



p30konkor.com

نام و نام خانوادگی :

نام و نام خانوادگی :

نام درس :

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه :

نام دبیر :

تاریخ برگزاری :

عنوان آزمون : آمار و احتمال ۱۱ فصل ۳

بارم

لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید

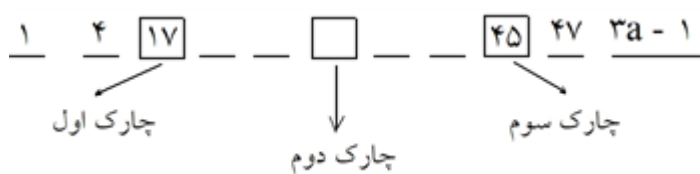
ردیف

برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۱۷ و ۴۵ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۲۱ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم را حساب کنید.

$a, a, 17, 45, 1, 3a - 1, 4, 29, 19, 21, 47$

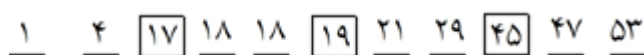
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را با توجه به مطالب داده شده مرتب می‌کنیم:



بنابراین داده‌های $a, a, 19, 21, 29$ بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرند که میانگین آن‌ها برابر ۲۱ است.

$$\frac{a + a + 19 + 21 + 29}{5} = 21 \Rightarrow 2a + 69 = 105 \Rightarrow 2a = 36 \Rightarrow a = 18$$



و در نهایت میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{47 + 53}{2} = 50$$

داده‌های زیر مربوط به نرخ بیکاری یک کشور در ده سال گذشته است:

سال	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم
نرخ بیکاری	۱۱/۵	۱۱/۳	۱۰/۵	۱۰/۴	۱۱/۹	۱۳/۵	۱۲/۳	۱۲/۲	۱۰/۴	۳۰/۱

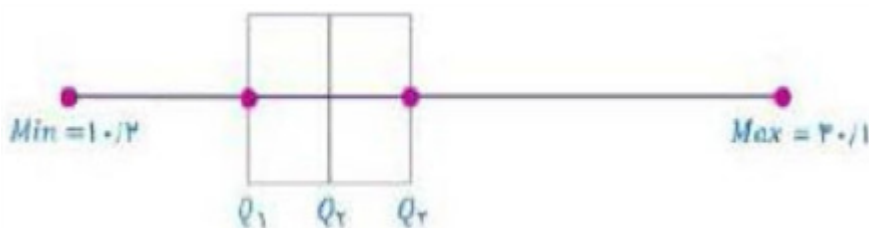
نمودار جعبه‌ای این داده‌ها را رسم کنید.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

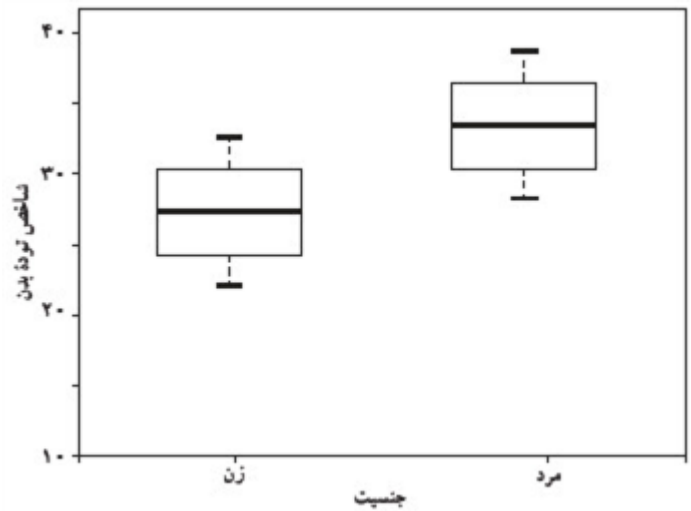
$10/2, 10/4, 10/5, 11/3, 11/5, 11/9, 12/2, 13/5, 30/1$

$$\min = 10/2, \max = 30/1, Q_1 = 10/5, Q_2 = \frac{11/5 + 11/9}{2} = 11/7, Q_3 = 13/3$$



نمودار جعبه‌ای مربوط به شاخص توده‌ی بدن (BMI) به تفکیک جنسیت رسم شده است. این نمودار را تفسیر کنید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) میانگین شاخص توده بدن در خانم‌ها بیشتر است یا آقایان؟
ب) میزان پراکندگی شاخص توده بدن در خانم‌ها بیشتر است یا آقایان؟



۳

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

پاسخ: ۱ الف) میانگین شاخص توده‌ی بدنی در آقایان بیشتر است.
ب) توده‌ی پراکندگی یکسان است.

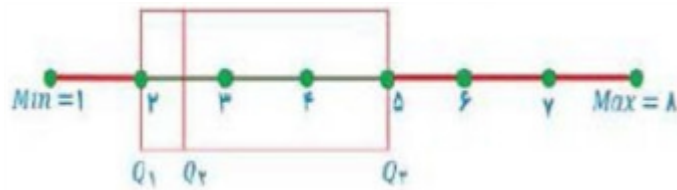
فرض کنید ۲۲ بوته گل قرمز را انتخاب و تعداد گل‌های هر بوته را شمرده‌ایم و نتایج زیر به دست آمده است:
۷, ۴, ۳, ۸, ۶, ۴, ۱, ۷, ۴, ۲, ۱, ۱, ۱, ۳, ۲, ۲, ۲, ۲, ۵, ۵, ۱, ۲
نمودار جعبه‌ای را برای این داده‌ها رسم کنید.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۴, ۵, ۵, ۶, ۷, ۷, ۸

$$\min = 1, \max = 8, Q_1 = 2, Q_2 = \frac{2+3}{2} = 2.5, Q_3 = 5$$



۴

اگر n داده را c برابر کنیم ضریب تغییرات داده‌ها چند برابر می‌شود؟

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

[خطای پردازش ریاضی]

پاسخ: ۱

$$\sigma_y = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{\sum (cx_i - c\bar{x})^2}{n} = \frac{\sum C^2 (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{C^2 \sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = c^2 \sigma_x^2$$

$$\Rightarrow \sigma_y = |c| \sigma_x$$

$$CV_y = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{|c| \sigma_x}{c\bar{x}} = \pm \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

$$CV_y = \pm CV_x$$

۵



اگر ضریب تغییرات ۱۰ داده ۲ باشد و میانگین آن ۴، واریانس داده‌ها را به دست آورید.

۶

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

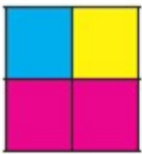
$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 2 = \frac{\sigma}{4} \Rightarrow \sigma = 8 \Rightarrow \sigma^2 = 64$$

پاسخ: ۱

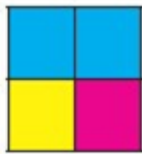
دو دانش‌آموز، جدول‌های چهارخانه‌ای را به صورت روبه‌رو رنگ‌آمیزی کرده‌اند، براساس جدول مربوط به طیف رنگ‌ها، جدول عددی این دو شکل به صورت روبه‌رو نشان داده شده است:

حال جدول عددی مربوط به این دو شکل را ابتدا با هم جمع و سپس هریک از اعضای جدول عددی را به عدد ۲ تقسیم می‌کنیم. جدول عددی حاصل را به دست آورده و شکل موردنظر را با توجه به جدول طیف رنگ‌ها به دست آورید. آیا این شکل میانگین دو شکل بالا است؟

برای پاسخ به این سؤال، کاربرد علم آمار در علوم شناختی و مغز را مطالعه کنید. عدد مربوط به طیف رنگ‌ها در جدول موجود در حاشیه نشان داده شده است.



$$\begin{pmatrix} 470 & 580 \\ 690 & 690 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 470 & 470 \\ 580 & 690 \end{pmatrix}$$

۷

رنگ‌ها	طیف رنگ‌ها
	۴۵۰ تا ۴۹۵
	۴۹۵ تا ۵۷۰
	۵۷۰ تا ۵۹۰
	۵۷۰ تا ۶۲۰
	۶۲۰ تا ۷۵۰

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال



$$\begin{pmatrix} \frac{470+470}{2} & \frac{580+470}{2} \\ \frac{690+580}{2} & \frac{690+690}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 470 & 525 \\ 635 & 690 \end{pmatrix}$$

پاسخ: ۱

۸

یک شرکت بیمه برای تعیین حق بیمه شخص ثالث در سال آینده، نمونه‌ای از خسارت‌های پرداخت شده امسال را جمع‌آوری نموده است. میانگین خسارت‌های پرداخت شده برابر ۸۵ میلیون ریال به دست آمده است در صورتی‌که میانه و مد آن برای این خسارت‌های پرداخت شده برابر ۴۲/۲ میلیون ریال و عدد ۹۰ میلیون ریال می‌باشد. به نظر شما مدیر شرکت، کدام معیار گرایش به مرکز را به منظور تعیین حق بیمه در سال آینده در نظر بگیرید تا این‌که این شرکت ضرر نکند؟

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

پاسخ: ۱ میانگین معیار بهتری است تا شرکت ضرر نکند.



داده‌های زیر مدت زمان مطالعه‌ی یک دانش‌آموز را در روزهای هفته نشان می‌دهد.

روزهای هفته	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
مدت زمان مطالعه (ساعت)	۲	۱/۵	۲/۵	۱/۵	۲	۳	۳

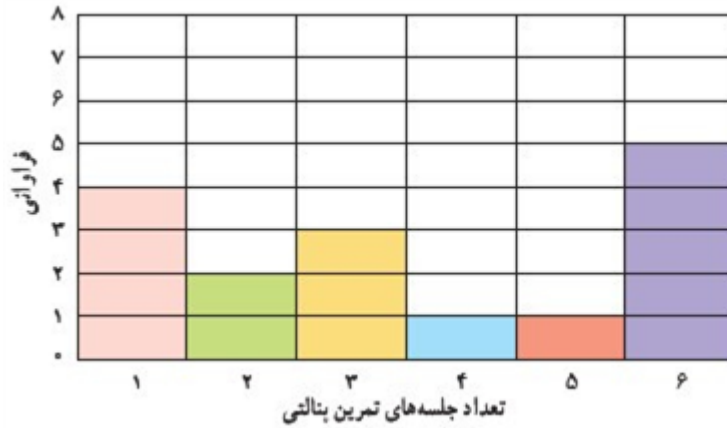
این دانش‌آموز به طور میانگین چند ساعت در روز، در هفته‌ی گذشته مطالعه کرده است؟

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

$$\bar{x} = \frac{۲ + ۱/۵ + ۲/۵ + ۱/۵ + ۲ + ۳ + ۳}{۷} = \frac{۱۵/۵}{۷} = ۲/۲۱$$

پاسخ: ۱

نمودار زیر، نمودار میله‌ای مربوط به تعداد ضربات پنالتی گل شده یک بازیکن در شش جلسه‌ی تمرین پنالتی است. با توجه به نمودار، میانگین، میانه و مد تعداد ضربات گل شده را به دست آورید.



مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

$$\bar{x} = \frac{۱۶}{۶} = ۲/۷, \hat{x} = ۱$$

$$۱, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ \Rightarrow Q_2 = \frac{۲+۳}{۲} = ۲/۵$$

پاسخ: ۱

۱۰

شماره جلسه	تعداد ضربات گل شده
۱	۴
۲	۲
۳	۳
۴	۱
۵	۱
۶	۵
مجموع	۱۶



	<p>میانه و مد هریک از داده‌های زیر را به دست آورید؟</p> <p>الف) ۸، ۹، ۹، ۹، ۹ ب) ۳۰۰، ۳۰۰، ۲۴، ۴۰، ۵۰، ۶۰ ت) ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۵ ج) ۷، ۱۳، ۴، ۷</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>ب) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: $\hat{x} = 9, \bar{x} = 9$ ۲۴، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۳۰۰ $\bar{x} = 50$ و میانه ندارد ۳، ۸، ۱۰، ۱۵ پ) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: $\bar{x} = 9$ و میانه ندارد ۴، ۵، ۶، ۹، ۱۲ ت) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: $\bar{x} = 6$ و میانه ندارد ۱۲، ۱۲، ۲۳، ۲۳ ث) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: $\bar{x} = 17/5$ و میانه ندارد ۴، ۷، ۷، ۱۳ ج) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: $\hat{x} = 7, \bar{x} = 7$</p>	۱۱
	<p>بالاترین دما در هریک از روزهای هفته گذشته اندازه‌گیری شده و نتایج زیر به دست آمده است. معدل یا میانگین دما در هفته‌ی گذشته چه عددی است؟</p> <p>۵۵، ۲۷، ۲۹، ۳۲، ۲۸، ۳۱، ۲۹</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> $\bar{x} = \frac{55 + 27 + 29 + 32 + 28 + 31 + 29}{7} = \frac{231}{7} = 33$	۱۲
	<p>تعداد حمله‌های یک تیم فوتبال در شش مسابقه گذشته به صورت ۴۳، ۴۲، ۴۵، ۴۴، ۴۵ و ۴۸ است. میانگین تعداد حملات این تیم در شش بازی گذشته را به دست آورید.</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال</p> $\bar{x} = \frac{48 + 45 + 44 + 45 + 42 + 43}{6} = \frac{367}{6} = 44/5$	۱۳



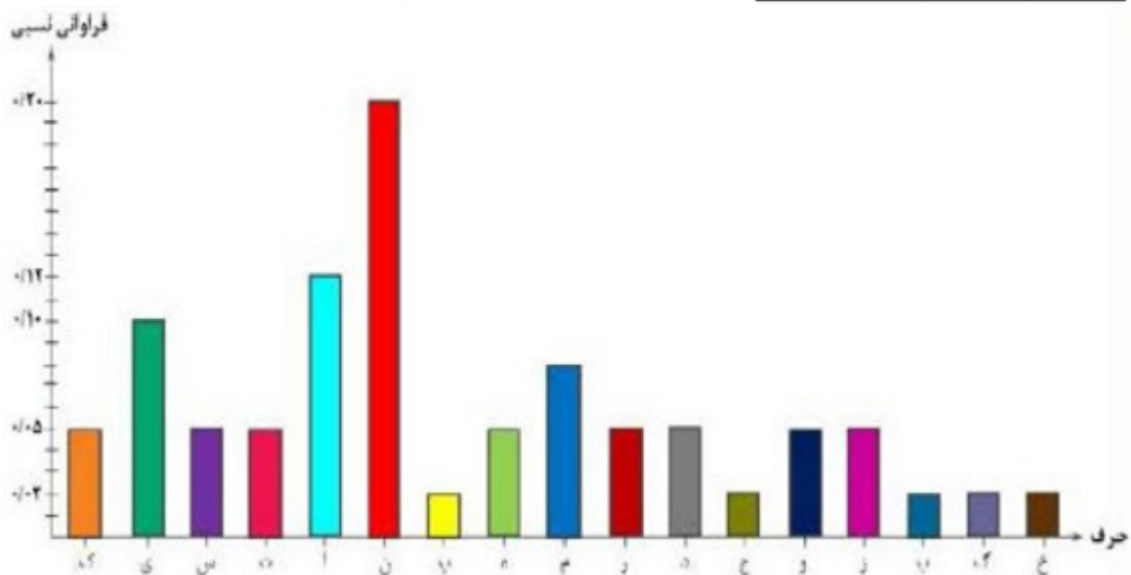
جدول فراوانی و نمودارهای مناسب مربوط به تعداد حروف بیت شعر زیر را به دست آورید.
کیست این پنهان مرا در جان و تن / کز زبان من همی گوید سخن

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی- پایه یازدهم- آمار و احتمال

حرف	فراوانی	فراوانی نسبی	حرف	فراوانی	فراوانی نسبی
ک	۲	۰/۰۵	م	۳	۰/۰۸
ی	۴	۰/۱۰	ر	۲	۰/۰۵
س	۲	۰/۰۵	د	۲	۰/۰۵
ت	۲	۰/۰۵	ج	۱	۰/۰۲
ا	۵	۰/۱۲	و	۲	۰/۰۵
ن	۸	۰/۲۰	ز	۲	۰/۰۵
پ	۱	۰/۰۲	ب	۱	۰/۰۲
ه	۲	۰/۰۵	گی	۱	۰/۰۲
مجموع	۴۱	۱			

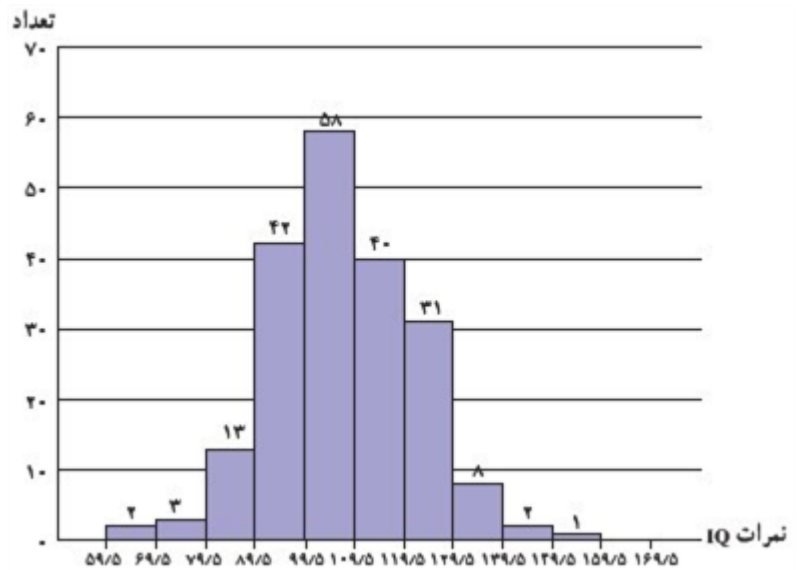
پاسخ: ۱

۱۴



نمودار بافت نگاشت نمرات IQ کودکان یک مهدکودک به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این نمودار به سؤالات زیر پاسخ دهید؟

- الف) تعداد کل کودکان که نمره IQ آنها، مورد بررسی قرار گرفته است، چند نفر است؟
 ب) نمره IQ در کدام رده بیشترین و در کدام رده کمترین فراوانی را دارد؟
 پ) چند درصد کودکان دارای نمره IQ بین ۱۴۰ تا ۱۶۰ هستند؟
 ت) جدول فراوانی آنرا رسم کنید.



مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی - پایه یازدهم - آمار و احتمال

الف) $2 + 3 + 13 + 42 + 58 + 40 + 31 + 8 + 2 + 1 = 200$

پاسخ: ۱

ب) $110 \leq \text{IQ} \leq 150$

ب) $150 \leq \text{IQ} \leq 160$

پ) $2 + 1 = 3 \Rightarrow \frac{3}{200} \times 100 = 1.5\%$

ت)

فراوانی	نمرات IQ
۲	۷۰-۶۰
۳	۸۰-۷۰
۱۳	۹۰-۸۰
۴۲	۱۰۰-۹۰
۵۸	۱۱۰-۱۰۰
۴۰	۱۲۰-۱۱۰
۳۱	۱۳۰-۱۲۰
۸	۱۴۰-۱۳۰
۲	۱۵۰-۱۴۰
۱	۱۶۰-۱۵۰
۲۰۰	مجموع



اگر فراوانی نسبی مربوط به گروه خونی O، $\frac{0}{4}$ باشد و مجموع فراوانی‌های همه‌ی گروه‌های خونی برابر ۲۰ در نظر گرفته شود. فراوانی گروه خونی O چه عددی است؟

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی‌های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

تعداد داده‌ها = مجموع تمام فراوانی‌ها

پاسخ: ۱

۱۶

$$\overline{F_O} = \frac{0}{4} \Rightarrow \frac{F_O}{20} = \frac{0}{4} \Rightarrow F_O = 0$$

↑
فراوانی نسبی



گروه خونی ۵۰ دانش‌آموز پایه‌ی یازدهم به صورت زیر گردآوری شده‌اند:

الف) جدول فراوانی مربوط به گروه خونی این افراد را رسم کنید.

ب) نمودار میله‌ای مربوط به فراوانی و فراوانی نسبی و همچنین نمودار دایره‌ای مربوط به این افراد را رسم کنید.

پ) چند درصد افراد، دارای گروه خونی O هستند؟



O	O	A	A	O
B	O	B	A	O
AB	B	A	B	AB
O	O	A	A	O
AB	O	A	B	A
O	A	A	O	A
O	A	O	AB	A
O	B	A	A	O
O	O	O	A	O
O	A	O	A	O

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

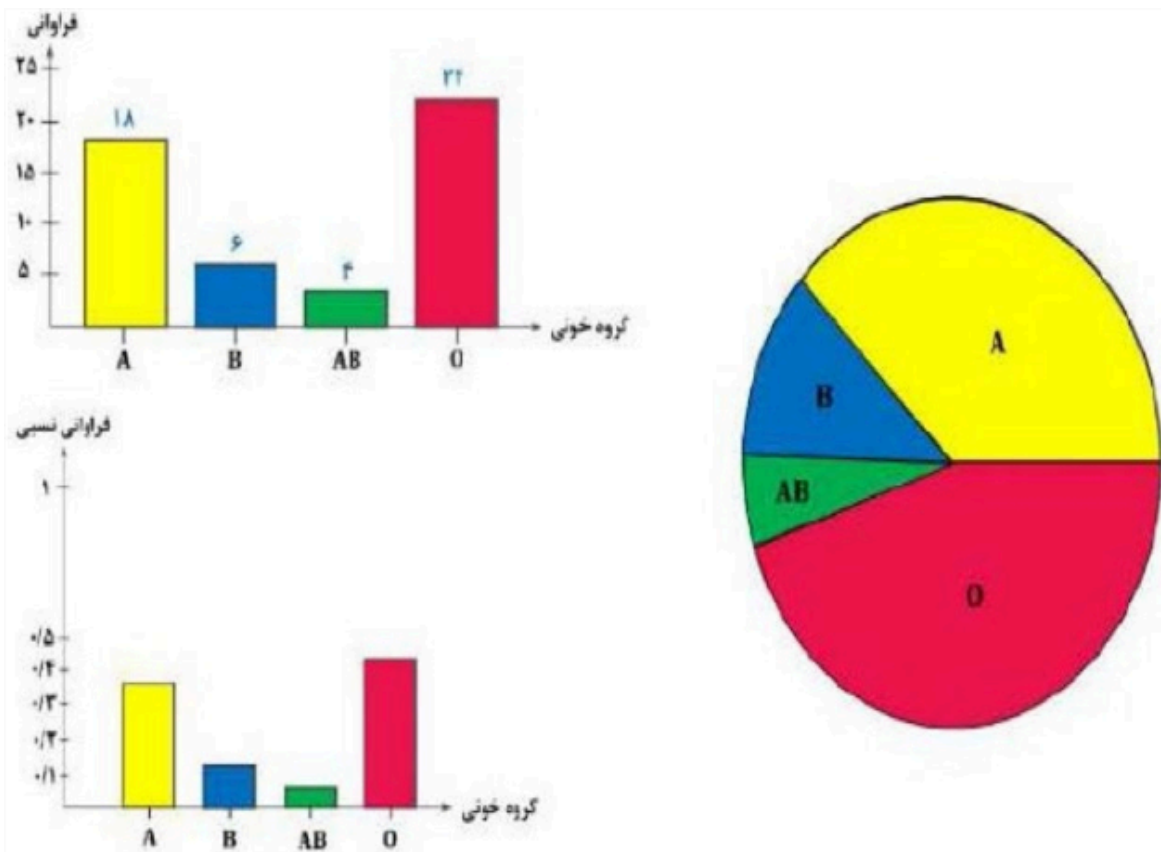
گروه خونی	فراوانی	فراوانی نسبی
A	۱۸	۰/۳۶
B	۶	۰/۱۲
O	۲۲	۰/۴۴
AB	۴	۰/۰۸
مجموع	۵۰	۱

الف)

پاسخ: ۱

ب)

۱۷



پ) $0.44 \times 100 = 44\%$



جملات زیر را کامل کنید:

الف) برای متغیرهای پیوسته از نمودار استفاده می‌شود.
 ب) برای متغیرهای گسسته از نمودارهای و استفاده می‌شود.
 پ) برای متغیرهای کیفی از نمودارهای و استفاده می‌شود.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

پاسخ: ۱

الف) برای متغیرهای پیوسته از نمودار **بافت‌نگار** استفاده می‌شود.
 ب) برای متغیرهای گسسته از نمودارهای **دایره‌ای** و **میله‌ای** استفاده می‌شود.
 پ) برای متغیرهای کیفی از نمودارهای **دایره‌ای** و **میله‌ای** استفاده می‌شود.

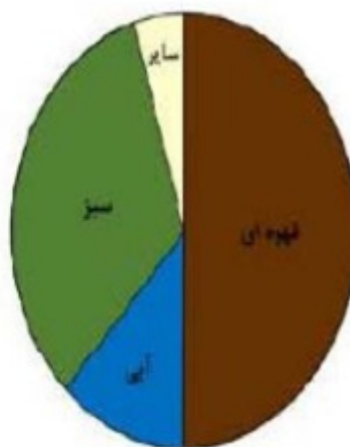
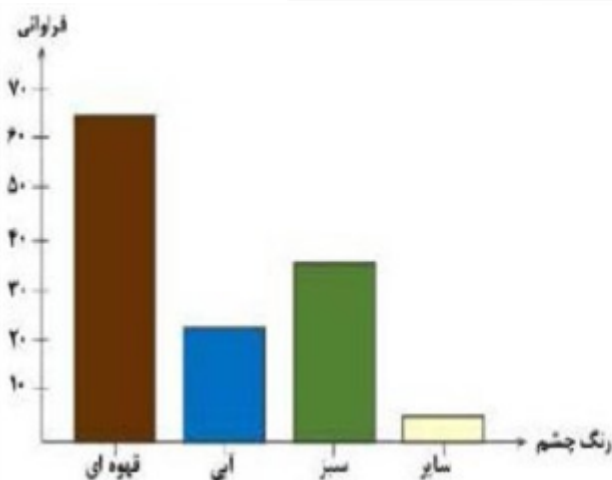
رنگ چشم ۱۲۸ فرد به شرح زیر است: ۶۴ نفر قهوه‌ای، ۲۳ نفر آبی، ۳۶ نفر سبز و ۵ نفر سایر رنگ‌هاست. چه نمودارهایی می‌توان برای این اعداد رسم کرد. آن نمودار را رسم کنید.
 نمودار میله‌ای نمودار دایره‌ای هر دو

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

پاسخ: ۱

هر دو نمودار را می‌توان رسم کرد.

فرانوانی نسبی ↑ $\alpha_i = f_i \times 360^\circ$ زاویه مربوط به هر دسته	فرانوانی	رنگ چشم افراد
$\frac{64}{128} \times 360 = 180$	۶۴	قهوه‌ای
$\frac{23}{128} \times 360 = 64/7$	۲۳	آبی
$\frac{36}{128} \times 360 = 101/2$	۳۶	سبز
$\frac{5}{128} \times 360 = 14/1$	۵	سایر
۳۶۰	۱۲۸	مجموع



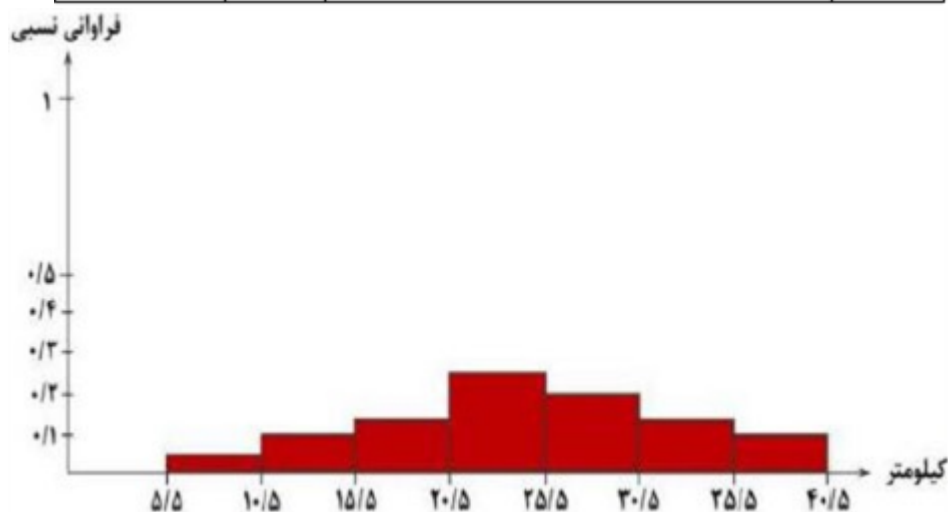
داده‌های زیر، مسافتی را که ۲۰ راننده از مکان‌های مختلف برای رسیدن به مقصد A طی می‌کنند نشان می‌دهد. این داده‌ها، در جدول زیر گردآوری شده است. جدول را کامل کرده و نمودار بافت نگاشت مربوطه را رسم کنید.

دسته‌ها	کیلومترهایی که توسط راننده طی شده است	فراوانی	فراوانی نسبی
۶ - ۱۰	از ۵/۵ کیلومتر تا ۱۰/۵ کیلومتر	۱	
۱۱ - ۱۵	از ۱۰/۵ کیلومتر تا ۱۵/۵ کیلومتر	۲	
۱۶ - ۲۰	از ۱۵/۵ کیلومتر تا ۲۰/۵ کیلومتر	۳	
۲۱ - ۲۵	از ۲۰/۵ کیلومتر تا ۲۵/۵ کیلومتر	۵	
۲۶ - ۳۰	از ۲۵/۵ کیلومتر تا ۳۰/۵ کیلومتر	۴	
۳۱ - ۳۵	از ۳۰/۵ کیلومتر تا ۳۵/۵ کیلومتر	۳	
۳۶ - ۴۰	از ۳۵/۵ کیلومتر تا ۴۰/۵ کیلومتر	۲	
	مجموع	۲۰	

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

دسته‌ها	کیلومترهایی که توسط راننده طی شده است	فراوانی	فراوانی نسبی
۶ - ۱۰	از ۵/۵ کیلومتر تا ۱۰/۵ کیلومتر	۱	۰/۰۵
۱۱ - ۱۵	از ۱۰/۵ کیلومتر تا ۱۵/۵ کیلومتر	۲	۰/۱۰
۱۶ - ۲۰	از ۱۵/۵ کیلومتر تا ۲۰/۵ کیلومتر	۳	۰/۱۵
۲۱ - ۲۵	از ۲۰/۵ کیلومتر تا ۲۵/۵ کیلومتر	۵	۰/۲۵
۲۶ - ۳۰	از ۲۵/۵ کیلومتر تا ۳۰/۵ کیلومتر	۴	۰/۲۰
۳۱ - ۳۵	از ۳۰/۵ کیلومتر تا ۳۵/۵ کیلومتر	۳	۰/۱۵
۳۶ - ۴۰	از ۳۵/۵ کیلومتر تا ۴۰/۵ کیلومتر	۲	۰/۱۰
	مجموع	۲۰	۱

پاسخ: ۱



۲۰



اگر داده ها را دوبرابر کنیم، چه تأثیری در مقدار میانه و مد حاصل می‌شود؟

۲۱

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-آمار و مدل سازی ریاضی

پاسخ: ۱ هر دو مقدار یعنی میانه و مد نیز دو برابر می‌شوند.

میانه و مد را در داده‌های زیر حساب کنید.

۵, ۱۵, ۴, ۰, ۱۲, ۱۵, ۵, ۶, ۵, ۰

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-سال دوم-آمار و مدل سازی ریاضی

۱۵ و ۱۵ و ۱۲ و ۶ و ۵ و ۵ و ۵ و ۴ و ۰ و ۰

پاسخ: ۱

$$\frac{۵ + ۵}{۲} = ۵ \Rightarrow \text{میانه}$$

$$\text{مد} = ۵$$

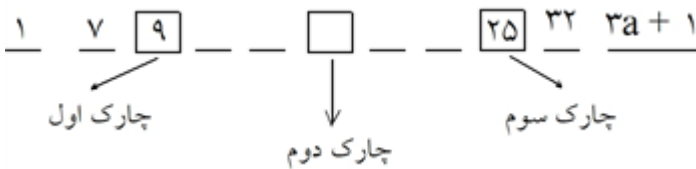
۲۲

برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۲۵ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۱۴/۴ باشد، میانگین داده‌های بزرگتر از چارک سوم را حساب کنید.

۱, ۲۵, ۱۷, ۱۵, ۱۸, ۱, ۳a + ۱, ۷, ۹, ۳۲, a, a

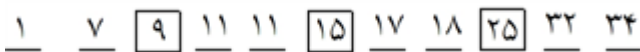
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را با توجه به مطالب داده‌شده مرتب می‌کنیم:



بنابراین داده‌های $a, a, 15, 17, 18$ بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرند که میانگین آن‌ها برابر ۱۴/۴ است.

$$\frac{a + a + 15 + 17 + 18}{۵} = ۱۴/۴ \Rightarrow ۲a + ۵۰ = ۷۲ \Rightarrow ۲a = ۲۲ \Rightarrow a = ۱۱$$



و در نهایت میانگین داده‌های بزرگتر از چارک سوم برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{۳۲ + ۳۴}{۲} = ۳۳$$

۲۳

در داده‌های زیر:

۱۷, ۱۲, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۵, ۴, ۷, ۱۵, ۸, ۱۹

(الف) میانه را به دست آورید.

(ب) دامنه تغییرات را محاسبه کنید.

(ج) مد را مشخص کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹

(الف) چون تعداد داده‌ها فرد است، داده وسط میانه است.

(ب) دامنه تغییرات \Rightarrow کوچکترین داده - بزرگترین داده = دامنه تغییرات

(ج) مد: تکرار عدد ۱۲ بیشتر از سایر داده‌هاست. مد = ۱۲

۲۴



نمرات مربوط به درس دانش‌آموزی همراه با واحد دروس مربوطه در جدول زیر آمده است. معدل این دانش‌آموز را محاسبه کنید.

