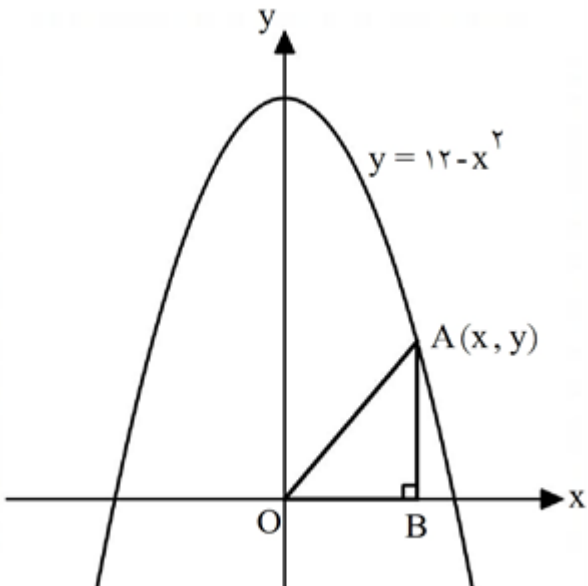
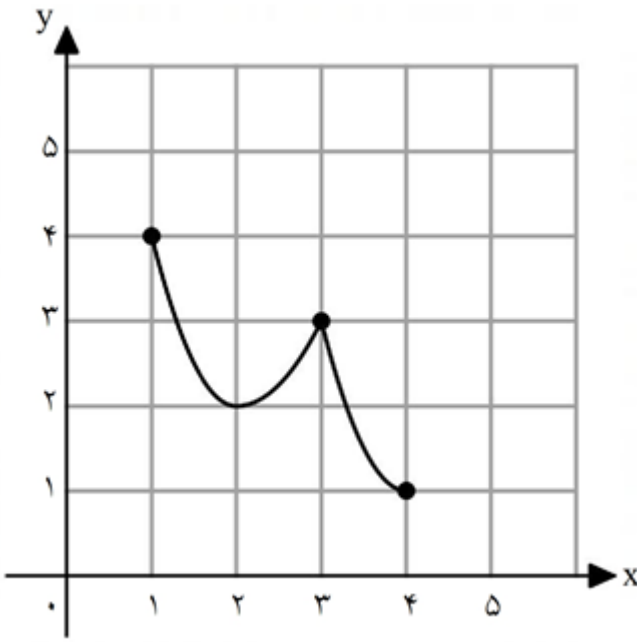
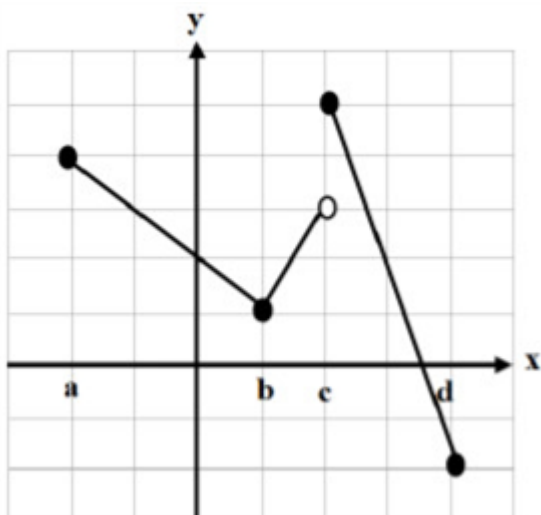


بارم	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	ردیف
	<p>مطابق شکل مقابل، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی <math>y = 12 - x^2</math> قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	۱
	<p>در نمودار زیر، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p>	۲

