خط متناظر داریم.





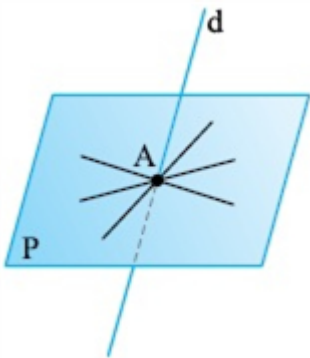
۵

دو خط موازی یک صفحه را مشخص می‌کنند. خط راستی که این دو خط موازی را قطع کرده است، با این صفحه دو نقطه مشترک دارد (که همان نقطه‌های برخوردش با دو خط موازی‌اند)، بنابراین در همین صفحه قرار دارد. به این ترتیب، هر سه خط ها در همین صفحه قرار دارند.

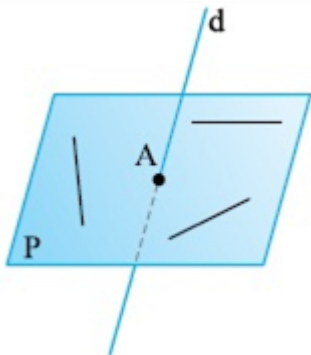


۶

فرض می‌کنیم خط d صفحه P را در نقطه A قطع کرده باشد. خط هایی در صفحه P که از A می‌گذرند با خط d متقاطع‌اند.



سایر خط های صفحه P که از نقطه A نمی‌گذرند با خط d متناظرند، زیرا با d در یک صفحه قرار نمی‌گیرند.



نکته: اگر خط d صفحه P را قطع کند، هر خط در صفحه P یا d را دقیقاً در یک نقطه قطع می‌کند یا با d متناظر است.

۷

فرض می‌کنیم سه تا از این نقطه‌ها روی یک خط باشند. اگر نقطه چهارم روی همین خط باشد، چون صفحه‌ای وجود دارد که از این خط می‌گذرد، پس این چهار نقطه روی یک صفحه قرار دارند که درست نیست. اگر نقطه چهارم روی این خط نباشد، آن وقت این خط و نقطه چهارم صفحه‌ای را مشخص می‌کنند که هر چهار نقطه روی آن قرار دارند که باز هم درست نیست.

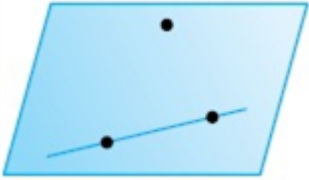
بنابراین امکان ندارد که سه تا از چهار نقطه مورد نظر روی یک خط باشند.





۸

با هر سه نقطه که در یک راستا نیستند، یک صفحه مشخص می‌شود. تعداد راه‌های انتخاب ۳ نقطه از این ۷ نقطه برابر است با $\binom{7}{3} = 35$. بنابراین با هفت نقطه مورد نظر حداکثر ۳۵ صفحه مشخص می‌شود. نکته: اگر نقطه‌ای خارج یک خط باشد، با هر دو نقطه از این خط می‌شوند سه نقطه که در یک راستا نیستند. بنابراین صفحه‌ای از آن‌ها می‌گذرد.



نکته: از هر خط و نقطه‌ای خارج آن یک صفحه (و فقط یک صفحه) می‌گذرد. اگر دو خط یکدیگر را قطع کنند، نقطه تقاطع آن‌ها و یک نقطه دیگر از هر یک از خط‌ها، سه نقطه می‌شوند که در یک راستا نیستند. بنابراین صفحه‌ای از آن‌ها می‌گذرد.



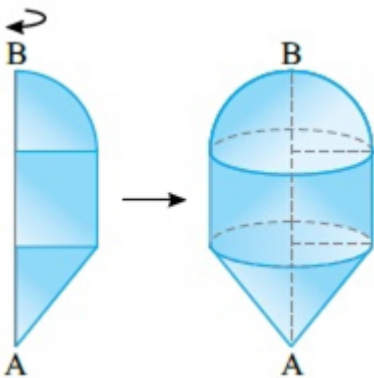
نکته: از هر دو خط متقاطع، یک صفحه (و فقط یک صفحه) می‌گذرد. نکته: از هر خط در فضا نامتناهی صفحه می‌گذرد.