نمرات درس	۱۶	۱۳	۱۵	۱۷
واحد درس	۴	۳	۲	۴

۲۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ باید از فرمول میانگین موزون استفاده کنیم.

$$\bar{x}_w = \frac{16 \times 4 + 13 \times 3 + 15 \times 2 + 17 \times 4}{4 + 3 + 2 + 4} = \frac{64 + 39 + 30 + 68}{13} = \frac{201}{13} = 15/46$$

طبق جدول زیر مد را پیدا کنید.

داده	۳	۷	۱۲	۱۸
فراوانی	۴	۹	۲۰	۹

۲۶

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ مد داده‌ای است که بیشترین فراوانی را دارد. پس با توجه به جدول عدد ۱۲ که بیشترین فراوانی را دارد مد می‌باشد.

واریانس داده‌های ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ را محاسبه کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 5 + 7 + 9}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

پاسخ: ۱

۲۷

$$\sigma^2 = \frac{(1-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2}{5}$$

$$= \frac{16 + 4 + 0 + 4 + 16}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

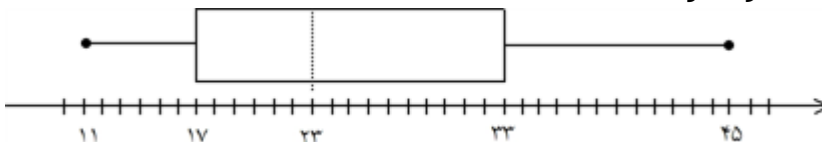
در نمودار جعبه‌ای زیر:

الف) چارک اول چقدر است؟

ب) Q_3 چقدر است؟

پ) میانه را به دست آورید.

ت) چرا دنباله سمت چپ از دنباله سمت راست کوتاه‌تر است؟



۲۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ الف) ۱۷ (ابتدای جعبه چارک اول است).

ب) ۳۳ (انتهای جعبه چارک سوم است).

پ) ۲۳ میانه با نقطه چین درون جعبه مشخص می‌شود.

ت) زیرا داده‌ها در این قسمت متراکم‌تر هستند.



برای داده‌های زیر موارد خواسته شده را محاسبه کنید.

۱۷, ۱۲, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۵, ۴, ۷, ۱۵, ۸, ۱۹

الف) دامنه تغییرات

ب) Q_3

پ) Q_1

ت) دامنه میان چارکی

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹

Q_1 میانه Q_3

الف) دامنه تغییرات $R = 19 - 4 = 15$

ب) $Q_3 = 15$

پ) $Q_1 = 7$

ت) دامنه میان چارکی $= Q_3 - Q_1 = 8$

۲۹

در داده‌های زیر، چارک سوم، چارک اول و IQR را به دست آورید.

۳, ۶, ۱, ۲۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۶, ۳۵, ۳۰, ۲۱, ۲۵, ۲۷, ۸, ۳۷

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ مرتب کردن داده‌ها:

۱, ۳, ۶, ۸, ۱۵, ۱۶, ۱۶, (۱۷), ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۳۰, ۳۵, ۳۷

میانه = ۱۷

$Q_1 = \text{چارک اول} = 8$

$\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 \Rightarrow IQR = 27 - 8 = 19$

$Q_3 = \text{چارک سوم} = 27$

۳۰

برای داده‌های زیر نمودار جعبه‌ای رسم کنید.

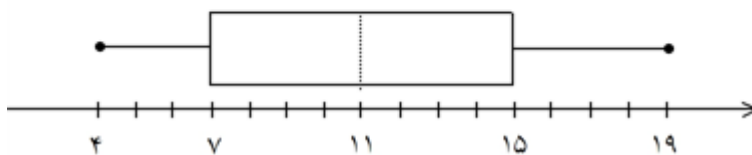
۱۷, ۱۲, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۵, ۴, ۷, ۱۵, ۸, ۱۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰-دهم

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹

کمترین داده Q_1 میانه Q_3 بیشترین داده

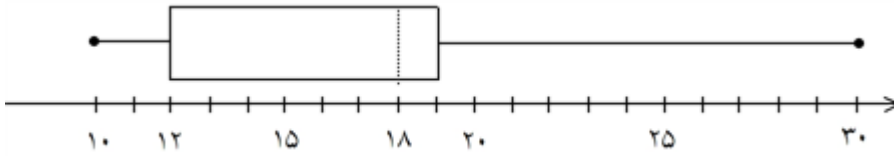


۳۱



در نمودار جعبه‌ای زیر:
الف) میانه چقدر است؟
ب) چند درصد داده‌ها داخل جعبه هستند؟
پ) چرا دنباله سمت راست از دنباله سمت چپ، بلندتر است؟

۳۲



سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰-دهم

پ) زیرا داده‌ها پراکنده‌تر هستند.

ب) ۵۰ درصد

پاسخ: ۱ الف) ۱۸

فرض کنید سن افرادی که در یک روز سوار اتوبوس شده‌اند، به صورت زیر است:

۳۲, ۵۹, ۲۶, ۵۳, ۷۴, ۱۷, ۴۵, ۲۳, ۶۴, ۵۰, ۶۱

انحراف معیار، واریانس و ضریب تغییرات سن افراد را به دست آورید.

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{504}{11} = 45.818 \approx 46$$

پاسخ: ۱

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
۳۲	-۱۴	۱۹۶
۵۹	۱۳	۱۶۹
۲۶	-۲۰	۴۰۰
۵۳	۷	۴۹
۷۴	۲۸	۷۸۴
۱۷	-۲۹	۸۴۱
۴۵	-۱	۱
۲۳	-۲۳	۵۲۹
۶۴	۱۸	۳۲۴
۵۰	۴	۱۶
۶۱	۱۵	۲۲۵

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{3534}{11} = 321.27$$

$$\sigma = \sqrt{321.27} = 18.09$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{18.09}{46} = 0.39$$

۳۳

میانگین ۵ داده‌ی آماری ۱۷ است، اگر دو عدد ۱۷ و ۱۱ را به داده‌های قبلی اضافه کنیم، میانگین جدید چه عددی خواهد شد؟

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

پاسخ: ۱ ابتدا مجموع داده‌های قبلی را به دست می‌آوریم سپس دو داده جدید را به آن اضافه می‌کنیم:

$$5 \times 17 = 85 \Rightarrow 85 + 17 + 11 = 113$$

چون دو عدد ۱۷ و ۱۱ به داده‌های قبلی اضافه شده پس تعداد داده‌ها، ۷ می‌شود. بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{113}{7} = 16.14$$

۳۴



در جدول زیر، نمرات درس ریاضی ۱۰ دانش‌آموز گردآوری شده و میانگین نمرات داده شده است. علامت‌های سؤال چه اعدادی اند؟

۱۷/۵	۱۹	۱۷	۱۶	۲۰	نمرات درس ریاضی
۱۶	۱۵	۱۸	؟	۱۸	
					میانگین نمرات = ۱۵/۶۵
					مد نمرات = ؟

مسائل، تمرینات، فعالیتها و خودآزمایی های کتابهای درسی-پایه یازدهم-آمار و احتمال

$$\bar{x} = 15/65 \Rightarrow \frac{17/5 + 19 + 17 + 16 + 20 + 16 + 15 + 18 + a + 18}{10} = 15/65$$

پاسخ: ۱

$$\frac{a + 106/5}{10} = 15/65 \Rightarrow a + 156/5 = 106/5 \Rightarrow a = 0$$

$$\hat{x} = 18, 16$$

۳۵

اگر واریانس داده‌های ۵، ۱ و $3a$ برابر $\frac{8}{3}$ باشد، میانگین این داده‌ها کدام است؟

۴/۵ (۴)

۴ (۳)

۳/۵ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

$$\bar{x} = \frac{3a + 1 + 5}{3} = a + 2$$

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳۶

$$\sigma^2 = \frac{(3a - (a + 2))^2 + (1 - (a + 2))^2 + (5 - (a + 2))^2}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow (2a - 2)^2 + (a + 1)^2 + (a - 3)^2 = 8$$

= ۸

$$9a^2 - 12a + 6 = 0 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \bar{x} = 1 + 2 = 3$$

اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی می‌شوند که در هر دسته، بزرگ‌ترین شماره‌دهنده مشترک بزرگ‌ترین عضو دسته و عضو دیگری از دسته برابر ۳ است. اختلاف میانه و میانگین دسته ششم کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۰/۷۵ (۲)

۰/۵ (۱)

۳۷

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در اعداد طبیعی متوالی همواره میانه با میانگین برابر است \Leftarrow اختلاف آن‌ها صفر است.



میانگین دسته اول با ۴ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۵ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت دو دسته داده a است. اگر واریانس دسته اول یک واحد بیشتر از دسته دوم باشد، انحراف معیار دسته اول کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $2\sqrt{5}$ (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\varepsilon X}{4} = \frac{\varepsilon X + a}{5} \Rightarrow 5\varepsilon X = 4\varepsilon X + 4a \Rightarrow \varepsilon X = 4a$$

$$\bar{x} = \frac{4a}{4} = a$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 + 1 \Rightarrow \frac{(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + (x_3 - a)^2 + (x_4 - a)^2}{4} = \frac{t+0}{5} + 1 \Rightarrow \frac{t}{4} = \frac{t}{5} + 1$$

$$5t = 4t + 20 \Rightarrow t = 20$$

$$\sigma_1^2 = \frac{t}{4} = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

۳۸

اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، ۲a و a برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟

- ۱/۵ (۱) ۲ (۲) ۳/۵ (۳) ۴ (۴)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳

$$\bar{x} = \frac{a + 2a + 3}{3} = a + 1$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a^2 = \frac{(a - a - 1)^2 + (2a - a - 1)^2 + (3 - a - 1)^2}{3} = 14$$

$$\Rightarrow \frac{1 + (a-1)^2 + (2-a)^2}{3} = 14 \Rightarrow a^2 - 3a - 18 = 0 \Rightarrow (a+3)(a-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \checkmark \\ a = -3 \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = 2$$

۳۹

اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین عضو دسته است.

میانگین اعضای دسته پنجم، کدام است؟

- ۲۴۰ (۱) ۲۴۰/۵ (۲) ۲۴۲ (۳) ۲۴۲/۵ (۴)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دسته ۵ (۱۲۱, ..., ۳۶۳), (۱۲۱, ..., ۳۶۳), (۴۰, ..., ۱۲۰), (۱۳, ..., ۳۹), (۴, ۵, ..., ۱۲), (۱, ۲, ۳)

$$\bar{x} = \frac{121 + 363}{2} = \frac{484}{2} = 242$$

نکته: اگر a_1, a_2, \dots, a_n جملات یک دنباله حسابی باشند، میانگین آن‌ها برابر است

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_n}{2} \quad \text{با:}$$

۴۰



میانگین دسته اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۶ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت بین دو دسته، داده a است. اگر واریانس دسته اول $\frac{2}{3}$ از واریانس دسته دوم بیشتر باشد، واریانس دسته اول کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ / ۲۵ (۲) ۴ (۳) ۶ / ۲۵ (۴)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. a باید همان میانگین باشد.

$$\frac{\overbrace{(x_1 - a)^2 + \dots + (x_5 - a)^2}^k}{5} = \frac{(x_1 - a)^2 + \dots + (x_5 - a)^2 + (a - a)^2}{6} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{k}{5} = \frac{k}{6} + \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{k}{5} = \frac{k+4}{6} \Rightarrow k = 20$$

$$\text{واریانس دسته اول} = \frac{20}{5} = 4$$

۴۱

میانگین دسته اول با ۴ داده برابر میانگین دسته دوم با ۵ داده است. یک داده از دسته اول را با یک داده از دسته دوم جابه‌جا می‌کنیم به طوری که میانگین دسته‌های جدید مجدداً برابر خواهند شد. اگر واریانس دسته اول قبل از جابه‌جایی داده‌ها برابر $1/25$ باشد، واریانس دسته اول بعد از جابه‌جایی داده‌ها کدام است؟

- ۱ / ۲۵ (۱) ۲ / ۵ (۲) ۳ / ۷۵ (۳) ۴ / ۵ (۴)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آن دو داده‌ای که جابه‌جا شده، مطابق اطلاعات سؤال با هم برابر بوده‌اند، بنابراین پس از جابه‌جایی نیز واریانس تغییری نخواهد کرد.

۴۲

اعداد ۱ تا ۱۰۰ در یک دسته (دسته اول) قرار دارند. دو عدد از بین اعداد دسته اول را حذف نموده و مقدار اختلاف آن دو عدد را در دسته جدید قرار می‌دهیم. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد دسته اول حذف شده و همه اعداد در دسته جدید فرد و غیرتکراری باشند. میانگین داده‌های دسته جدید کدام است؟

- ۲۵ (۱) ۲۵ / ۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۰ / ۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اعداد را به صورت زیر حذف و اختلافشان را جایگزین می‌کنیم.

$$\boxed{1, 100}, \boxed{2, 99}, \boxed{3, 98}, \dots, \boxed{49, 52}, \boxed{50, 51}$$

۹۹ ۹۷ ۹۵ ۳ ۱

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + \dots + 99}{50} = \frac{50^2}{50} = 50$$

۴۳



اعداد ۹ تا ۱۹ در اختیار است. دو عدد دلخواه از بین این اعداد را حذف نموده و با مقدار اختلاف آن دو عدد جایگزین می‌شود. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد زوج، غیرتکراری و با بیشترین میانگین ممکن باشند، انحراف معیار داده‌های جدید کدام است؟

$$\sqrt{28} \quad \text{۴}$$

$$\sqrt{21} \quad \text{۳}$$

$$\sqrt{11} \quad \text{۲}$$

$$\sqrt{10} \quad \text{۱}$$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

$$9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19$$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اعداد زوج ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸ هستند پس با زوج‌ها کاری نداریم ولی فردها را طوری کم می‌کنیم که اعداد تکراری به وجود نیایند.

$$4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$15 - 11 \quad 19 - 3 \quad 17 - 9$$

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} d^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{6^2 - 1}{12} \times 4 = 21 \Rightarrow \sigma = \sqrt{21}$$

۴۴

میانۀ تعدادی داده آماری برابر $3/5$ است. مجموع میانگین داده‌های کوچک‌تر از میانۀ و میانگین داده‌های بزرگ‌تر از میانۀ برابر ۷ است. اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

$$7/5 \quad \text{۴}$$

$$7 \quad \text{۳}$$

$$3/5 \quad \text{۲}$$

$$3 \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

$$n = 2k - 1$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$X_1, X_2, \dots, X_{n+1}, \dots, X_{n-1}, X_n \Rightarrow \underbrace{\frac{S_1}{n-1}}_{3/5} + \frac{S_2}{n-1} = 7 \Rightarrow S_1 + S_2 = \frac{7n}{2} - 3/5$$

$$\bar{x} = \frac{S_1 + S_2 + 3/5}{n} = \frac{\frac{7n}{2} - 3/5 + 3/5}{n} \Rightarrow \bar{x} = 3/5$$

۴۵

میانگین داده‌های a, a, a ، ۵ و -۲ برابر ۳ است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

$$\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}} \quad \text{۴}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \quad \text{۳}$$

$$\frac{2\sqrt{10}}{8} \quad \text{۲}$$

$$\frac{8}{3\sqrt{10}} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = 3 \Rightarrow 3 = \frac{-2 + 5 + 3a}{3} \Rightarrow a = 4; \sigma^2 = \frac{(-2-3)^2 + (5-3)^2 + 3(4-3)^2}{3} = 6/3 \Rightarrow \sigma = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2/\sqrt{3}}{3} \Rightarrow Cv = \frac{2}{3\sqrt{3}}$$

۴۶



در یک دسته از اعداد، چهار عدد فرد یک رقمی در اختیار داریم. دوتای آنها را با کوچکترین عدد زوج بعد از خود و دوتای دیگر را با بزرگترین عدد زوج قبل از خود جایگزین می‌کنیم به طوری که اعداد در دسته دوم (دسته جدید) تک رقمی و غیرتکراری باشند. نسبت ضریب تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟

- ۱) $0.2\sqrt{5}$ ۲) $0.4\sqrt{10}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $1/25$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها حالت ممکن برای انتخاب اعداد دسته اول به صورت ۱، ۳، ۷، ۹ است. در این صورت اعداد دسته دوم به صورت ۲، ۴، ۶، ۸ خواهند بود. میانگین اعداد هر دو دسته برابر ۵

۴۷

$$\sigma_1^2 = \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + 2^2 + 4^2}{4} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \sigma_1 = \sqrt{10} \quad \text{است و داریم:}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2}{4} = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow \sigma_2 = \sqrt{5}$$

$$\frac{CV_1}{CV_2} = \frac{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}}{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}} \xrightarrow{\bar{x}_1 = \bar{x}_2} \frac{CV_1}{CV_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

کوچکترین ضریب تغییرات دسته‌های سه‌تایی از اعداد زوج متوالی دو رقمی با رقم دهگان یکسان، کدام است؟

- ۱) $3\sqrt{\frac{2}{3}}$ ۲) $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ ۳) $\frac{1}{12\sqrt{6}}$ ۴) $\frac{1}{24\sqrt{6}}$

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۸

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \text{ یکسان} \\ CV \text{ حداقل} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{حد اکثر } \bar{x} \Rightarrow 94, 96, 98 : \bar{x} = 96 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{2^2 + 0^2 + 2^2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow CV_{\min} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{96} = \frac{\sqrt{2}}{48\sqrt{3}} = \frac{1}{24\sqrt{6}}$$

اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به‌جز دسته اول و دوم)، برابر بزرگترین عضو دسته قبل است؛ یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \dots$ کدام است؟

- ۱) $4608/5$ ۲) $9216/5$ ۳) $14806/5$ ۴) $18432/5$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۹

$$\left\{ \begin{array}{l} b_3 = 4 \\ e_3 = 6 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} b_4 = 7 \\ e_4 = 12 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} b_5 = 13 \\ e_5 = 24 \end{array} \right\}, \dots, \left\{ \begin{array}{l} b_n = 3 \times 2^{(n-3)} + 1 \\ e_n = 3 \times 2^{(n-2)} \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{n=14} \left\{ \begin{array}{l} b_{14} = 3 \times 2^{11} + 1 \\ e_{14} = 3 \times 2^{12} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{6145 + 12288}{2} = 9216/5$$



میانگین پنج داده آماری، عددی طبیعی است و توان دوم انحراف از میانگین این داده‌ها به صورت $9, a, 9, b, 4$ است. اگر واریانس آن‌ها $8/4$ باشد، مقدار ab کدام است؟ (a و b ، عدد طبیعی هستند).