۳	جدول رفتار و نمودار تابع $y = (x - 4)^2(x + 2)$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۵	مقادیر $a$ , $b$ و $c$ را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ طوری به دست آورید که در نقطه $(-1, 3)$ اکسترمم نسبی داشته باشد و $x = 1$ طول نقطه عطف آن باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۶	مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 12x$ در بازه $[-1, 3]$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳
۷	می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی‌متر مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟ ( $\pi \simeq 3$ ) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۸	با رسم جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 27x + 1$ مشخص کنید تابع در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۹	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x-1}{x+3}$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۱۰	نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ، نقطه $(1, -11)$ می‌باشد. مقدار $a$ و $b$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۱۱	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۱۲	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل‌ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۳	نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۱۴	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2$ را رسم کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۵	ابتدا جهت تقعر تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ را در دامنه آن بررسی نمایید و سپس نقطه عطف آن را در صورت وجود، به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۶	اکسترم‌های مطلق تابع $f(x) = x^5 - 5x$ را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۷	پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۸	بزرگترین بازه از $R$ که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۰	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{-x}{x+1}$ را رسم کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۱	با رسم جدول تغییرات نشان دهید که تابع $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 1$ در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۲	مقادیر $a$ و $b$ و $c$ را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند. $f(0) = 1$ و $f(2) = -3$ و $x = 1$ طول نقطه عطف نمودار تابع $f$ باشد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

در شکل زیر نمودار تابع  $f$  رسم شده است. طول نقاط اکسترمم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.



۲۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
اگر  $f'(c) = 0$  باشد، آنگاه  $x = c$  یک نقطه اکسترمم نسبی است.

۲۴

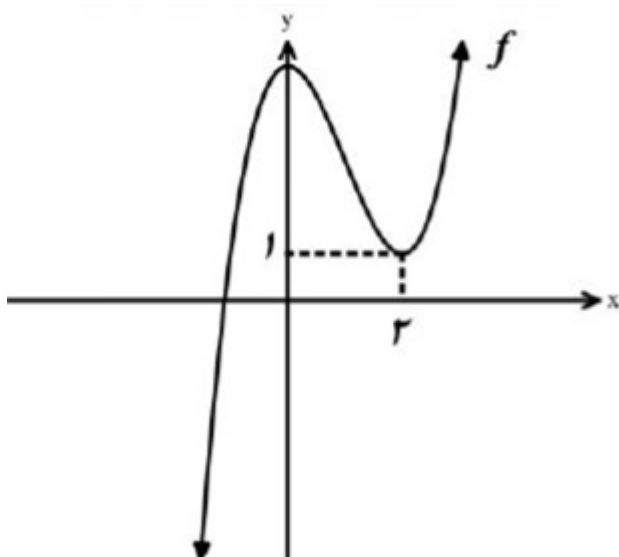
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

۲۵

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 + bx^2 + d$  به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر  $b$  و  $d$  را بیابید.



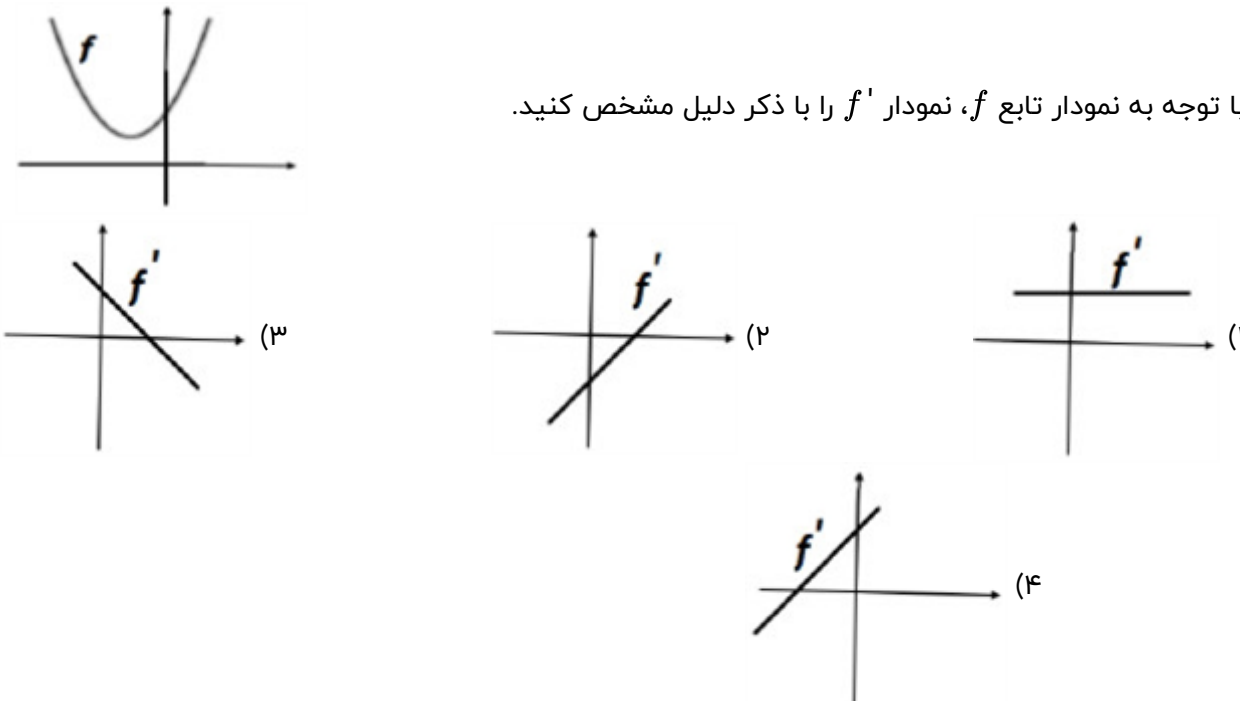
۲۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