۹

هر دو نقطه در فضا یک خط (و فقط یک خط) را مشخص می‌کنند. تعداد راه‌های انتخاب ۲ نقطه از این ۶ نقطه برابر است با $\binom{6}{2} = 15$. بنابراین با شش نقطه مورد نظر ۶۰ خط در صفحه مشخص می‌شود (توجه کنید که چون هیچ سه نقطه از نقطه‌های داده شده در یک راستا نیستند، پس هیچ‌یک از خط‌ها بر هم منطبق نیستند).

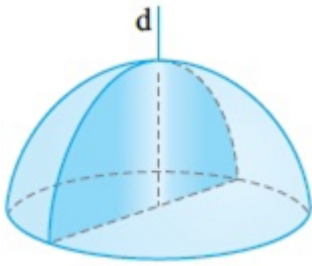
۱۰

از دوران ربع دایره حول AB، یک نیم‌کره و از دوران مستطیل حول AB، یک استوانه و از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول AB یک مخروط به وجود می‌آید. پس شکل حاصل از دوران به صورت روبه‌رو خواهد بود.

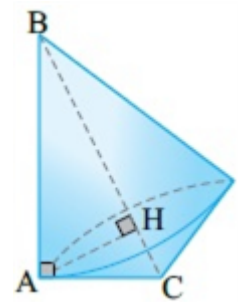




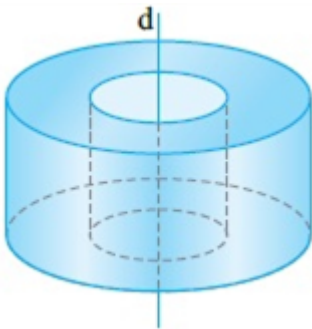
۱۱ از دوران ربع دایره حول خط d یک نیم کره به وجود می آید و مقطع صفحه گذرا از خط d با این نیم کره، یک نیم دایره است.



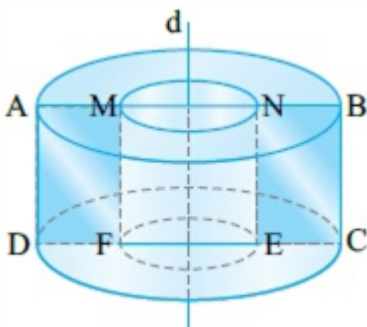
۱۲ در مثلث قائم الزاویه ABC ارتفاع AH وارد بر وتر BC را رسم می کنیم. در این صورت مثلث ABC به دو مثلث قائم الزاویه ABH و ACH تقسیم می شود. از دوران آن ها حول BC دو مخروط قائم با قاعده مشترک به صورت روبه رو به دست می آید.



۱۳ از دوران مستطیل فوق حول خط d ، دو استوانه ایجاد می شود که شکل حاصل، فضای بین این دو استوانه است.



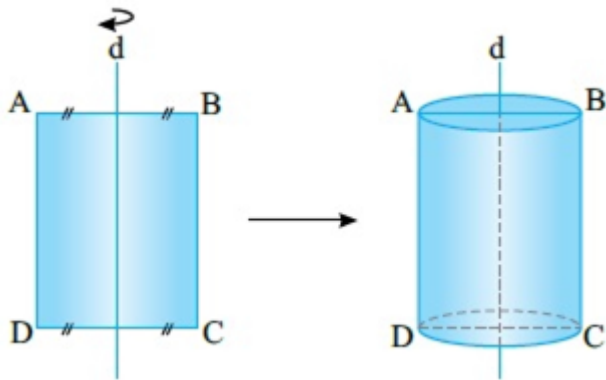
اگر با صفحه گذرا از خط d این شکل را برش دهیم، مقطع حاصل دو مستطیل $AMFD$ و $BNEC$ هستند.





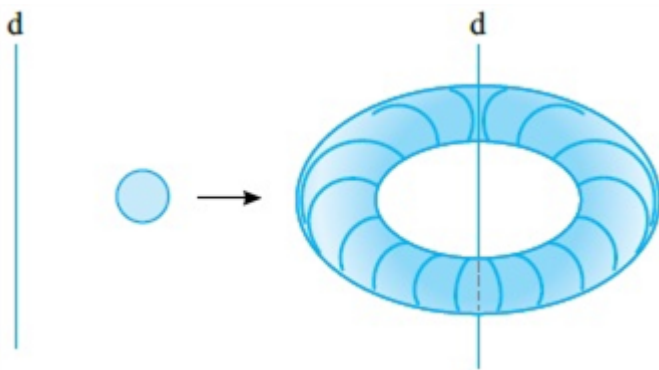
از دوران این مستطیل حول خط d یک استوانه ایجاد می‌شود، به‌طوری که AB و CD قطر قاعده‌های این استوانه هستند.