- ۱۰۰ (۱) ۷۵ (۲) ۶۴ (۳) ۳۶ (۴)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید a و b را مربع کامل در نظر بگیریم. در ضمن جذر بعضی از اعداد باید منفی باشند تا جمع آن‌ها صفر شود.

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x}) = 0 \Rightarrow 3 + \sqrt{a} + (-3) + (-\sqrt{b}) - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2 \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 8/4 = \frac{4 + b + 9 + a + 9}{5} \Rightarrow a + b = 20 \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow ab = 64$$

۵۰

انحراف معیار شش داده آماری ۲ و اختلاف آن‌ها از میانگین برابر $a, 0, -1, b, -1, 3$ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار b کدام است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

$$3 - 1 + b - 1 + 0 + a = 0 \Rightarrow a + b = -1$$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = 4 \Rightarrow \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{6} = 4 \Rightarrow 3^2 + 1 + b^2 + 1 + a^2 = 24 \Rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ a^2 + b^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$

۵۱

چارک دوم تعدادی داده آماری برابر ۳ است. قرینه میانگین داده‌های کوچک‌تر از میانه، ۶ واحد کوچک‌تر از میانگین داده‌های بزرگ‌تر از میانه است. اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

- ۶ (۱) ۴/۵ (۲) ۳ (۳) ۱/۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{\frac{\text{عدد } n}{x_1}}_{Q_2} \quad \underbrace{\frac{\text{عدد } n}{x_2}}_{Q_2 = 3} \quad \text{فرض اضافه}$$

$$-\bar{x}_1 = \bar{x}_2 - 6 \Rightarrow \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = 6$$

$$\bar{x} = \frac{n\bar{x}_1 + n\bar{x}_2}{2n} = \frac{\cancel{n}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)}{2\cancel{n}} = \frac{6}{2} = 3$$

۵۲

در یک مطالعه آماری ۸۳ داده جمع‌آوری شده است. اگر توان دوم انحراف از میانگین داده‌ها برابر ۱ یا صفر باشد، حداقل چند داده با میانگین این داده‌ها برابر هستند؟

- صفر (۱) ۱۳ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر هیچ‌کدام از داده‌ها با میانگین برابر نباشند، مجموع انحرافات از میانگین نمی‌تواند صفر شود! چون ۸۳ داده داریم و امکان ندارد که جمع فرد تا ۱ یا -۱ با هم به صفر برسند. پس حداقل یکی از داده‌ها باید برابر میانگین باشد!

۵۳

اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (بجز دسته اول) برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی $\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6, 7, 8\}, \dots$. میانه عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

۱۲۲۸۸/۵ (۴)

۱۲۲۸۹/۵ (۳)

۶۱۴۵/۵ (۲)

۶۱۴۴/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از دسته‌ی دوم به بعد، دسته‌ها به صورت $\{2^{n-1} + 1, \dots, 2^n\}$

می‌باشند و چون هر دسته تشکیل دنباله حسابی می‌دهد، پس میانگین دو داده وسط با میانگین داده اول و آخر برابر است. پس:

$$\text{میانه} = \frac{2^{12} + 1 + 2^{13}}{2} = 6144/5$$

۵۴

در داده‌های ۱۰، ۲، ۵، ۴، ۸، ۱۲، ۲ با حذف داده‌های کوچک‌تر از چارک اول و داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم، دامنه تغییرات چند درصد کاهش می‌یابد؟

۲۰ (۴)

۲۵ (۳)

۴۰ (۲)

۵۰ (۱)

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

$$R_1 = 12 - 2 = 10$$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه تغییرات در حالت اول:

$$Q_1, 2, 4, 5, 8, 10, Q_3$$

مرتب‌سازی داده‌ها و محاسبه چارک‌ها:

بنابراین با حذف داده‌های موردنظر سؤال (یعنی ۲ و ۱۲)، دامنه تغییرات برابر است با:

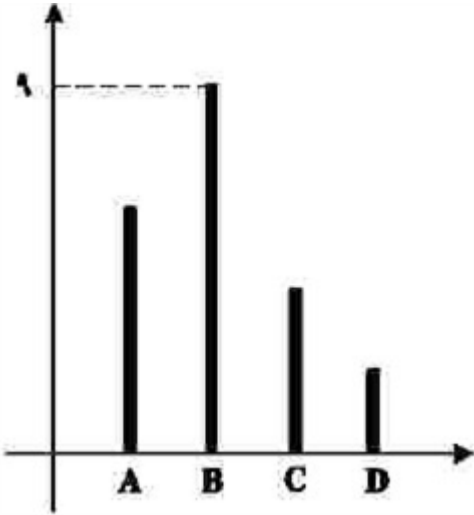
$$R_2 = 10 - 2 = 8$$

علامت منفی بیانگر کاهش درصد می‌باشد. $\text{درصد تغییرات} = \frac{8 - 10}{10} \times 100 = -20$

۵۵



نمودار زیر، تعداد گل‌های زده یک فصل ۴ بازیکن A، B، C و D را نشان می‌دهد. میانگین گل زده این چهار بازیکن، کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟



۵۶

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار داده شده، تعداد گل‌های زده بازیکنان متفاوت و مخالف صفر است. بنابراین می‌توان کمترین و بیشترین حالات ممکن را برای این بازیکنان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\text{کمترین تعداد گل: } ۱, ۲, ۳, ۹ \Leftarrow \frac{۱+۲+۳+۹}{۴} = ۳/۷۵ = \text{میانگین}$$

$$\text{بیشترین تعداد گل: } ۶, ۷, ۸, ۹ \Leftarrow \frac{۶+۷+۸+۹}{۴} = ۷/۵ = \text{میانگین}$$

بنابراین میانگین تعداد گل‌ها، عددی بین $۳/۷۵$ و $۷/۵$ است، که گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

داده‌های جمع‌آوری شده در یک مطالعه آماری اعداد طبیعی متوالی هستند. اگر به همه داده‌ها ۲ واحد بیافزاییم، اختلاف میانه و میانگین داده‌های جدید چقدر است؟

۵۷

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون همه داده‌ها ۲ واحد اضافه شده پس میانگین و میانه هم ۲ واحد اضافه می‌شود.

میانگین شش داده آماری، عددی طبیعی است و توان دوم انحراف از میانگین این داده‌ها، به صورت $۱, b^2, ۹, ۰, a^2, ۹$ است. اگر واریانس این داده‌ها برابر ۴ باشد، مقدار ab کدام است؟ $(a, b \in \mathbb{Z})$

-۲ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵۸

میانگین توان دوم انحراف از معیار میانگین داده‌ها = واریانس داده‌ها : می‌دانیم

$$۴ = \frac{۹ + a^2 + ۰ + ۹ + b^2 + ۱}{۶} \Rightarrow a^2 + b^2 = ۵ \xrightarrow[|a| < |b|]{a, b \in \mathbb{Z}} \begin{cases} |a| = ۱ \\ |b| = ۲ \end{cases}$$

$$\text{انحراف از میانگین داده‌ها} = \begin{cases} ۳, ۲, ۰, -۳, -۱, -۱ \Rightarrow a = -۱, b = ۲ \Rightarrow ab = -۲ \\ ۳, -۲, ۰, -۳, ۱, ۱ \Rightarrow a = ۱, b = -۲ \Rightarrow ab = -۲ \end{cases}$$

* توجه داشته باشیم که مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است.

۹ داده آماری را در نظر بگیرید. اختلاف هشت داده آماری، از میانگین برابر +۱ یا -۱ و اختلاف یک داده از میانگین برابر صفر است. انحراف معیار این داده‌ها، کدام است؟

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{۳}$$

$$2\sqrt{2} \quad \text{۲}$$

$$\sqrt{2} \quad \text{۱}$$

۵۹

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = \frac{1+1+\dots+1+0}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sigma = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

جدول فراوانی داده های زیر مفروض است. اگر مقدار میانه برابر ۱۳ باشد، واریانس داده‌ها، کدام است؟

داده	۸	۱۲	۱۳	۱۴	۲۶	۲۷	۲۸	a
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۱	۱	۵	۱

$$55/63 \quad \text{۴}$$

$$55/36 \quad \text{۳}$$

$$55/0.3 \quad \text{۲}$$

$$54/86 \quad \text{۱}$$

۶۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اطلاعات مسئله برای حل کافی نیست و مقدار a به صورت منحصر به فرد به دست نمی‌آید ولی در صورتی که فرض $a \geq 13$ را به سؤال اضافه کنیم، آنگاه چون میانه‌ی ۲۲ داده برابر میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم است و یکی از این دو داده قطعاً ۱۳ می‌باشد، پس $a \leq 13$ بوده و در نتیجه حتماً $a = 13$ است (اگر $a > 13$ باشد، آنگاه میانه نیز قطعاً بزرگ‌تر از ۱۳ است). ابتدا میانگین و سپس واریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 8 + 2 \times 12 + 7 \times 13 + 3 \times 14 + 1 \times 26 + 1 \times 27 + 5 \times 28}{22} = \frac{374}{22} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{3(-9)^2 + 2(-5)^2 + 7(-4)^2 + 3(-3)^2 + 9^2 + 10^2 + 5 \times 11^2}{22} = \frac{1318}{22} = 55/36$$



در جدول فراوانی داده‌های زیر، مقدار میانه برابر $13/5$ و اختلاف چارک اول از سوم 17 است. به هریک از داده‌های جدول 4 واحد اضافه می‌کنیم. واریانس جدول جدید، کدام است؟

داده	11	12	13	14	28	31	a
فراوانی	3	2	6	3	2	5	1

$$72/5 \quad \text{④}$$

$$72 \quad \text{③}$$

$$71/5 \quad \text{②}$$

$$71 \quad \text{①}$$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

پاسخ: ③ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد داده‌ها برابر ۲۲ است، پس میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم برابر میانه است. هم‌چنین میانه‌ی ۱۱ داده‌ی اول یعنی داده‌ی ششم برابر چارک اول و میانه‌ی ۱۱ داده‌ی آخر یعنی داده‌ی هفدهم برابر چارک سوم است. بنابراین $Q_1 = 13$ بوده و در نتیجه داریم:

$$Q_3 - Q_1 = 17 \Rightarrow Q_3 - 13 = 17 \Rightarrow Q_3 = 30$$

پس مقدار a لزوماً برابر ۳۰ است. میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 11 + 2 \times 12 + 6 \times 13 + 3 \times 14 + 2 \times 28 + 1 \times 30 + 5 \times 31}{22} = 19$$

واریانس داده‌ها از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma^2 = \frac{3(-8)^2 + 2(-7)^2 + 6(-6)^2 + 3(-5)^2 + 2 \times 9^2 + 1 \times 11^2 + 5 \times 12^2}{22} = 72$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 72$$

از طرفی اضافه یا کم کردن عدد تأثیری در واریانس ندارد. پس:

۶۱

تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$ را در دامنه‌ی $\{-99, -98, \dots, 0, 1, \dots, 99, 100\}$ در نظر بگیرید. مقدار متوسط عضوهای برد تابع f ، کدام است؟

$$4/25 \quad \text{④}$$

$$4 \quad \text{③}$$

$$3/75 \quad \text{②}$$

$$3/5 \quad \text{①}$$

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

پاسخ: ② گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sum y = -\frac{1}{4}(-99 - 98 - \dots + 0 + 1 + \dots + 98 + 99 + 100) + 4 + 4 + \dots + 4 =$$

با توجه به این‌که هر عدد با قرینه‌ی موجود است، لذا فقط صفر و ۱۰۰ باقی می‌مانند، از طرفی به تعداد ۲۰۰ تا عدد ۴ داریم که با هم جمع شده‌اند (به تعداد اعضای دامنه):

$$\sum y = -\frac{1}{4}(0 + 100) + \underbrace{4 + 4 + \dots + 4}_{200 \text{ مرتبه}} = -50 + 200(4) = 750$$

$$\Rightarrow \text{مقدار متوسط برد} = \frac{750}{200} = 3/75$$

۶۲



میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟

- (۱۴۰, ۱۶۴) (۴) (۱۴۶, ۱۵۸) (۳) (۱۳۴, ۱۷۰) (۲) (۱۱۶, ۱۸۸) (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

۶۳

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم ۹۶ درصد داده‌ها در فاصله‌ی ۲ برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند. بنابراین بازه‌ی موردنظر به صورت $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ است. یعنی:

$$(152 - 2 \times 6, 152 + 2 \times 6) = (140, 164)$$

میزان بارندگی یک استان در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه، کدام است؟

- (۰/۱۵) (۴) (۰/۱۲) (۳) (۰/۰۹) (۲) (۰/۰۷) (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تعیین حدود جعبه، چارک‌های اول و سوم را پیدا می‌کنیم. داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۳۲, ۳۷, ۳۹, ۴۲, ۴۶, ۵۰, ۵۴, ۵۶, ۵۷, ۵۹

نیمه اول داده‌ها نیمه دوم داده‌ها

می‌دانیم Q_1 میانه نیمه اول داده‌ها است. بنابراین $Q_1 = 39$ و Q_3 برابر است با میانه نیمه دوم داده‌ها، در نتیجه: $Q_3 = 56$.

بنابراین داده‌های داخل جعبه عبارت‌اند از: ۴۲, ۴۶, ۵۰, ۵۴

برای به دست آوردن ضریب تغییرات این داده‌ها میانگین و انحراف معیار آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{42 + 46 + 50 + 54}{4} = 48$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(42-48)^2 + (46-48)^2 + (50-48)^2 + (54-48)^2}{4}} = \sqrt{\frac{36 + 4 + 4 + 36}{4}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} = \frac{\sqrt{5}}{24} = 0.0931$$

۶۴



داده‌های آماری ۵، ۷، ۸، ۸، ۸، ۱۰ و ۱۰ مفروض‌اند. ضریب تغییرات داده‌ها، کدام است؟ ($\sqrt{\frac{2}{7}} \approx 0.534$)

۰/۳۰ (۴)

۰/۲۵ (۳)

۰/۲۰ (۲)

۰/۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{10 + 10 + 8 + 8 + 8 + 7 + 5}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(10-8)^2 + (10-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (7-8)^2 + (5-8)^2}{7}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{4 + 4 + 0 + 0 + 0 + 1 + 9}{7} = \frac{18}{7}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{18}{7} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{18}{7}} = 1.602$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1.602}{8} \approx 0.2$$

۶۵

نمرات آمار ۵۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. اختلاف میانگین وزنی نمرات از میانه آن‌ها، کدام است؟

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶	۱۸
y	۶	۹	۱۰	۱۲	۸	۵

۰/۳۸ (۴)

۰/۳۶ (۳)

۰/۳۲ (۲)

۰/۲۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. میانگین موزون داده‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{6 \times 10 + 9 \times 12 + 10 \times 14 + 12 \times 15 + 8 \times 16 + 5 \times 18}{6 + 9 + 10 + 12 + 8 + 5} = \frac{706}{50} = 14.12$$

همچنین تعداد داده‌ها ۵۰ تا است. بنابراین میانه داده‌ها برابر است با میانگین داده‌های بیست و پنجم و بیست و ششم. داده بیست و پنجم عدد ۱۴ و داده بیست و ششم عدد ۱۵ است. بنابراین:

$$\text{میانه} = \frac{14 + 15}{2} = 14.5$$

$$14.5 - 14.12 = 0.38$$

بنابراین اختلاف میانگین وزنی و میانه برابر است با:

۶۶



شش داده آماری با میانگین ۱۲ و واریانس ۶ با ۹ داده دیگر با میانگین ۱۴ و واریانس ۴ ترکیب شده‌اند. انحراف معیار گروه جدید، کدام است؟