فرض کنید  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، محل تقاطع مجانب‌های آن، نقطه  $(2, 1)$  است. اگر این تابع از نقطه  $(-1, 0)$  بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.

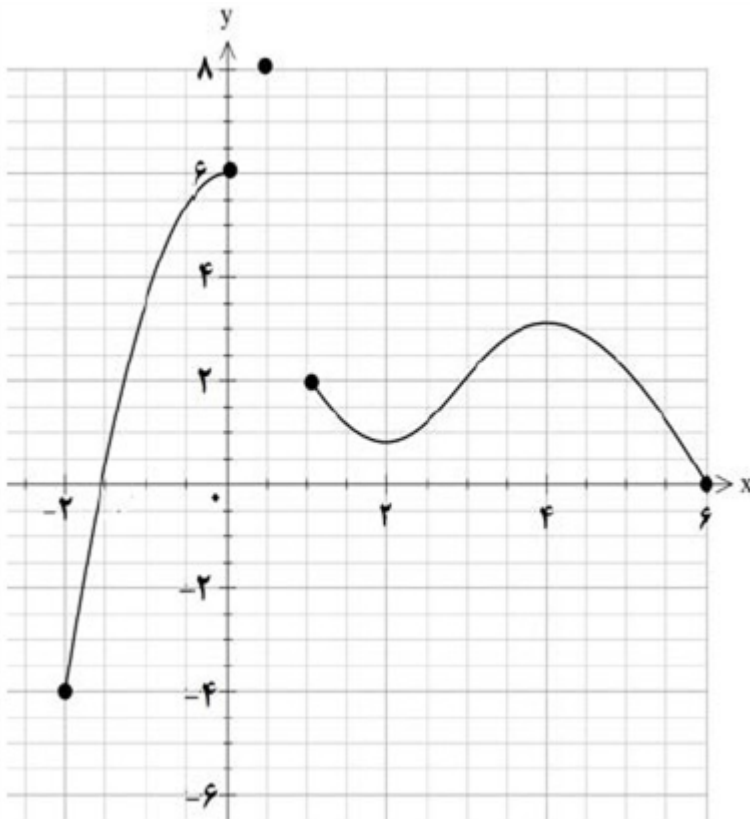
۲۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۸	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۹	یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۳۰	با توجه به نمودار تابع $f$ ، نمودار $f'$ را با ذکر دلیل مشخص کنید.	
۳۱	نشان دهید در بین مستطیل‌هایی با محیط ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشند.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۲	با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید است؟	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۴	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+3}{1-x}$ رسم کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۵	ضرایب $a$ و $b$ را در تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ طوری پیدا کنید که نقطه $(1, 2)$ اکسترمم نسبی تابع باشد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۳۶	جهت تقعر و مختصات نقطه عطف تابع $f(x) = x(x^2 - 3) + 1$ را تعیین کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۷	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. - اگر $f$ یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه $c$ باشد که به ازای هر $x$ متعلق به $I$ داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ در این صورت $f(c)$ را یک ..... تابع $f$ می‌نامیم.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۸	اگر بین دو عدد حقیقی $x$ و $y$ رابطه‌ای $5x - y = 10$ برقرار باشد، مقادیر $x$ و $y$ را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر برای تابع $f$ داشته باشید $f'(c) = 0$ آن‌گاه همواره نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۴۰	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$ را رسم کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۱	اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۲	اگر نقطه $A(-1, 1)$ نقطه عطف تابع با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2$ باشد. مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