۱۴



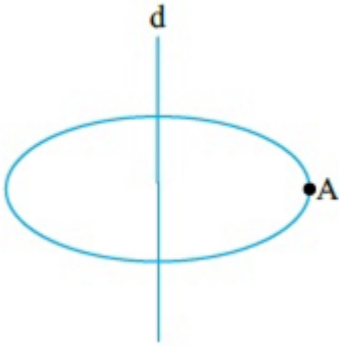
از دوران دایره حول خط d شکل زیر ایجاد می‌شود.

۱۵

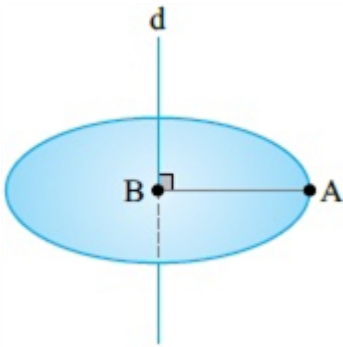




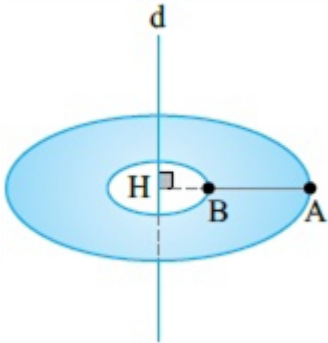
۱۶ الف) از دوران نقطه A حول خط d یک دایره ایجاد می‌شود.



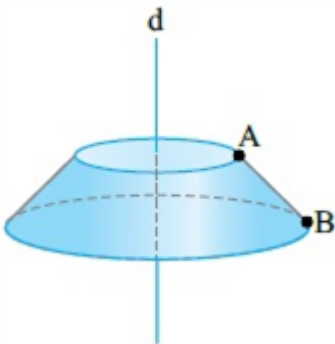
ب) از دوران پاره خط AB که بر خط d عمود است، سطح یک دایره ایجاد می‌شود، به طوری که شعاع AB آن است.



پ) در شکل زیر امتداد پاره خط AB بر خط d عمود است. پای عمود را H می‌نامیم. پس، از دوران AH حول d، سطح یک دایره به شعاع AH و از دوران BH حول d، سطح دایره دیگری به شعاع BH ایجاد می‌شود. بنابراین شکل حاصل از دوران AB حول d سطح بین دو دایره به شعاع‌های AH و BH است.



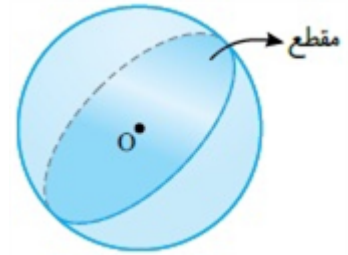
ت) پاره خط AB بر d عمود نیست و همچنین AB با d موازی نیست. بنابراین شکل حاصل از دوران AB حول خط d، سطح جانبی یک مخروط ناقص است.



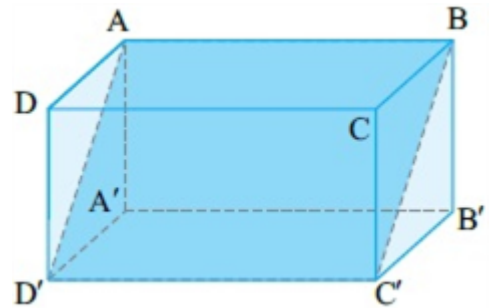


۱۷) مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با یک کره، دایره است و چون صفحه از مرکز کره می‌گذرد، شعاع این دایره با شعاع کره برابر است. بنابراین مساحت این دایره برابر است با:

$$\text{مساحت} = \pi R^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$$

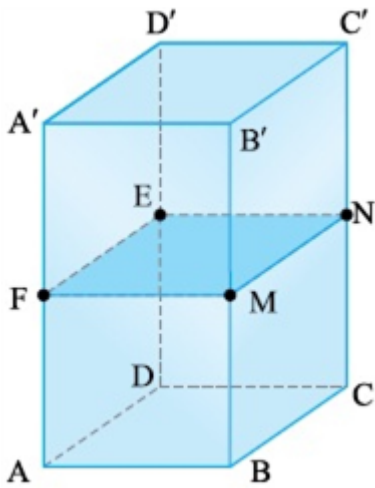


۱۸) توجه کنید که AB و $C'D'$ موازی‌اند. بنابراین صفحه‌ی گذرنده بر AB و C' شامل $C'D'$ است. پس فصل مشترک صفحه‌ی مورد نظر با وجه $BCC'B'$ خط BC' و با وجه $ADD'A'$ خط AD' است. این چهارضلعی مستطیل $ABC'D'$ است.

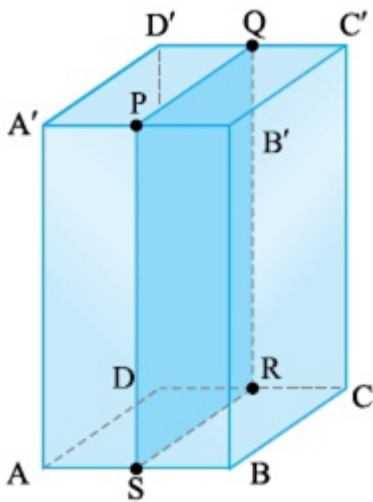




صفحه افقی که از وسط چهار یال این مکعب مستطیل می‌گذرد، یک مستطیل همنهشت با قاعده ایجاد می‌کند. در این جا مقطع MNEF با قاعده ABCD همنهشت است.

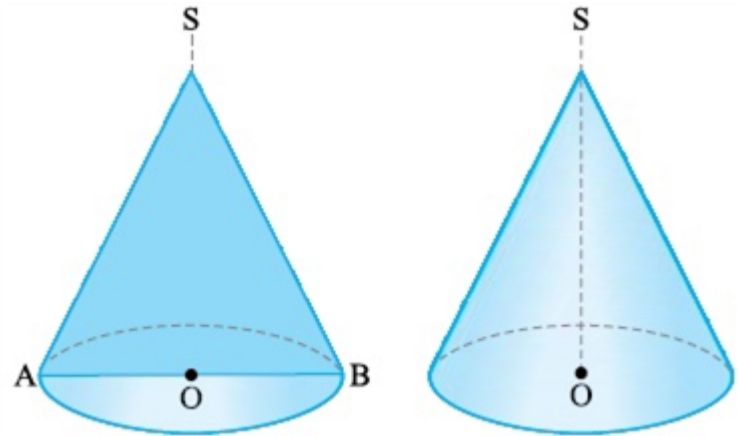


صفحه قائم که از وسط چهار یال این مکعب مستطیل می‌گذرد، مستطیل PQRS را ایجاد می‌کند. (شکل را ببینید.)

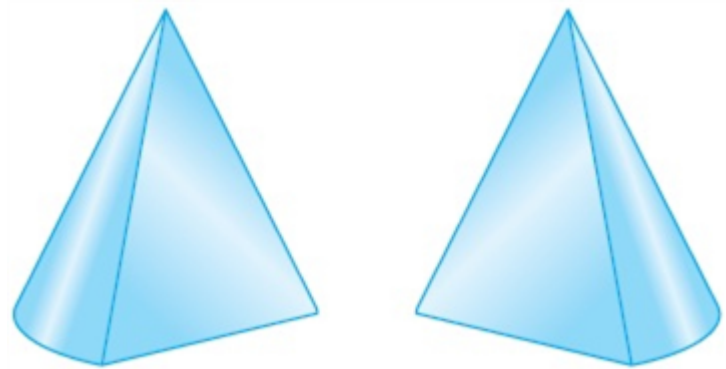




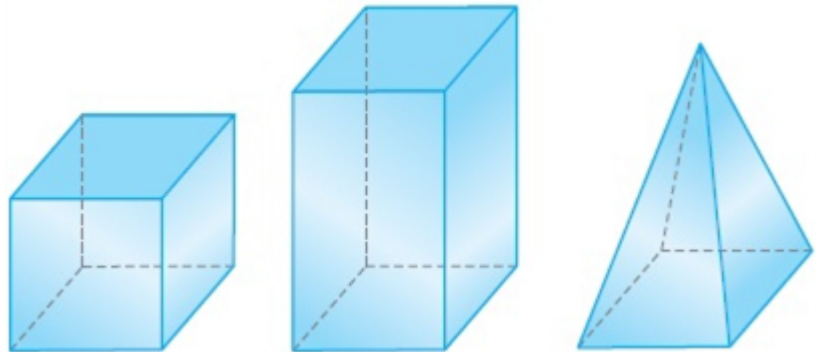
۲۰ سطح مقطع حاصل از صفحه‌ گذرا از محور OS یک مثلث متساوی الساقین به شکل زیر است:



و مخروط به دو نیمه‌ مساوی تقسیم می‌شود.