- ۱) ۲/۲ ۲) ۲/۳ ۳) ۲/۴ ۴) ۲/۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شش داده‌ی x_1, x_2, \dots, x_6 و نه داده‌ی y_1, y_2, \dots, y_9 در نظر می‌گیریم:

$$\bar{x} = 12, \text{Var}(x) = 6 \Rightarrow \frac{x_1^2 + \dots + x_6^2}{6} - 144 = 6 \Rightarrow x_1^2 + \dots + x_6^2 = 900$$

$$\bar{y} = 14, \text{Var}(y) = 4 \Rightarrow \frac{y_1^2 + \dots + y_9^2}{9} - 196 = 4 \Rightarrow y_1^2 + \dots + y_9^2 = 1800$$

$$\text{Var}(x, y) = \frac{x_1^2 + \dots + x_6^2 + y_1^2 + \dots + y_9^2}{15} - 13^2/2^2 = \frac{2700}{15} - 174/2^2 = 5/76$$

$$\text{دقت کنید که } \frac{6 \times 12 + 9 \times 14}{15} = \frac{198}{15} = 13/2$$

$$\delta_{x,y} = \sqrt{\text{Var}(x, y)} = \sqrt{5/76} = 2/4$$

۶۷

در نمودار جعبه‌ای ۱۹ داده آماری، میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۱۵/۲ و میانگین داده‌های دنباله‌ی سمت چپ و دنباله‌ی سمت راست به ترتیب ۱۱ و ۱۷/۵ می‌باشد. میانگین این داده‌ها کدام است؟

- ۱) ۱۴/۷ ۲) ۱۴/۸ ۳) ۱۴/۹ ۴) ۱۵/۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. داده ۱۹ تا هستند. ۵ داده سمت چپ جعبه، ۹ داده درون جعبه و ۵ داده در شاخه‌ی راست قرار دارند. طبق اطلاعات مسئله می‌شود:

$$\bar{X} = \frac{5 \times 11 + 9 \times 15/2 + 5 \times 17/5}{19} = 14/7$$

۶۸

انحراف معیار داده‌های آماری ۱۶، ۲۰، ۱۸، ۱۵، ۱۹، ۲۰، کدام است؟

- ۱) ۱/۶ ۲) ۱/۷ ۳) ۱/۸ ۴) ۱/۹

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

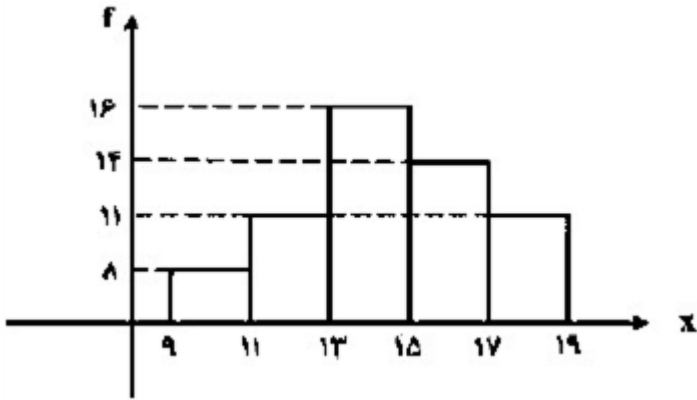
$$\bar{x} = \frac{20 + 19 + 15 + 18 + 20 + 16}{6} = \frac{108}{6} = 18$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(20 - 18)^2 + (19 - 18)^2 + (15 - 18)^2 + (18 - 18)^2 + (20 - 18)^2 + (16 - 18)^2}{6}$$

$$= \frac{4 + 1 + 9 + 0 + 4 + 4}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{11}{3}} \approx 1/9$$

۶۹

با توجه به نمودار مستطیلی روبه‌رو، میانگین داده‌های آماری کدام است؟



۱۴/۵ (۴)

۱۴/۴ (۳)

۱۴/۳ (۲)

۱۴/۲ (۱)

۷۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید مراکز دسته‌ها را به دست آورده و از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم.

مرکز دسته	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
فراوانی	۸	۱۱	۱۶	۱۴	۱۱

$$\bar{x} = \frac{۸۰ + ۱۳۲ + ۲۲۴ + ۲۲۴ + ۱۹۸}{۶۰} = \frac{۸۵۸}{۶۰} = ۱۴/۳$$

در ۳۰ داده‌ی آماری، مجموع تمام داده‌ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۲۱۹۰ می‌باشد. ضریب تغییرات، کدام است؟

۰/۳۷۵ (۴)

۰/۳۲۵ (۳)

۰/۲۷۵ (۲)

۰/۲۲۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۷۱

$$\left. \begin{array}{l} n = ۳۰ \\ \Sigma x = ۲۴۰ \\ \Sigma x^2 = ۲۱۹۰ \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = ۸ \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\Sigma x^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{۲۱۹۰}{۳۰} - ۸^2 = ۹ \Rightarrow \sigma = ۳$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۸} = ۰/۳۷۵$$

دستگاه A کالایی با میانگین وزن ۱۵۰ و انحراف معیار ۳/۶ و دستگاه B همان کالا را با میانگین وزن ۱۶۰ و انحراف معیار ۳/۸۴ بسته‌بندی می‌کنند. دقت عمل کدام، پیرامون میانگین با اطمینان بیشتر است؟

A (۲)

یکسان (۱)

نمی‌توان اظهار نظر کرد. (۴)

B (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

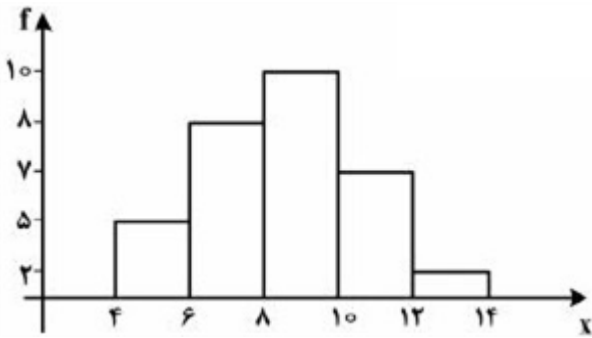
۷۲

$$A \text{ ضریب تغییرات} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳/۶}{۱۵۰} = ۰/۰۲۴$$

$$B \text{ ضریب تغییرات} = \frac{۳/۸۴}{۱۶۰} = ۰/۰۲۴ \Rightarrow \text{یکسان می‌باشد.}$$



با توجه به نمودار مستطیلی روبه‌رو، میانگین کل داده‌ها، کدام است؟



۸/۷۵ (۴)

۸/۶۵ (۳)

۸/۵۶ (۲)

۸/۴۲ (۱)

۷۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

X_i مرکز دسته	۵	۷	۹	۱۱	۱۳
f_i	۵	۸	۱۰	۷	۲

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{25 + 56 + 90 + 77 + 26}{5 + 8 + 10 + 7 + 2} = \frac{274}{32} = 8/56$$

در مجموعه‌ی اعداد $\{x, 64, 65, 77, 50, 66, 70, 63\}$ ، به‌ازای کدام مقدار x ، شاخص‌های میانگین - مد - میانه برابر هم‌اند؟

نشدنی (۴)

۶۶ (۳)

۶۵ (۲)

۶۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخ: ۲ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۷۴

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{63 + 70 + 66 + 50 + 77 + 65 + 64 + x}{8}$$

مد = x

$$\Rightarrow \frac{455 + x}{8} = x \Rightarrow x = 65$$

مرتب
→ ۵۰، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۵، ۶۶، ۷۰، ۷۷

میانه = ۶۵

در داده‌های آماری ۱۰، ۱۹، ۱۵، ۱۷، ۷، ۱۳، ۱۵، ۱۴، ۵، ۱۳، ۹ و ۱۵، تفاضل میانه از مد جامعه کدام است؟

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. داده‌های مرتب شده:

۷۵

۱۳/۵ - ۱۹ - ۱۷ - ۱۵ - ۱۵ - ۱۴ - ۱۳ - ۱۳ - ۱۰ - ۹ - ۷ - ۵ ← مد = ۱۵ و میانه ۱۳/۵

۱۳/۵ - ۱۵ = ۱/۵ = میانه - مد



ضریب تغییرات داده‌های آماری $1/35$ می‌باشد. به 2 برابر این داده‌های آماری، عدد $\frac{1}{4}$ میانگین آن‌ها افزوده شده است. ضریب تغییرات داده‌های جدید، کدام است؟

- ۱) $0/96$ ۲) $1/08$ ۳) $1/15$ ۴) $1/2$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی

۷۶ پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 2\sigma &= \text{انحراف معیار جدید} \Rightarrow \sigma = \text{انحراف معیار اولیه} \\ \Rightarrow 1/35 &= \frac{\sigma}{\bar{X}} \Rightarrow \sigma = 1/35 \bar{X} \\ \Rightarrow \bar{X} &= \frac{1}{4} \bar{X} + 2\bar{X} = \frac{9}{4} \bar{X} \\ \text{ضریب تغییرات جدید} &= \frac{\text{انحراف معیار جدید}}{\text{میانگین جدید}} = \frac{2\sigma}{\frac{9}{4}\bar{X}} = \frac{2(1/35\bar{X})}{\frac{9}{4}\bar{X}} = \frac{2/7}{9/4} = \frac{10/8}{9} = 1/2 \end{aligned}$$

میانگین داده‌های $a + 3, a + 6, a + 9, \dots, a + 105$ کدام است؟

- ۱) $2a + 108$ ۲) $a + 54$ ۳) $25a + 108$ ۴) $25a + 54$

کنکورهای خارج از کشور - آزاد - ریاضی

۷۷ پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم میانگین n داده‌ی آماری از رابطه‌ی $X = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ به دست می‌آید.

با توجه به این که داده‌ها، جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند، داریم:

$$X = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\frac{n}{2}(a_1 + a_n)}{n} = \frac{a_1 + a_n}{2} = \frac{a + 3 + a + 105}{2} = a + 54$$

در 45 داده‌ی آماری مقداری میانگین 1124 محاسبه شده است. در بررسی مجدد داده‌ها متوجه شدیم که به جای داده 1024 عدد 1204 محاسبه شده است. با رفع اشتباه میانگین واقعی، کدام است؟

- ۱) 1119 ۲) 1120 ۳) 1121 ۴) 1122

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی

۷۸ پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{مجموع داده ۴۵} &= 1124 \times 45 = 50580 \\ \text{مقدار اشتباه شده} &= 1204 - 1024 = 180 \\ \frac{50580}{45} &= 1120 \end{aligned}$$



واریانس داده‌های آماری دسته‌بندی شده در جدول مقابل، کدام است؟

مرکز دسته	۱	۳	۵	۷	۹
فراوانی	۲	۷	۳	۵	۳

۵/۶ (۲)

۵/۴ (۱)

۶/۴ (۴)

۶/۲ (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا میانگین داده‌ها را محاسبه می‌کنیم. باید توجه داشته باشیم که x_i ها در این‌جا همان مراکز دسته‌ها می‌باشند. داریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2(1) + 7(3) + 3(5) + 5(7) + 3(9)}{2 + 7 + 3 + 5 + 3} = \frac{100}{20} = 5$$

حال به محاسبه‌ی واریانس داده‌ها می‌پردازیم:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} = \frac{2(1-5)^2 + 7(3-5)^2 + 3(5-5)^2 + 5(7-5)^2 + 3(9-5)^2}{20} = \frac{128}{20} = 6.4$$

میانگین داده‌های $n+1, n+2, \dots, n+13$ کدام است؟

$n+7$ (۴)

$n+6/5$ (۳)

$6/5$ (۲)

7 (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی ویژه‌ی محاسبه‌ی میانگین یک سری (N تایی) داده‌های آماری، می‌توان نوشت:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \xrightarrow{N=13} \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{13} x_i}{13}$$

تعداد داده‌ها N

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= n+1 \\ x_2 &= n+2 \\ x_3 &= n+3 \\ &\vdots \\ x_{13} &= n+13 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow[\text{ثابت است}]{\text{عددی}} \bar{x} = \frac{\overbrace{(n+1)}^{x_1} + \overbrace{(n+2)}^{x_2} + \dots + \overbrace{(n+13)}^{x_{13}}}{13}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{13n + \overbrace{(1+2+\dots+13)}^{\frac{13 \times 14}{2}}}{13} = \frac{13n + 13 \times 7}{13} = n+7$$

واریانس داده‌های $2, 2, 2, 2, 2$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور-آزاد-ریاضی

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر تمام داده‌ها برابر باشند، واریانس آن‌ها صفر است (و بر عکس).



میانگین داده‌های دسته‌بندی شده به صورت $۲۲ + ۳a$ محاسبه شده است، a کدام است؟

مرکز دسته	۱۶	۱۹	۲۲	۲۵	۲۸
فراوانی مطلق	۲	۴	۶	۳	۵

۰/۴۵ (۴)

۰/۲۵ (۳)

۰/۲۰ (۲)

۰/۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر از تمامی داده‌ها ۲۲ واحد کم کنیم $(y_i = x_i - ۲۲)$ ، آن‌گاه از تمام مرکز دسته‌ها ۲۲ واحد کم می‌شود و از میانگین هم همین‌طور:

$$\bar{y} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} \rightarrow (۲۲ + ۳a) - ۲۲ = \frac{۲(-۶) + ۴(-۳) + ۶(۰) + ۳(۳) + ۵(۶)}{۲ + ۴ + ۶ + ۳ + ۵} \rightarrow$$

$$\rightarrow ۳a = \frac{۱۵}{۲} \rightarrow a = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

۸۲

انحراف معیار ۲۶ داده‌ی آماری برابر ۲ می‌باشد. اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است از بین آنان حذف شود، واریانس ۲۵ داده‌ی دیگر کدام است؟

۴/۱۶ (۴)

۴/۱۲ (۳)

۴/۰۸ (۲)

۳/۹۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از آن‌جا یکی از ۲۶ داده‌ی اولیه برابر با \bar{x} (میانگین) است، بنابراین داده‌های اولیه به صورت \bar{x} و $x_{۲۵}$ و $x_{۲۴}$ و $x_{۲۳}$ و $x_{۲۲}$ و $x_{۲۱}$ هستند. واضح است که با حذف داده‌ی مساوی با \bar{x} ، تغییری رخ نمی‌دهد، به عبارت دیگر $\bar{y} = \bar{x}$ از طرفی:

$$\sigma_x = ۲ \Rightarrow \sigma_x^2 = ۴ \Rightarrow \sum_{i=1}^{۲۶} (x_i - \bar{x})^2 = ۱۰۴$$

$$\Rightarrow (x_{۲۶} - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{۲۵} (x_i - \bar{x})^2 = ۱۰۴ \Rightarrow x_{۲۶} = \bar{x} \Rightarrow \sum_{i=1}^{۲۵} (x_i - \bar{x})^2 = ۱۰۴$$

حال واریانس ۲۵ داده‌ی جدید را به دست می‌آوریم:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{۲۵} (y_i - \bar{y})^2}{۲۵} \xrightarrow{y_i = x_i, \bar{y} = \bar{x}} \sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{۲۵} (x_i - \bar{x})^2}{۲۵} = \frac{۱۰۴}{۲۵} = ۴/۱۶$$

۸۳

در n داده‌ی آماری $x_i : i = ۱, ۲, ۳, \dots, n$ ضریب تغییرات برابر $۱/۲$ محاسبه شده است. میانگین داده‌های مفروض را به هر یک از آنان اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات در داده‌های جدید کدام است؟

۲/۴ (۴)

۱/۲ (۳)

۱ (۲)

۰/۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که ضریب تغییرات n داده‌ی آماری نسبت انحراف معیار به میانگین داده‌ها می‌باشد، لذا ابتدا باید σ_x و \bar{y} (انحراف معیار و میانگین جدید داده‌ها) را به دست آوریم، داریم:

الف) $\sigma_{ax+b} = |a| \sigma_x \xrightarrow{y_i = x_i + \bar{x}} \sigma_y = \sigma_{x+\bar{x}} = \sigma_x \Rightarrow \sigma_y = \sigma_x$

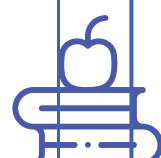
ب) $\bar{y} = \overline{ax + b} = a\bar{x} + b \xrightarrow{y_i = x_i + \bar{x}} \bar{y} + \bar{x} + \bar{x} = \bar{x} + \bar{x} = ۲\bar{x} \Rightarrow \bar{y} = ۲\bar{x}$

حال با توجه به رابطه‌ی به دست آمده بین انحراف معیار و میانگین‌های جدید و قدیم، داریم:

$\Rightarrow (CV)' = ۰/۶$

$$\left. \begin{aligned} CV &= \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = ۱/۲ \\ (CV)' &= \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{\sigma_x}{۲\bar{x}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (CV)' = \frac{۱}{۲} \left(\frac{\sigma_x}{\bar{x}} \right) \cdot \frac{۱}{۲} CV \Rightarrow (CV)' = \frac{۱}{۴} (۱/۲)$$

۸۴



اگر x متغیر کمی باشد، از اطلاعات جدول زیر، ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

$$\frac{1}{8} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{12} \quad \text{۱}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\text{۴}$$

$$\frac{1}{6} \quad \text{۳}$$

$x_i - 12$	-3	-2	-1	0	1	2
f_i	1	3	1	3	6	2

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: ۲ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $y_i = x_i - 12$ ، آن‌گاه $\bar{y} = \bar{x} - 12$ و $\sigma_y = \sigma_x$ ، پس با