با توجه به نمودار داده شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



۴۳

الف) مقدار ماکزیمم مطلق را بنویسید.  
پ) طول نقطه ماکزیمم نسبی را بنویسید.

ب) مقدار مینیمم مطلق را بنویسید.  
ت) طول نقطه مینیمم نسبی را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۴۴ - اگر برای هر  $x$  در بازه  $I$ ؛  $f''(x) > 0$ ، آنگاه نمودار  $f(x)$  در این بازه تقعر رو به ..... دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۵ جدول رفتار و نمودار تابع  $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$  را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۴۶ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.  
- هر نقطه بحرانی تابع  $f(x)$ ، یک نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x)$  است.

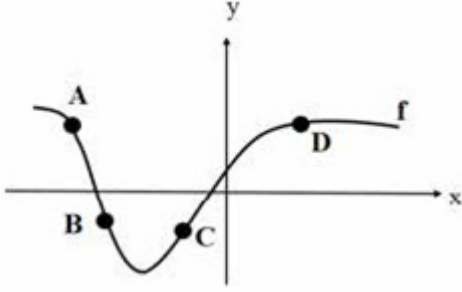
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۷ اکسترممهای مطلق تابع  $f(x) = 2x^2 + 3x^2 - 12x$  را در بازه  $[-1, 3]$  مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

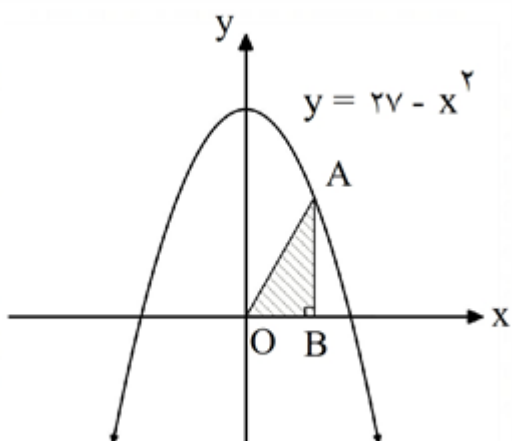
۴۸ مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  را در تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$  طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند.  
 $f(0) = 1$  و  $f(1) = 2$  و  $x = \frac{1}{3}$  طول نقطه عطف نمودار تابع  $f$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۴۹	مقادیر اکسترمم مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰
۵۰	جهت تقعر تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ را در دامنه‌اش بررسی کرده و نقطه عطف آن را در صورت وجود به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰
۵۱	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰
۵۲	تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه اکیداً نزولی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰
۵۳	جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. - در نقطه ..... از نمودار مقابل، مقادیر $f'$ و $f''$ هر دو مثبت است. 
۵۴	ورق فلزی مستطیل شکلی، به طول ۱۶ سانتی‌متر و عرض ۶ سانتی‌متر در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع $x$ برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه $x$ برمی‌گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار $x$ چه قدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰
۵۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰
۵۶	اگر نقطه $A(-1, 1)$ نقطه عطف منحنی $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ باشد، مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰
۵۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - در نقطه عطف علامت $f''(x)$ تغییر می‌کند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰
۵۸	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را در بازه $[-1, 1]$ تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۵۹	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع صعودی اکید، نقطه عطف ندارد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۶۰	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر علامت <math>f'</math> بر بازه‌ای منفی باشد، آن‌گاه تابع <math>f</math> بر آن بازه اکیداً نزولی است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۶۱	<p>در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، طول و عرض مستطیلی با بیش‌ترین مساحت را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۶۲	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر تابع <math>f</math> در هر نقطه اکسترمم نسبی مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه مشتق تابع <math>f</math> در این نقاط صفر می‌شود.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۶۳	<p>در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. - بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع <math>f(x) = x^3 - 3x</math> در آن اکیداً نزولی است برابر ..... است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۶۴	<p>اگر نقطه <math>(1, 2)</math>، نقطه اکسترمم نسبی تابع <math>f(x) = x^3 + bx^2 + d</math> باشد، مقادیر <math>b</math> و <math>d</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۶۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰</p>
۶۶	<p>مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را در تابع <math>f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c</math> طوری به دست آورید که نقطه <math>(-1, 1)</math> اکسترمم نسبی و <math>x = 0</math> طول نقطه عطف تابع باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم</p>
۶۷	<p>مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را در تابع <math>f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c</math> طوری به دست آورید که نقطه <math>(-1, 2)</math> اکسترمم نسبی و <math>x = 1</math> طول نقطه عطف تابع باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ -دوازدهم</p>