۲۱ مکعب، مکعب مستطیل با قاعده‌ مربع و هرم منتظم مربع‌القاعده دارای نمای بالای مربع‌شکل هستند.





$$S_1 = 4 \times 6 = 24$$

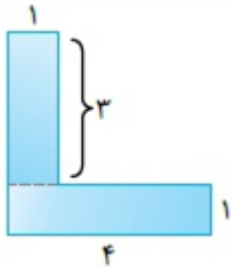
نمای روبه‌روی شکل به صورت مقابل است. پس اگر مساحت آن را S_1 فرض کنیم:

۲۲



از طرف دیگر نمای چپ آن به صورت شکل مقابل است که آن را به دو مستطیل افراز کرده‌ایم. اگر مساحت این نما را با S_2 نشان دهیم:

$$S_2 = 1 \times 4 + 1 \times 3 = 7$$

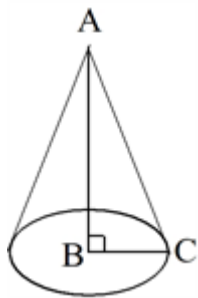


$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{24}{7}$$

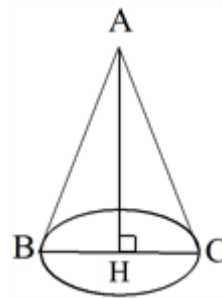
پس:

دو مخروط در بالا و پایین نقطه تلاقی دو پاره‌خط

۲۳

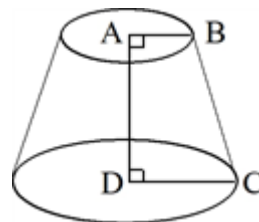


ب) مخروط

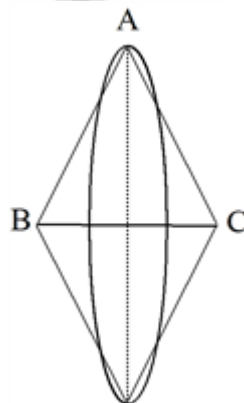


الف) مخروط

۲۴



پ) مخروط ناقص



ت) دو مخروط با قاعده‌ی مشترک



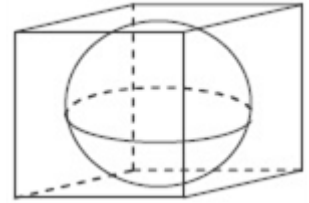


۲۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر کره‌ای در یک مکعب محاط شده باشد، آن‌گاه قطر کره با ضلع مکعب برابر خواهد بود.

$$\Rightarrow 2R = a \Rightarrow \text{ضلع مکعب} = \text{قطر کره}$$

$$\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{مکعب}}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{a^3} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{8R^3} = \frac{\pi}{6}$$



۲۶

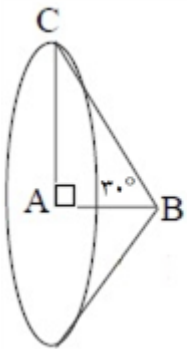
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$S = 27\pi \Rightarrow 3\pi R^2 = 27\pi \Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$$

$$V = \frac{2}{3}\pi R^3 \Rightarrow \text{نیمکره } V = \frac{2}{3}\pi(3)^3 = 18\pi$$

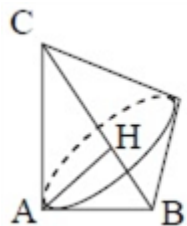
۲۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر مثلث ABC را حول ضلع AB دوران دهیم، آن‌گاه یک مخروط با شعاع AC و ارتفاع AB ایجاد می‌شود.



$$V = \frac{1}{3}\pi AC^2 \times AB$$

اگر مثلث ABC را حول وتر BC دوران دهیم، آن‌گاه دو مخروط به شعاع ارتفاع AH و ارتفاع‌های CH و BH به‌دست می‌آید.



$$V' = \frac{1}{3}\pi AH^2 \times CH + \frac{1}{3}\pi AH^2 \times BH$$

$$V' = \frac{1}{3}\pi AH^2 \times BC$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه رابطه $AB \times AC = AH \times BC$ برقرار است.

$$\frac{V}{V'} = \frac{\frac{1}{3}\pi AC^2 \times AB}{\frac{1}{3}\pi AH^2 \times BC} = \frac{AC}{AH} = \frac{1}{\sin C} = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2 \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$$

۲۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از آن‌جایی که حجم مخروط از رابطه $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ تعیین می‌شود، نتیجه می‌گیریم اگر

شعاع قاعده را دو برابر کنیم، حجم چهار برابر می‌شود و اگر ارتفاع را نصف کنیم، حجم نصف می‌شود. پس در کل حجم دو برابر می‌گردد.





گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شعاع قاعده استوانه برابر ۵ و ارتفاع استوانه برابر ۱۶ می‌باشد. ($\pi = ۳/۱۴$)

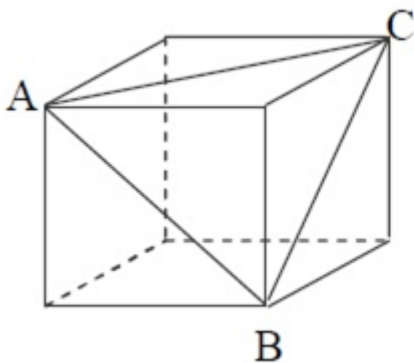
$$\left. \begin{array}{l} V = ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۶ = ۱۶۰۰ \\ V = \pi(۵)^2(۱۶) = ۱۲۵۶ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}} \text{حجم بین} = ۱۶۰۰ - ۱۲۵۶ = ۳۴۴$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر a ، b و c ابعاد یک مکعب مستطیل باشند، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{۱} = \frac{b}{۲} = \frac{c}{۳} \\ \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = ۹ \end{array} \right. \Rightarrow \sqrt{a^2 + 4a^2 + 9a^2} = 9 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \begin{cases} b = 6 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\text{حجم} = abc = 6 \times 6 \times 3 = ۱۰۸$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر a ضلع مکعب باشد، آن‌گاه اندازه هر ضلع مثلث ABC برابر $a\sqrt{2}$ خواهد بود. پس مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.



$$a^2 = ۸ \Rightarrow a = ۲\sqrt{2}$$

$$S_{\text{جانبی}} = 4a^2 = 4(2\sqrt{2})^2 = ۳۲$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون پاره‌خط MH بر صفحه P عمود است، پس بر پاره‌خط‌های HA و HB واقع در صفحه P نیز عمود است. بنابراین مثلث‌های MHA و MHB قائم‌الزاویه هستند. بنابراین:

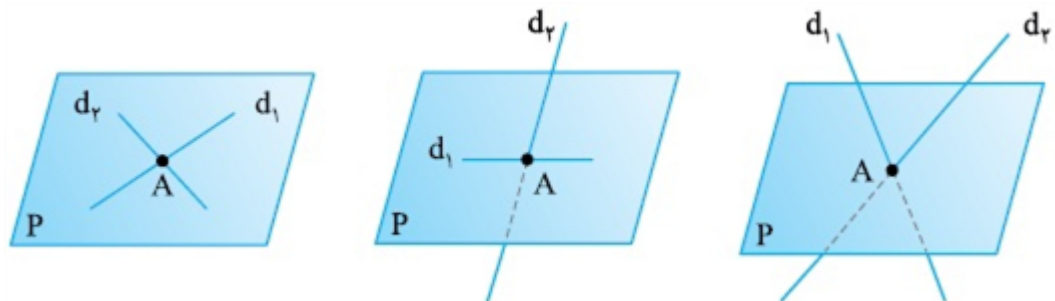
$$\widehat{AMH} = ۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$$

$$MA = MB$$

در نتیجه دو مثلث MAH و MBH به حالت (ز ض ز) هم‌نهشت می‌شوند، پس:

$$\frac{MA}{MB} = ۱ \quad \text{در نتیجه:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون نقطه A روی هر دو خط d_1 و d_2 و همچنین روی صفحه P است، پس تنها حالتی که قطعاً رخ نمی‌دهد این است که d_1 و d_2 موازی صفحه P باشند. به شکل‌های زیر دقت کنید.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. صفحه $ABCD$ شامل یال‌های AB ، BC ، CD و AD است. پس سه یال AD ، DC و BC نمی‌توانند با AB متناظر باشند.

از طرف دیگر، دو یال OA و OB با AB متقاطع‌اند. پس با AB متناظر نیستند. بنابراین دو یال OC و OD با AB متناظر هستند.



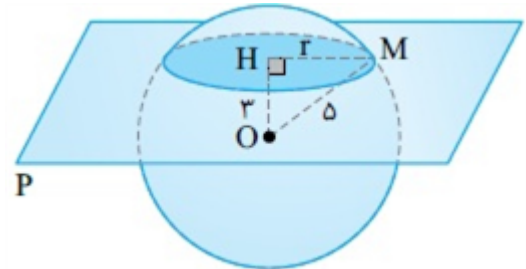


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سطح مقطع حاصل، یک دایره است. این دایره در شکل با مرکز H و شعاع HM مشخص شده است. با توجه به اطلاعات مسئله و قضیه فیثاغورس در مثلث OHM،

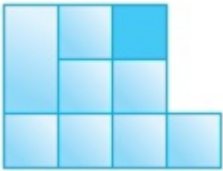
$$r = \sqrt{OM^2 - OH^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$$

پس مساحت دایره ایجاد شده برابر است با:

$$\pi r^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$$

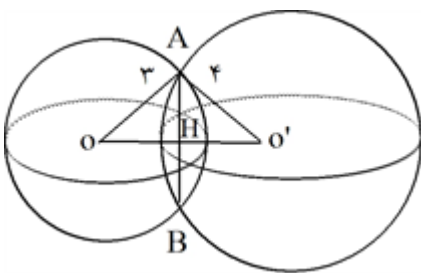


گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمای چپ این شکل به صورت مقابل است. اگر تنها مکعب سایه‌دار را در این نما حذف کنیم، شکل مورد نظر به دست می‌آید.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو خط d و L_2 قطعاً غیرموازی هستند، چون اگر $d \parallel L_2$ باشد، آنگاه با توجه به موازی بودن L_1 و L_2 ، دو خط d و L_1 نیز باید با هم موازی باشند (دو خط موازی با یک خط، با یکدیگر موازی‌اند) که این خلاف فرض سؤال است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تلاقی دو کره یک دایره است. در شکل AH شعاع دایره‌ی موردنظر است. چون $OA = 3$ و $O'A = 4$ و $OO' = 5$ پس مثلث OAO' قائم‌الزاویه است. بنابراین با استفاده از رابطه‌ی طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم.



$$AH \times OO' = OA \times O'A \Rightarrow AH \times 5 = 3 \times 4 \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi AH^2 = \pi \left(\frac{12}{5} \right)^2 = \frac{144}{25} \pi = 5/76 \pi$$





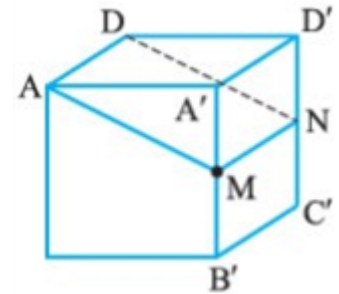
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. صفحه‌ای که از یال AD و از وسط یال $A'B'$ (یعنی نقطه M) بگذرد از وسط یال $C'D'$ (یعنی نقطه N) نیز می‌گذرد و مستطیل AMND سطح مقطع آن صفحه با مکعب است. اگر طول یال مکعب a باشد، آن‌گاه $D'N = \frac{a}{2}$ و $DD' = a$ است و در مثلث قائم‌الزاویه $DD'N$ داریم:

$$DN^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow DN = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

$$S_{\text{مقطع}} = S_{AMND} = AD \cdot DD' = a \times \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^2\sqrt{5}}{2}$$

پس:

مساحت هر وجه مکعب a^2 است، پس مساحت مقطع $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$ برابر آن است.