محاسبه‌ی \bar{y} و σ_y می‌توان \bar{x} و σ_x را به‌دست آورد:

$$\bar{y} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} = \frac{1(-3) + 3(-2) + 1(-1) + 3(0) + 6(1) + 2(2)}{1 + 3 + 1 + 3 + 6 + 2} = \frac{0}{16} = 0 \xrightarrow{\bar{x} = \bar{y} + 12} \bar{x} = 12$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum f_i (y_i - \bar{y})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{1(-3)^2 + 3(-2)^2 + 1(-1)^2 + 3(0)^2 + 6(1)^2 + 2(2)^2}{16}}$$

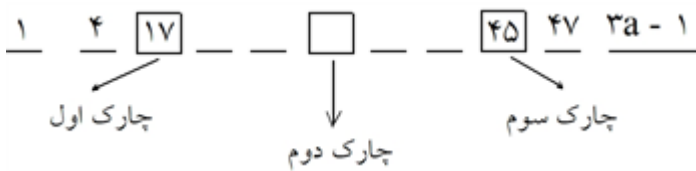
$$\sqrt{\frac{36}{16}} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\sigma_x = \sigma_y} \sigma_x = \frac{3}{2}$$

$$C.V = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{\frac{3}{2}}{12} = \frac{1}{8}$$



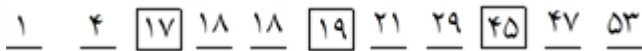
پاسخنامه تشریحی

۱ ابتدا داده‌ها را با توجه به مطالب داده‌شده مرتب می‌کنیم:



بنابراین داده‌های $a, a, 19, 21, 29$ بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرند که میانگین آن‌ها برابر ۲۱ است.

$$\frac{a + a + 19 + 21 + 29}{5} = 21 \Rightarrow 2a + 69 = 105 \Rightarrow 2a = 36 \Rightarrow a = 18$$



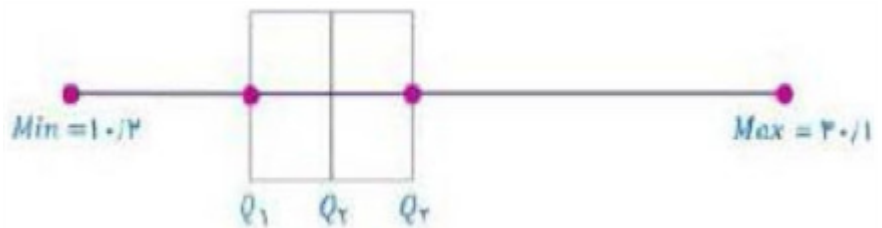
و در نهایت میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{47 + 53}{2} = 50$$

۲ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$10/2, 10/4, 10/5, 11/3, 11/5, 11/9, 12/2, 13/5, 30/1$

$$\min = 10/2, \max = 30/1, Q_1 = 10/5, Q_2 = \frac{11/5 + 11/9}{2} = 11/7, Q_3 = 13/3$$



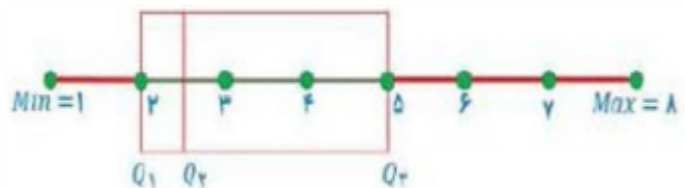
۳ الف) میانگین شاخص توده‌ی بدنی در آقایان بیشتر است.

ب) توده‌ی پراکندگی یکسان است.

۴ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8$

$$\min = 1, \max = 8, Q_1 = 2, Q_2 = \frac{2 + 3}{2} = 2.5, Q_3 = 5$$



[خطای پردازش ریاضی]

$$\sigma_y = \frac{\Sigma(y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{\Sigma(cx_i - c\bar{x})^2}{n} = \frac{\Sigma C^2(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{C^2 \Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n} = C^2 \sigma_x^2$$

$$\Rightarrow \sigma_y = |c| \sigma_x$$

$$CV_y = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{|c| \sigma_x}{c\bar{x}} = \pm \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

$$CV_y = \pm CV_x$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 2 = \frac{\sigma}{4} \Rightarrow \sigma = 8 \Rightarrow \sigma^2 = 64$$



$$\left(\begin{array}{cc} \frac{470+470}{2} & \frac{580+470}{2} \\ \frac{690+580}{2} & \frac{690+690}{2} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} 470 & 525 \\ 635 & 690 \end{array} \right)$$

میانگین معیار بهتری است تا شرکت ضرر نکند.

$$\bar{x} = \frac{2 + 1/5 + 2/5 + 1/5 + 2 + 3 + 3}{7} = \frac{15/5}{7} = 2/21$$

شماره جلسه	تعداد ضربات گل شده
۱	۴
۲	۲
۳	۳
۴	۱
۵	۱
۶	۵
مجموع	۱۶

$$\bar{x} = \frac{16}{7} = 2/7, \hat{x} = 1$$

$$1, 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow Q_2 = \frac{2+3}{2} = 2/5$$

الف) $\hat{x} = 9, \bar{x} = 9$

۲۴, ۴۰, ۵۰, ۶۰, ۳۰۰

۵۰ میانگین ندارد

۳, ۸, ۱۰, ۱۵

۹ میانگین ندارد

۴, ۵, ۶, ۹, ۱۲

۶ میانگین ندارد

۱۲, ۱۲, ۲۳, ۲۳

۱۷/۵ میانگین ندارد

۴, ۷, ۷, ۱۳

۷ میانگین ندارد

ب) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

پ) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

ت) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

ث) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

ج) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{55 + 27 + 29 + 32 + 28 + 31 + 29}{7} = \frac{231}{7} = 33$$

$$\bar{x} = \frac{48 + 45 + 44 + 45 + 42 + 43}{6} = \frac{367}{6} = 44/5$$

۶

۷

۸

۹

۱۰

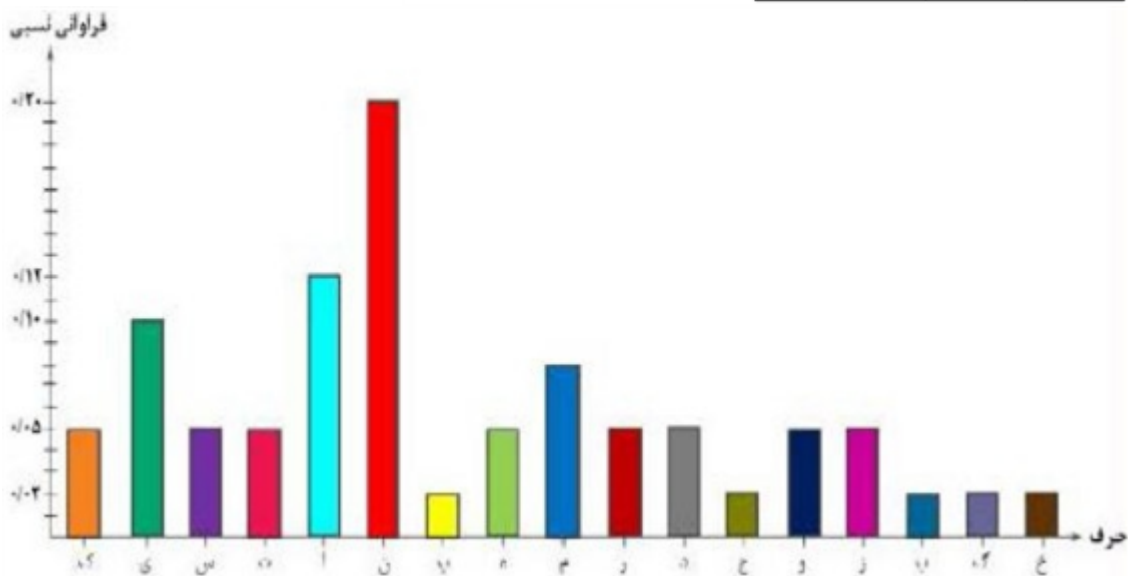
۱۱

۱۲

۱۳



حرف	فراوانی	فراوانی نسبی	حرف	فراوانی	فراوانی نسبی
ک	۲	۰/۰۵	م	۳	۰/۰۸
ی	۴	۰/۱۰	ر	۲	۰/۰۵
س	۲	۰/۰۵	د	۲	۰/۰۵
ت	۲	۰/۰۵	ج	۱	۰/۰۲
ا	۵	۰/۱۲	و	۲	۰/۰۵
ن	۸	۰/۲۰	ز	۲	۰/۰۵
پ	۱	۰/۰۲	ب	۱	۰/۰۲
ه	۲	۰/۰۵	گ	۱	۰/۰۲
مجموع	۴۱			۱	



الف) $2 + 3 + 13 + 42 + 58 + 40 + 31 + 8 + 2 + 1 = 200$

ب) $100 \leq \text{IQ} \leq 110$ بیشترین نمره

$150 \leq \text{IQ} \leq 160$ کمترین نمره

پ) $2 + 1 = 3 \Rightarrow \frac{3}{200} \times 100 = 1.5\%$

ت)

فراوانی	نمرات IQ
۲	۷۰-۶۰
۳	۸۰-۷۰
۱۳	۹۰-۸۰
۴۲	۱۰۰-۹۰
۵۸	۱۱۰-۱۰۰
۴۰	۱۲۰-۱۱۰
۳۱	۱۳۰-۱۲۰
۸	۱۴۰-۱۳۰
۲	۱۵۰-۱۴۰
۱	۱۶۰-۱۵۰
۲۰۰	مجموع

تعداد داده‌ها = مجموع تمام فراوانی‌ها

$$\overline{F}_O = 0.4 \Rightarrow \frac{F_O}{200} = 0.4 \Rightarrow F_O = 8$$

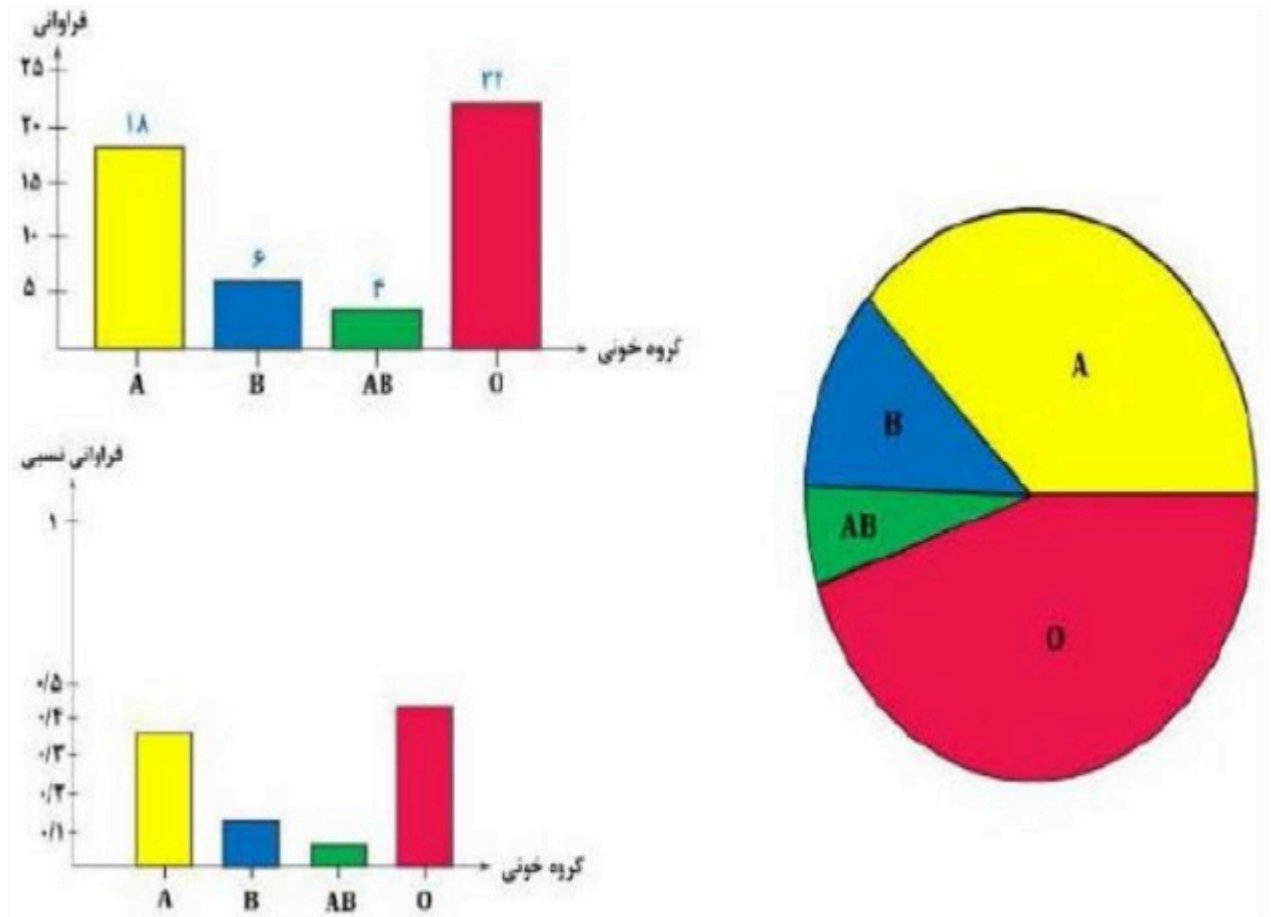
↑
فراوانی نسبی



(الف)

گروه خونی	فراوانی	فراوانی نسبی
A	۱۸	۰/۳۶
B	۶	۰/۱۲
O	۲۲	۰/۴۴
AB	۴	۰/۰۸
مجموع	۵۰	۱

(ب)



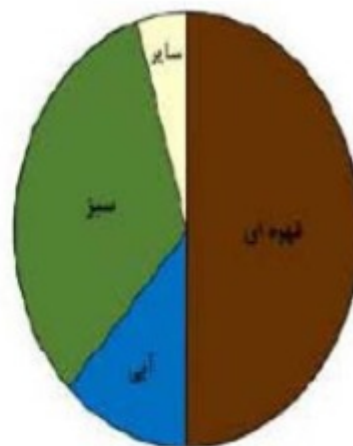
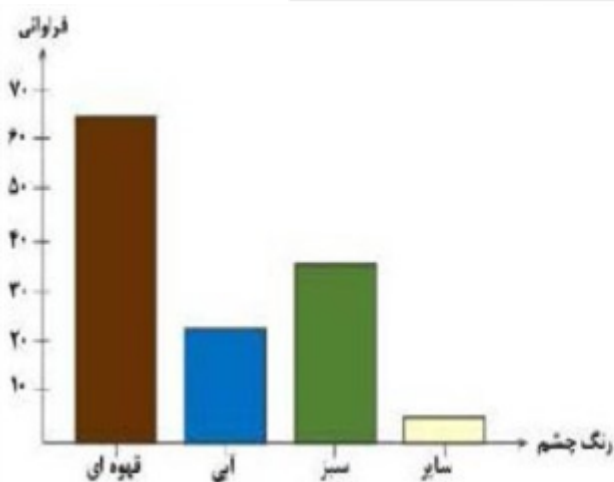
پ) $0.44 \times 100 = 44\%$

(الف) برای متغیرهای پیوسته از نمودار بافت‌نگار استفاده می‌شود.
 (ب) برای متغیرهای گسسته از نمودارهای دایره‌ای و میله‌ای استفاده می‌شود.
 (پ) برای متغیرهای کیفی از نمودارهای دایره‌ای و میله‌ای استفاده می‌شود.



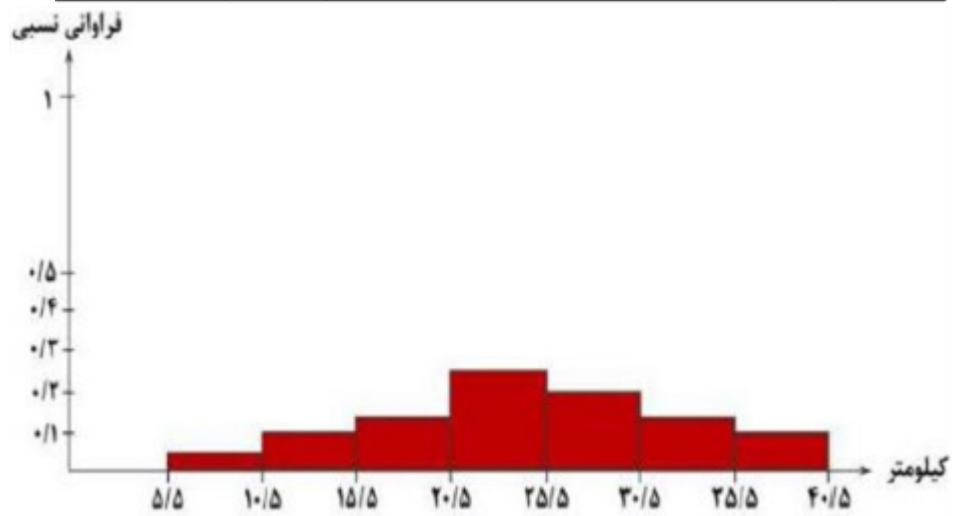
هر دو نمودار را می‌توان رسم کرد.

فرانوانی نسبی ↑ $\alpha_i = f_i \times 360^\circ$ زاویه مربوط به هر دسته	فرانوانی	رنگ چشم افراد
$\frac{64}{128} \times 360 = 180$	۶۴	قهوه‌ای
$\frac{233}{128} \times 360 = 64/7$	۲۳	آبی
$\frac{36}{128} \times 360 = 101/2$	۳۶	سبز
$\frac{5}{128} \times 360 = 14/1$	۵	سایر
۳۶۰	۱۲۸	مجموع



دسته‌ها	کیلومترهایی که توسط راننده طی شده است	فراوانی	فراوانی نسبی
۶ - ۱۰	از ۵/۵ کیلومتر تا ۱۰/۵ کیلومتر	۱	۰/۰۵
۱۱ - ۱۵	از ۱۰/۵ کیلومتر تا ۱۵/۵ کیلومتر	۲	۰/۱۰
۱۶ - ۲۰	از ۱۵/۵ کیلومتر تا ۲۰/۵ کیلومتر	۳	۰/۱۵
۲۱ - ۲۵	از ۲۰/۵ کیلومتر تا ۲۵/۵ کیلومتر	۵	۰/۲۵
۲۶ - ۳۰	از ۲۵/۵ کیلومتر تا ۳۰/۵ کیلومتر	۴	۰/۲۰
۳۱ - ۳۵	از ۳۰/۵ کیلومتر تا ۳۵/۵ کیلومتر	۳	۰/۱۵
۳۶ - ۴۰	از ۳۵/۵ کیلومتر تا ۴۰/۵ کیلومتر	۲	۰/۱۰
	مجموع	۲۰	۱

۲۰



هر دو مقدار یعنی میانه و مد نیز دو برابر می‌شوند. ۲۱

۱۵ و ۱۵ و ۱۲ و ۶ و ۵ و ۵ و ۵ و ۴ و ۰ و ۰

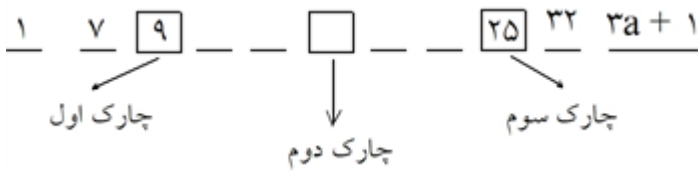
$$\frac{۵ + ۵}{۲} = ۵ \Rightarrow \text{میانه}$$

مد = ۵

۲۲

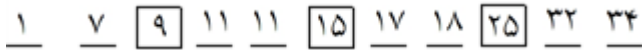


ابتدا داده‌ها را با توجه به مطالب داده‌شده مرتب می‌کنیم: ۲۳



بنابراین داده‌های $a, a, 15, 17, 18$ بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرند که میانگین آن‌ها برابر $14/4$ است.

$$\frac{a + a + 15 + 17 + 18}{5} = 14/4 \Rightarrow 2a + 50 = 72 \Rightarrow 2a = 22 \Rightarrow a = 11$$



و در نهایت میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{32 + 34}{2} = 33$$

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم. ۲۴

۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹

(الف) چون تعداد داده‌ها فرد است، داده وسط میانه است.

(ب) دامنه تغییرات \Rightarrow کوچکترین داده - بزرگترین داده = دامنه تغییرات $19 - 4 = 15$

(ج) مد: تکرار عدد ۱۲ بیشتر از سایر داده‌هاست. مد = ۱۲

باید از فرمول میانگین موزون استفاده کنیم. ۲۵

$$\bar{x}_w = \frac{16 \times 4 + 13 \times 3 + 15 \times 2 + 17 \times 4}{4 + 3 + 2 + 4} = \frac{64 + 39 + 30 + 68}{13} = \frac{201}{13} = 15/46$$

مد داده‌ای است که بیشترین فراوانی را دارد. پس با توجه به جدول عدد ۱۲ که بیشترین فراوانی را دارد مد می‌باشد. ۲۶

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 5 + 7 + 9}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2}{5}$$

$$= \frac{16 + 4 + 0 + 4 + 16}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

(الف) ۱۷ (ابتدای جعبه چارک اول است). ۲۸

(ب) ۳۳ (انتهای جعبه چارک سوم است).

(پ) ۲۳ میانه با نقطه‌چین درون جعبه مشخص می‌شود.

(ت) زیرا داده‌ها در این قسمت متراکم‌تر هستند.

۲۹ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹
 \bar{Q}_1 میانه \bar{Q}_3

الف) دامنه تغییرات $= R = 19 - 4 = 15$

ب) $Q_3 = 15$

پ) $Q_1 = 7$

ت) دامنه میان چارکی $= Q_3 - Q_1 = 8$

۳۰ مرتب کردن داده‌ها:

۱, ۳, ۶, ۸, ۱۵, ۱۶, ۱۶, (۱۷), ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۳۰, ۳۵, ۳۷

میانه = ۱۷

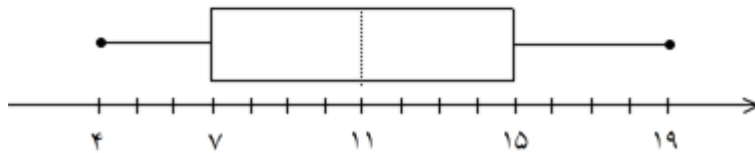
$Q_1 = 8$ = چارک اول

$\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 \Rightarrow IQR = 27 - 8 = 19$

$Q_3 = 27$ = چارک سوم

۳۱ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹
 \bar{Q}_1 میانه \bar{Q}_3 بیشترین داده
کمترین داده



پ) زیرا داده‌ها پراکنده‌تر هستند.

ب) ۵۰ درصد

۳۲ الف) ۱۸



$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{504}{11} = 45/11 = 46$$

۳۳

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
۳۲	-۱۴	۱۹۶
۵۹	۱۳	۱۶۹
۲۶	-۲۰	۴۰۰
۵۳	۷	۴۹
۷۴	۲۸	۷۸۴
۱۷	-۲۹	۸۴۱
۴۵	-۱	۱
۲۳	-۲۳	۵۲۹
۶۴	۱۸	۳۲۴
۵۰	۴	۱۶
۶۱	۱۵	۲۲۵

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{m} = \frac{3534}{11} = 321/27$$

$$\sigma = \sqrt{321/27} = 18/0.9$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{18/0.9}{46} = 0/39$$

ابتدا مجموع داده‌های قبلی را به دست می‌آوریم سپس دو داده جدید را به آن اضافه می‌کنیم:

۳۴

$$5 \times 17 = 85 \Rightarrow 85 + 17 + 11 = 113$$

چون دو عدد ۱۷ و ۱۱ به داده‌های قبلی اضافه شده پس تعداد داده‌ها، ۷ می‌شود. بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{113}{7} = 16/14$$

$$\bar{x} = 15/65 \Rightarrow \frac{17/5 + 19 + 17 + 16 + 20 + 16 + 15 + 18 + a + 18}{10} = 15/65$$

۳۵

$$\frac{a + 106/5}{10} = 15/65 \Rightarrow a + 106/5 = 106/5 \Rightarrow a = 0$$

$$\hat{x} = 18, 16$$

$$\bar{x} = \frac{3a + 1 + 5}{3} = a + 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳۶

$$\sigma^2 = \frac{(3a - (a + 2))^2 + (1 - (a + 2))^2 + (5 - (a + 2))^2}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow (2a - 2)^2 + (a + 1)^2 + (a - 3)^2$$

$$= 8$$

$$6a^2 - 12a + 6 = 0 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \bar{x} = 1 + 2 = 3$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در اعداد طبیعی متوالی همواره میانه با میانگین برابر است \Leftarrow اختلاف آن‌ها صفر است. ۳۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$\frac{\varepsilon x}{4} = \frac{\varepsilon x + a}{5} \Rightarrow \varepsilon x = 4\varepsilon x + 4a \Rightarrow \varepsilon x = 4a$$

$$\bar{x} = \frac{4a}{4} = a$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 + 1 \Rightarrow \frac{(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + (x_3 - a)^2 + (x_4 - a)^2}{4} = \frac{t+0}{5} + 1 \Rightarrow \frac{t}{4} = \frac{t}{5} + 1$$

$$\Delta t = 4t + 20 \Rightarrow t = 20$$

$$\sigma_1^2 = \frac{t}{4} = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

$$\bar{x} = \frac{a + 2a + 3}{3} = a + 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$a^2 = \frac{(a - a - 1)^2 + (2a - a - 1)^2 + (3 - a - 1)^2}{3} = 14$$

$$\Rightarrow \frac{1 + (a-1)^2 + (2-a)^2}{3} = 14 \Rightarrow a^2 - 3a - 18 = 0 \Rightarrow (a+3)(a-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \checkmark \\ a = -3 \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۰

دسته ۵ $(1, 2, 3), (4, 5, \dots, 12), (13, \dots, 39), (40, \dots, 120), (121, \dots, 363)$

$$\bar{x} = \frac{121 + 363}{2} = \frac{484}{2} = 242$$

نکته: اگر a_1, a_2, \dots, a_n جملات یک دنباله حسابی باشند، میانگین آن‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_n}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. a باید همان میانگین باشد. ۴۱

$$\frac{\overbrace{(x_1 - a)^2 + \dots + (x_k - a)^2}^k}{5} = \frac{(x_1 - a)^2 + \dots + (x_5 - a)^2 + (a - a)^2}{6} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{k}{5} = \frac{k}{6} + \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{k}{5} = \frac{k+4}{6} \Rightarrow k = 20$$

$$\text{واریانس دسته اول} = \frac{20}{5} = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آن دو داده‌ای که جابه‌جا شده، مطابق اطلاعات سؤال با هم برابر بوده‌اند، بنابراین پس از ۴۲

جابه‌جایی نیز واریانس تغییری نخواهد کرد.



۴۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اعداد را به صورت زیر حذف و اختلافشان را جایگزین می‌کنیم.

$$\boxed{1, 100} \quad , \quad \boxed{2, 99} \quad , \quad \boxed{3, 98} \quad , \quad \dots \quad , \quad \boxed{49, 52} \quad , \quad \boxed{50, 51}$$

$$99 \qquad 97 \qquad 95 \qquad \qquad \qquad 3 \qquad 1$$

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + \dots + 99}{50} = \frac{50^2}{50} = 50$$

۴۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اعداد زوج ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸ هستند پس با زوجها کاری نداریم ولی فردها را طوری کم می‌کنیم که اعداد تکراری به وجود نیایند.

$$4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$15 - 11 \quad 19 - 3 \quad 17 - 9$$

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} d^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{63}{12} \times 4 = 21 \Rightarrow \sigma = \sqrt{21}$$

۴۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n = 2k - 1$$

$$\underbrace{X_1, X_2, \dots, X_{n+1}}_{S_1}, \quad \frac{3/5}{2}, \quad \underbrace{\dots, X_{n-1}, X_n}_{S_2} \Rightarrow \frac{S_1}{n-1} + \frac{S_2}{n-1} = 7 \Rightarrow S_1 + S_2 = \frac{7n}{2} - 3/5$$

$$\bar{x} = \frac{S_1 + S_2 + 3/5}{n} = \frac{\frac{7n}{2} - 3/5 + 3/5}{n} \Rightarrow \bar{x} = 3/5$$

۴۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = 3 \Rightarrow 3 = \frac{-2 + 5 + 3a}{5} \Rightarrow a = 4; \sigma^2 = \frac{(-2-3)^2 + (5-3)^2 + 3(4-3)^2}{5} = 6/4 \Rightarrow \sigma = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{10}}}{3} \Rightarrow CV = \frac{1}{3\sqrt{10}}$$

۴۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها حالت ممکن برای انتخاب اعداد دسته اول به صورت ۱، ۳، ۷، ۹ است.

در این صورت اعداد دسته دوم به صورت ۲، ۴، ۶، ۸ خواهند بود. میانگین اعداد هر دو دسته برابر ۵ است و

$$\sigma_1^2 = \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + 2^2 + 4^2}{4} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \sigma_1 = \sqrt{10} \quad \text{داریم:}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2}{4} = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow \sigma_2 = \sqrt{5}$$

$$\frac{CV_1}{CV_2} = \frac{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}}{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}} \xrightarrow{\bar{x}_1 = \bar{x}_2} \frac{CV_1}{CV_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$



۴۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \text{ یکسان} \\ CV \text{ حداقل} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{حداکثر } \bar{x} \Rightarrow 94, 96, 98 : \bar{x} = 96 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{2^2 + 0^2 + 2^2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow CV_{\min} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{96} = \frac{\sqrt{2}}{48\sqrt{3}} = \frac{1}{24\sqrt{6}}$$

۴۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} b_3 = 4 \\ e_3 = 6 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} b_4 = 7 \\ e_4 = 12 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} b_5 = 13 \\ e_5 = 24 \end{array} \right\}, \dots, \left\{ \begin{array}{l} b_n = 3 \times 2^{(n-2)} + 1 \\ e_n = 3 \times 2^{(n-2)} \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{n=14} \left\{ \begin{array}{l} b_{14} = 3 \times 2^{11} + 1 \\ e_{14} = 3 \times 2^{11} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{6145 + 12288}{2} = 9216/5$$

۵۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید a و b را مربع کامل در نظر بگیریم. در ضمن جذر بعضی از اعداد باید منفی باشند تا جمع آنها صفر شود.

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x}) = 0 \Rightarrow 3 + \sqrt{a} + (-3) + (-\sqrt{b}) - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2 \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 8/4 = \frac{4 + b + 9 + a + 9}{5} \Rightarrow a + b = 20 \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow ab = 64$$

$$3 - 1 + b - 1 + 0 + a = 0 \Rightarrow a + b = -1$$

۵۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = 4 \Rightarrow \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{6} = 4 \Rightarrow 3^2 + 1 + b^2 + 1 + a^2 = 24 \Rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ a^2 + b^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$

۵۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{\frac{\text{عدد } n}{x_1}}_{\cancel{Q_2}} \quad \underbrace{\frac{\text{عدد } n}{x_2}}_{\cancel{Q_2}} \quad \underbrace{Q_2 = 3}_{\text{فرض اضافه}}$$

$$-\bar{x}_1 = \bar{x}_2 - 6 \Rightarrow \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = 6$$

$$\bar{x} = \frac{n\bar{x}_1 + n\bar{x}_2}{2n} = \frac{n(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)}{2n} = \frac{6}{2} = 3$$

۵۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر هیچ‌کدام از داده‌ها با میانگین برابر نباشند، مجموع انحرافات از میانگین نمی‌تواند صفر شود! چون ۸۳ داده داریم و امکان ندارد که جمع فرد تا +۱ یا -۱ با هم به صفر برسند. پس حداقل یکی از داده‌ها باید برابر میانگین باشد!



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از دسته‌ی دوم به بعد، دسته‌ها به صورت $\{2^{n-1} + 1, \dots, 2^n\}$ می‌باشند و چون هر

دسته تشکیل دنباله حسابی می‌دهد، پس میانگین دو داده وسط با میانگین داده اول و آخر برابر است. پس:

$$\text{میانها} = \frac{2^{12} + 1 + 2^{13}}{2} = 6144/5$$

$$R_1 = 12 - 2 = 10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه تغییرات در حالت اول:

$$Q_1, \boxed{2, 4, 5, 8, 10}, Q_2$$

مرتب‌سازی داده‌ها و محاسبه چارک‌ها:

بنابراین با حذف داده‌های موردنظر سؤال (یعنی ۲ و ۱۲)، دامنه تغییرات برابر است با:

$$R_2 = 10 - 2 = 8$$

$$\text{علامت منفی بیانگر کاهش درصد می‌باشد. } \frac{8 - 10}{10} \times 100 = -20 \text{ درصد تغییرات}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار داده شده، تعداد گل‌های زده بازیکنان متفاوت و مخالف صفر است.

بنابراین می‌توان کمترین و بیشترین حالات ممکن را برای این بازیکنان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\text{کمترین تعداد گل: } 1, 2, 3, 9 \Leftarrow 3/75 = \frac{1+2+3+9}{6} = \text{میانگین}$$

$$\text{بیشترین تعداد گل: } 6, 7, 8, 9 \Leftarrow 7/5 = \frac{6+7+8+9}{6} = \text{میانگین}$$

بنابراین میانگین تعداد گل‌ها، عددی بین $3/75$ و $7/5$ است، که گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون همه داده‌ها ۲ واحد اضافه شده پس میانگین و میانها هم ۲ واحد اضافه می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

میانگین توان دوم انحراف از معیار میانگین داده‌ها = واریانس داده‌ها : می‌دانیم

$$\text{پس: } 4 = \frac{9 + a^2 + 0 + 9 + b^2 + 1}{6} \Rightarrow a^2 + b^2 = 5 \begin{cases} a, b \in \mathbb{Z} \\ |a| < |b| \end{cases} \begin{cases} |a| = 1 \\ |b| = 2 \end{cases}$$

$$\text{انحراف از میانگین داده‌ها} = \begin{cases} 3, 2, 0, -3, -1, -1 \Rightarrow a = -1, b = 2 \Rightarrow ab = -2 \\ 3, -2, 0, -3, 1, 1 \Rightarrow a = 1, b = -2 \Rightarrow ab = -2 \end{cases}$$

* توجه داشته باشیم که مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = \frac{1+1+\dots+1+0}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sigma = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



۶۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اطلاعات مسئله برای حل کافی نیست و مقدار a به صورت منحصر به فرد به دست نمی‌آید ولی در صورتی که فرض $a \geq 13$ را به سؤال اضافه کنیم، آن‌گاه چون میانه‌ی ۲۲ داده برابر میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم است و یکی از این دو داده قطعاً ۱۳ می‌باشد، پس $a \leq 13$ بوده و در نتیجه حتماً $a = 13$ است (اگر $a > 13$ باشد، آن‌گاه میانه نیز قطعاً بزرگ‌تر از ۱۳ است). ابتدا میانگین و سپس واریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 8 + 2 \times 12 + 7 \times 13 + 3 \times 14 + 1 \times 26 + 1 \times 27 + 5 \times 28}{22} = \frac{374}{22} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{3(-9)^2 + 2(-5)^2 + 7(-4)^2 + 3(-3)^2 + 9^2 + 10^2 + 5 \times 11^2}{22} = \frac{1218}{22} = 55.36$$

۶۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد داده‌ها برابر ۲۲ است، پس میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم برابر میانه است. همچنین میانه‌ی ۱۱ داده‌ی اول یعنی داده‌ی ششم برابر چارک اول و میانه‌ی ۱۱ داده‌ی آخر یعنی داده‌ی هفدهم برابر چارک سوم است. بنابراین $Q_1 = 13$ بوده و در نتیجه داریم:

$$Q_3 - Q_1 = 17 \Rightarrow Q_3 - 13 = 17 \Rightarrow Q_3 = 30$$

پس مقدار a لزوماً برابر ۳۰ است. میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 11 + 2 \times 12 + 6 \times 13 + 3 \times 14 + 2 \times 28 + 1 \times 30 + 5 \times 31}{22} = 19$$

واریانس داده‌ها از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma^2 = \frac{3(-8)^2 + 2(-7)^2 + 6(-6)^2 + 3(-5)^2 + 2 \times 9^2 + 1 \times 11^2 + 5 \times 12^2}{22} = 72$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 72$$

از طرفی اضافه یا کم کردن عدد تأثیری در واریانس ندارد. پس:

۶۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sum y = -\frac{1}{4}(-99 - 98 - \dots + 0 + 1 + \dots + 98 + 99 + 100) + 4 + 4 + \dots + 4 =$$

با توجه به این‌که هر عدد با قرینه‌ی موجود است، لذا فقط صفر و ۱۰۰ باقی می‌مانند، از طرفی به تعداد ۲۰۰ تا عدد ۴ داریم که با هم جمع شده‌اند (به تعداد اعضای دامنه):

$$\sum y = -\frac{1}{4}(0 + 100) + \underbrace{4 + 4 + \dots + 4}_{200 \text{ مرتبه}} = -50 + 200(4) = 750$$

$$\Rightarrow \text{مقدار متوسط برد} = \frac{750}{200} = 3.75$$

۶۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم ۹۶ درصد داده‌ها در فاصله‌ی ۲ برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند. بنابراین بازه‌ی موردنظر به صورت $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ است. یعنی:

$$(152 - 2 \times 6, 152 + 2 \times 6) = (140, 164)$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تعیین حدود جعبه، چارک‌های اول و سوم را پیدا می‌کنیم. داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{32, 37, 39, 42, 46, 50, 54, 56, 57, 59}_{\text{نیمه اول داده‌ها}} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{نیمه دوم داده‌ها}}$$

می‌دانیم Q_1 میانه نیمه اول داده‌ها است. بنابراین $Q_1 = 39$ و Q_3 برابر است با میانه نیمه دوم داده‌ها، در نتیجه: $Q_3 = 56$

$$42, 46, 50, 54$$

بنابراین داده‌های داخل جعبه عبارتند از:

برای به دست آوردن ضریب تغییرات این داده‌ها میانگین و انحراف معیار آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{42 + 46 + 50 + 54}{4} = 48$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(42-48)^2 + (46-48)^2 + (50-48)^2 + (54-48)^2}{4}} = \sqrt{\frac{36 + 4 + 4 + 36}{4}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} = \frac{\sqrt{5}}{24} = 0.0931$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{10 + 10 + 8 + 8 + 8 + 7 + 5}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(10-8)^2 + (10-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (7-8)^2 + (5-8)^2}{7}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{4 + 4 + 0 + 0 + 0 + 1 + 9}{7} = \frac{18}{7}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{18}{7} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{18}{7}} = 1.602$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1.602}{8} \approx 0.2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. میانگین موزون داده‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{6 \times 10 + 9 \times 12 + 10 \times 14 + 12 \times 15 + 8 \times 16 + 5 \times 18}{6 + 9 + 10 + 12 + 8 + 5} = \frac{706}{50} = 14.12$$

همچنین تعداد داده‌ها ۵۰ تا است. بنابراین میانه داده‌ها برابر است با میانگین داده‌های بیست و پنجم و بیست و ششم. داده بیست و پنجم عدد ۱۴ و داده بیست و ششم عدد ۱۵ است. بنابراین:

$$\text{میانه} = \frac{14 + 15}{2} = 14.5$$

$$14.5 - 14.12 = 0.38$$

بنابراین اختلاف میانگین وزنی و میانه برابر است با:

۶۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شش داده‌ی x_1, x_2, \dots, x_6 و نه داده‌ی y_1, y_2, \dots, y_9 در نظر می‌گیریم:

$$\bar{x} = 12, \text{Var}(x) = 6 \Rightarrow \frac{x_1^2 + \dots + x_6^2}{6} - 144 = 6 \Rightarrow x_1^2 + \dots + x_6^2 = 900$$

$$\bar{y} = 14, \text{Var}(y) = 4 \Rightarrow \frac{y_1^2 + \dots + y_9^2}{9} - 196 = 4 \Rightarrow y_1^2 + \dots + y_9^2 = 1800$$

$$\text{Var}(x, y) = \frac{x_1^2 + \dots + x_6^2 + y_1^2 + \dots + y_9^2}{15} - 13^2/2^2 = \frac{2700}{15} - 174/2^2 = 5/2^2$$

$$\text{دقت کنید که } x_1, \dots, x_6, y_1, \dots, y_9 = \frac{6 \times 12 + 9 \times 14}{15} = \frac{198}{15} = 13/2$$

$$\delta_{x,y} = \sqrt{\text{Var}(x, y)} = \sqrt{5/76} = 2/4$$

۶۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. داده ۱۹ تا هستند. ۵ داده سمت چپ جعبه، ۹ داده درون جعبه و ۵ داده در شاخه‌ی راست قرار دارند. طبق اطلاعات مسئله می‌شود:

$$\bar{X} = \frac{5 \times 11 + 9 \times 15/2 + 5 \times 17/5}{19} = 14/2$$

۶۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{20 + 19 + 15 + 18 + 20 + 16}{6} = \frac{108}{6} = 18$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(20-18)^2 + (19-18)^2 + (15-18)^2 + (18-18)^2 + (20-18)^2 + (16-18)^2}{6}$$

$$= \frac{4 + 1 + 9 + 0 + 4 + 4}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{11}{3}} \approx 1/9$$

۷۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید مراکز دسته‌ها را به دست آورده و از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم.

مرکز دسته	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
فراوانی	۸	۱۱	۱۶	۱۴	۱۱

$$\bar{x} = \frac{80 + 132 + 224 + 224 + 198}{60} = \frac{858}{60} = 14/3$$

۷۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} n = 30 \\ \Sigma x = 240 \\ \Sigma x^2 = 2190 \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = 8 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\Sigma x^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{2190}{30} - 8^2 = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{8} = 0/375$$



۷۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A \text{ ضریب تغییرات} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳/۶}{۱۵۰} = ۰/۰۲۴$$

$$B \text{ ضریب تغییرات} = \frac{۳/۸۴}{۱۶۰} = ۰/۰۲۴ \Rightarrow \text{یکسان می باشد.}$$

X_i مرکز دسته	۵	۷	۹	۱۱	۱۳
f_i	۵	۸	۱۰	۷	۲

۷۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{۲۵ + ۵۶ + ۹۰ + ۷۷ + ۲۶}{۵ + ۸ + ۱۰ + ۷ + ۲} = \frac{۲۷۴}{۳۲} = ۸/۵۶$$

۷۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۶۳ + ۷۰ + ۶۶ + ۵۰ + ۷۷ + ۶۵ + ۶۴ + x}{۸} \end{aligned} \right.$$

$$\text{مد} = x$$

$$\Rightarrow \frac{۴۵۵ + x}{۸} = x \Rightarrow x = ۶۵$$

مرتب
 $\rightarrow ۵۰, ۶۳, ۶۴, ۶۵, ۶۵, ۶۶, ۷۰, ۷۷$

$$\text{میان} = ۶۵$$

۷۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. داده‌های مرتب شده:

$$۱۳/۵ \text{ میان} \text{ و } ۱۵ = \text{مد} \leftarrow ۵ - ۷ - ۹ - ۱۰ - ۱۳ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۵ - ۱۵ - ۱۷ - ۱۹$$

$$\text{مد} - \text{میان} = ۱۵ - ۱۳/۵ = ۱/۵$$

۷۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$۲\sigma = \text{انحراف معیار جدید} \Rightarrow \sigma = \text{انحراف معیار اولیه}$$

$$\bar{X} \text{ میانگین اولیه} \Rightarrow \text{میانگین جدید} = ۲\bar{X} + \frac{۱}{۴}\bar{X} = \frac{۹}{۴}\bar{X} \Rightarrow ۱/۳۵ = \frac{\sigma}{\bar{X}} \Rightarrow \sigma = ۱/۳۵\bar{X}$$

$$\text{ضریب تغییرات جدید} = \frac{\text{انحراف معیار جدید}}{\text{میانگین جدید}} = \frac{۲\sigma}{\frac{۹}{۴}\bar{X}} = \frac{۲(۱/۳۵\bar{X})}{\frac{۹}{۴}\bar{X}} = \frac{۲/۷}{۹/۴} = \frac{۱۰/۸}{۹} = ۱/۲$$

۷۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم میانگین n داده‌ی آماری از رابطه‌ی $X = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ به دست می‌آید.

با توجه به این که داده‌ها، جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند، داریم:

$$X = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\frac{n}{۲}(a_1 + a_n)}{n} = \frac{a_1 + a_n}{۲} = \frac{a + ۳ + a + ۱۰۵}{۲} = a + ۵۴$$



$$۱۱۲۴ \times ۴۵ = ۵۰۵۸۰ \quad \text{مجموع داده ۴۵} \quad \rightarrow ۵۰۵۸۰ - ۱۸۰ = ۵۰۴۰۰$$

مقدار اشتباه شده $۱۲۰۴ - ۱۰۲۴ = ۱۸۰$

$$\frac{۵۰۴۰۰}{۴۵} = ۱۱۲۰$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا میانگین داده‌ها را محاسبه می‌کنیم. باید توجه داشته باشیم که x_i ها در این جا همان مراکز دسته‌ها می‌باشند. داریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{۲(۱) + ۷(۳) + ۳(۵) + ۵(۷) + ۳(۹)}{۲ + ۷ + ۳ + ۵ + ۳} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵$$

حال به محاسبه‌ی واریانس داده‌ها می‌پردازیم:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} = \frac{۲(۱ - ۵)^2 + ۷(۳ - ۵)^2 + ۳(۵ - ۵)^2 + ۵(۷ - ۵)^2 + ۳(۹ - ۵)^2}{۲۰} = \frac{۱۲۸}{۲۰} = ۶/۴$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی ویژه‌ی محاسبه‌ی میانگین یک سری (N تایی) داده‌های آماری، می‌توان نوشت:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \xrightarrow{N=۱۳} \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{۱۳} x_i}{\text{تعداد داده ها}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = n + 1 \\ x_2 = n + 2 \\ x_3 = n + 3 \\ \vdots \\ x_{13} = n + 13 \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{ثابت است}]{\text{اعددی}} \bar{x} = \frac{\overbrace{(n+1)}^{x_1} + \overbrace{(n+2)}^{x_2} + \dots + \overbrace{(n+13)}^{x_{13}}}{13}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{13n + \frac{13 \times 14}{2}}{13} = \frac{13n + 13 \times 7}{13} = n + 7$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر تمام داده‌ها برابر باشند، واریانس آن‌ها صفر است (و بر عکس). ۸۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر از همه‌ی داده‌ها ۲۲ واحد کم کنیم ($y_i = x_i - ۲۲$)، آنگاه از تمام مرکز دسته‌ها ۲۲ واحد کم می‌شود و از میانگین هم همین‌طور: ۸۲

$$\bar{y} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} \rightarrow (۲۲ + ۳a) - ۲۲ = \frac{۲(-۶) + ۴(-۳) + ۶(۰) + ۳(۳) + ۵(۶)}{۲ + ۴ + ۶ + ۳ + ۵} \rightarrow$$

$$\rightarrow ۳a = \frac{۱۵}{۲} \rightarrow a = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از آنجا یکی از ۲۶ داده‌ی اولیه برابر با \bar{x} (میانگین) است، بنابراین داده‌های اولیه به صورت \bar{x} و $x_{۲۵}$ و $x_{۲۴}$ و $x_{۲۳}$ و $x_{۲۲}$ و $x_{۲۱}$ هستند. واضح است که با حذف داده‌ی مساوی با \bar{x} ، تغییری رخ نمی‌دهد، به عبارت دیگر $\bar{y} = \bar{x}$ از طرفی:

$$\sigma_x = ۲ \Rightarrow \sigma_x^2 = ۴ \Rightarrow \sum_{i=1}^{۲۶} (x_i - \bar{x})^2 = ۱۰۴$$

$$\Rightarrow (x_{۲۶} - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{۲۵} (x_i - \bar{x})^2 = ۱۰۴ \Rightarrow x_{۲۶} = \bar{x} \sum_{i=1}^{۲۵} (x_i - \bar{x})^2 = ۱۰۴$$

حال واریانس ۲۵ داده‌ی جدید را به دست می‌آوریم:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{۲۵} (y_i - \bar{y})^2}{۲۵} \xrightarrow[\bar{y}=\bar{x}]{y_i=x_i} \sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{۲۵} (x_i - \bar{x})^2}{۲۵} = \frac{۱۰۴}{۲۵} = ۴/۱۶$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که ضریب تغییرات n داده‌ی آماری نسبت انحراف معیار به میانگین داده‌ها می‌باشد، لذا ابتدا باید σ_x و \bar{y} (انحراف معیار و میانگین جدید داده‌ها) را به دست آوریم، داریم:

الف) $\sigma_{ax+b} = |a| \sigma_x \xrightarrow{y_i=x_i+\bar{x}} \sigma_y = \sigma_{x+\bar{x}} = \sigma_x \Rightarrow \sigma_y = \sigma_x$

ب) $\bar{y} = \overline{ax+b} = a\bar{x} + b \xrightarrow{y_i=x_i+\bar{x}} \bar{y} + \bar{x} + \bar{x} = \bar{x} + \bar{x} = ۲\bar{x} \Rightarrow \bar{y} = ۲\bar{x}$

حال با توجه به رابطه‌ی به دست آمده بین انحراف معیار و میانگین‌های جدید و قدیم، داریم:

$$\left. \begin{aligned} CV &= \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = ۱/۲ \\ (CV)' &= \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{\sigma_x}{۲\bar{x}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (CV)' = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_x}{\bar{x}} \right) = \frac{1}{2} CV \Rightarrow (CV)' = \frac{1}{2} (1/2) \Rightarrow (CV)' = ۰/۶$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $y_i = x_i - ۱۲$ ، آن‌گاه $\bar{y} = \bar{x} - ۱۲$ و $\sigma_y = \sigma_x$ ، پس با محاسبه‌ی \bar{y} و σ_y می‌توان \bar{x} و σ_x را به دست آورد:

$$\bar{y} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} = \frac{۱(-۳) + ۳(-۲) + ۱(-۱) + ۳(۰) + ۶(۱) + ۲(۲)}{۱ + ۳ + ۱ + ۳ + ۶ + ۲} = \frac{۰}{۱۶} = ۰ \xrightarrow{\bar{x}=\bar{y}+۱۲} \bar{x} = ۱۲$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum f_i (y_i - \bar{y})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{۱(-۳)^2 + ۳(-۲)^2 + ۱(-۱)^2 + ۳(۰)^2 + ۶(۱)^2 + ۲(۲)^2}{۱۶}}$$

$$\sqrt{\frac{۳۶}{۱۶}} = \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\sigma_x=\sigma_y} \sigma_x = \frac{۳}{۲}$$

$$C.V = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{\frac{۳}{۲}}{۱۲} = \frac{۱}{۸}$$



پاسخنامه کلیدی

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴

۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴