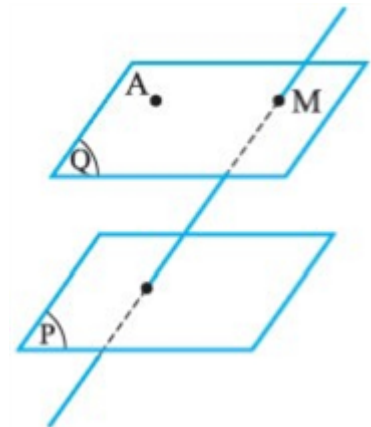


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تمام خط‌هایی که از A می‌گذرند و موازی با صفحه P هستند روی صفحه‌ای قرار دارند که شامل نقطه A است و با صفحه P موازی می‌باشد. (صفحه Q)

اگر خط d موازی با P باشد ولی روی Q نباشد هر خطی که نقطه A را به یک نقطه از d وصل کند، P را قطع می‌کند. در این صورت مسئله جواب ندارد.

اگر d روی Q باشد، آن‌گاه هر خطی که نقطه A را به یک نقطه از d وصل کند جواب مسئله است و مسئله بی‌نهایت جواب دارد.

اما اگر d، صفحه P را قطع کند، Q را نیز در M قطع می‌کند و AM تنها جواب مسئله است. یعنی اگر خط d صفحه P را قطع کند، آن‌گاه فقط یک خط وجود دارد که از A می‌گذرد، d را قطع می‌کند و با صفحه P موازی است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. جایی که خط واصل صفحه را قطع می‌کند، محل برخورد قطرهای چهارضلعی $A'B'C'D'$ است. این نقطه از طرفی وسط $A'C'$ است زیرا تصویر نقطه وسط AC است. از طرفی وسط $B'D'$ است باز به همان دلیل. بنابراین قطرهای این چهارضلعی یک‌دیگر را نصف کرده‌اند لذا چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

چهارضلعی می‌تواند لوزی نباشد. کافی است دو پاره‌خطی که با هم زاویه 60° درست می‌کنند در نظر بگیرید. یکی از آن‌ها را در جهت عمود بر صفحه دو خط ۱ واحد بالا ببرید. این یکی را AC و دیگری را BD بنامید. تصویری که سؤال می‌خواهد، برای این AC و BD یک متوازی‌الاضلاع است که زاویه بین دو قطر آن 60° است. پس لوزی نیست.





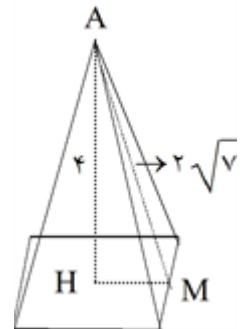
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ارتفاع هرم و ارتفاع مثلث کناری یک مثلث قائم الزاویه ایجاد می‌کنند.

۴۲

$$HM = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 - 4^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{ضلع مربع قاعده} = 2HM = 4\sqrt{3}$$

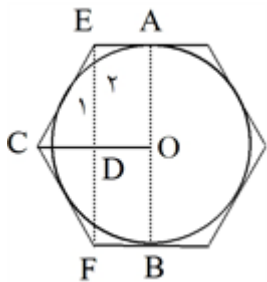
$$\text{حجم هرم} : \frac{1}{3}a^2h = \frac{1}{3}(16 \times 3) \times 4 = 64$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین دایره‌ای که داخل ۶ ضلعی قرار می‌گیرد بر همه اضلاع آن مماس است.

۴۳

$$120^\circ = \text{هر زاویه} \Rightarrow \text{مجموع زوایای داخلی ضلعی ۶}$$



$$E_1 = 120 - 90 = 30 \Rightarrow ED = \frac{\cos 120^\circ}{4} = 2\sqrt{3}$$

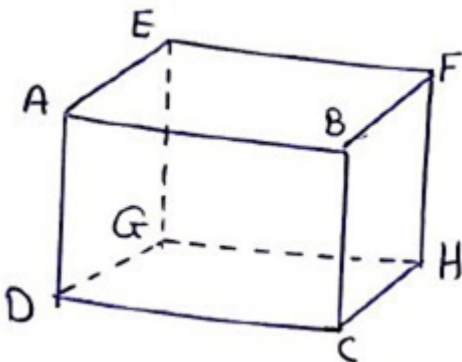
$$\Rightarrow EF = 4\sqrt{3} \xrightarrow{EF=AB} AB = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow r = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$V = \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 7/5 = 90$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۴



اگر یال AB را در مکعب مستطیل شکل مقابل در نظر بگیریم، آن‌گاه یال AB با یال‌های CH، DG، EG و FH متناظر است.





۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴