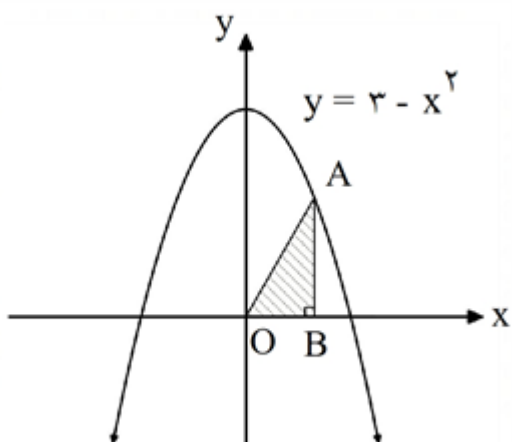
مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی  $y = 27 - x^2$  قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.



۶۸

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

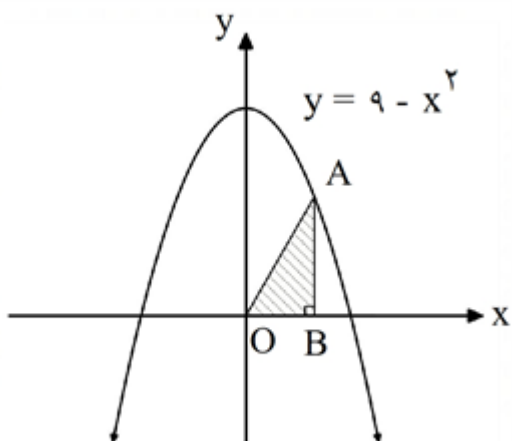
مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی  $y = 3 - x^2$  قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.



۶۹

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

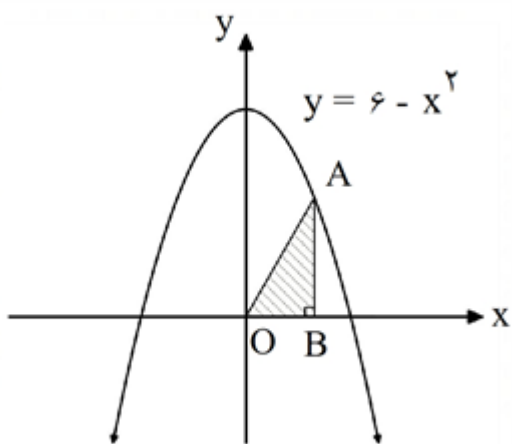
مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی  $y = 9 - x^2$  قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.



۷۰

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

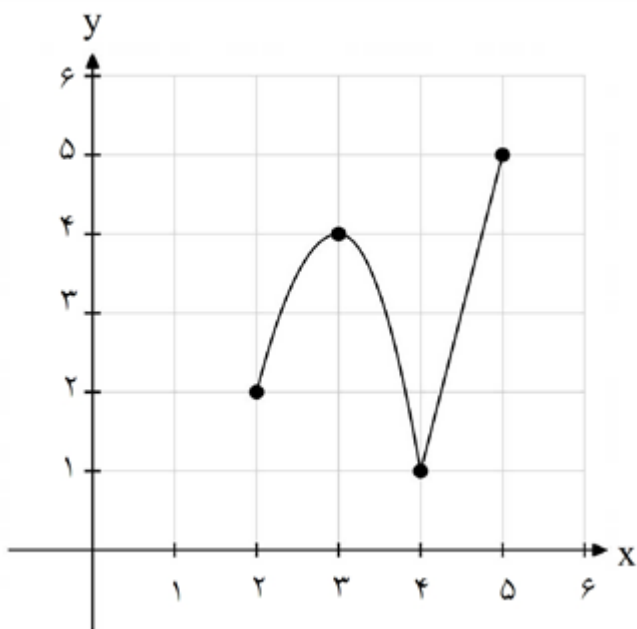
مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی  $y = 6 - x^2$  قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.



۷۱

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

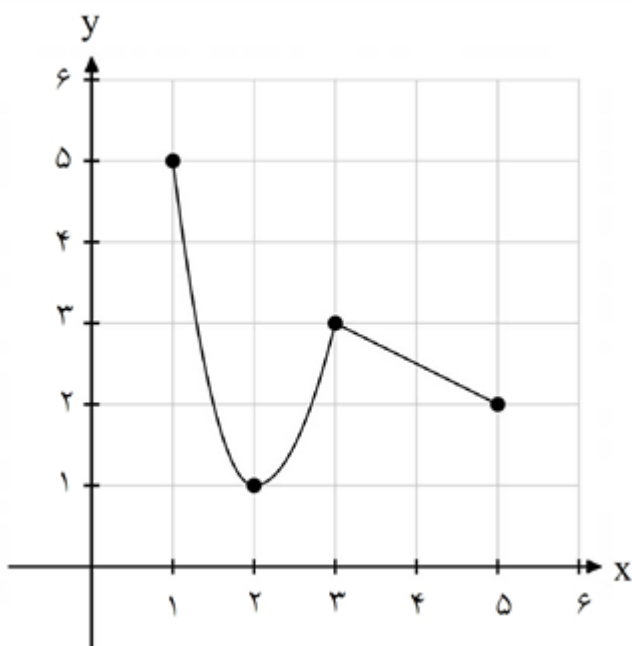
در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.



۷۲

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-دوازدهم

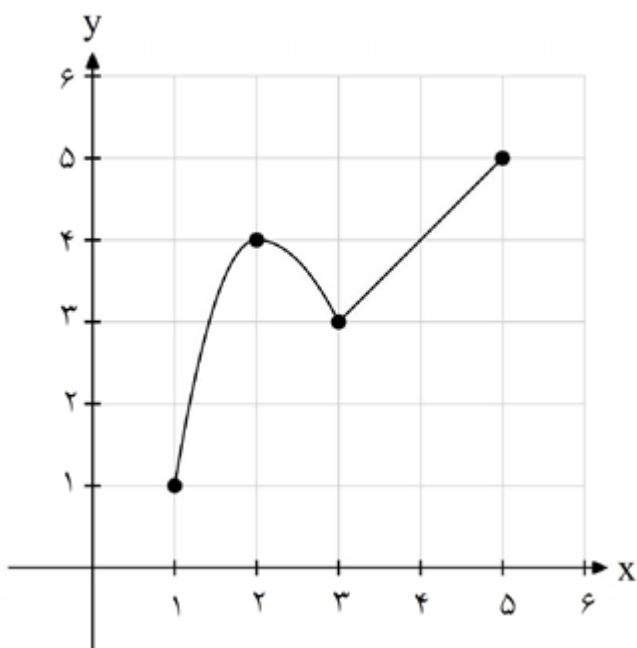
در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.



۷۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.



۷۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

حجم یک قوطی استوانه‌ای شکل،  $128\pi$  واحد مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن کمترین شود؟

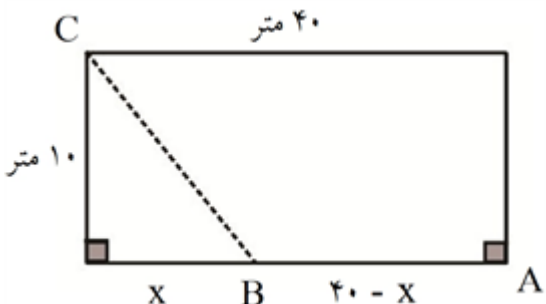
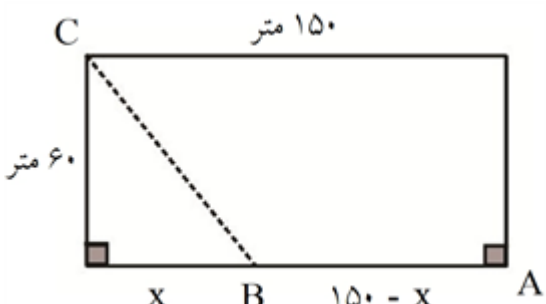
۷۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

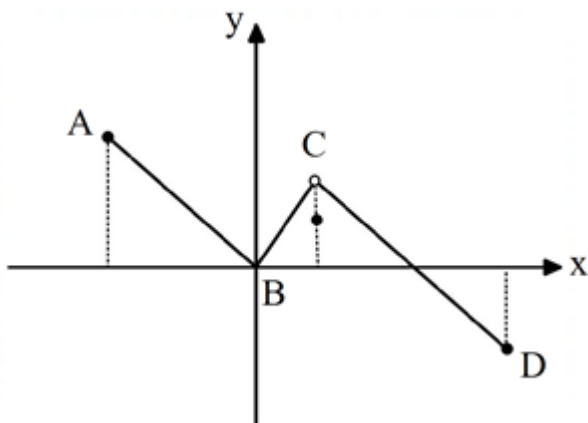
در یک مثلث متساوی‌الساقین اگر مجموع طول ساق‌ها برابر ۱۲ باشد، طول قاعدهٔ مثلث را چنان بیابید که مساحت مثلث کمترین شود.

۷۶

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-دوازدهم

۷۷	<p>در یک مثلث متساوی الساقین اگر مجموع طول ساق‌ها برابر ۲۰ باشد، طول قاعده مثلث را چنان بیابید که مساحت مثلث کمترین شود.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p>
۷۸	<p>غلظت یک داروی شیمیایی در خون، <math>t</math> ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه <math>C(t) = \frac{12t}{4t^3 + 1}</math> به دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p>
۷۹	<p>غلظت یک داروی شیمیایی در خون، <math>t</math> ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه <math>C(t) = \frac{t}{t^3 + 432}</math> به دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p>
۸۰	<p>متحرکی در نقطه A قرار دارد و قرار است به نقطه C برود. اگر از نقطه A تا B با سرعت ثابت ۶ متر بر ثانیه و از نقطه B به C با سرعت ثابت ۲ متر بر ثانیه حرکت کند، مقدار <math>x</math> را چنان بیابید که این متحرک در کمترین زمان ممکن به نقطه C برسد.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p>
۸۱	<p>متحرکی در نقطه A قرار دارد و قرار است به نقطه C برود. اگر از نقطه A تا B با سرعت ثابت ۸ متر بر ثانیه و از نقطه B به C با سرعت ثابت ۴ متر بر ثانیه حرکت کند، مقدار <math>x</math> را چنان بیابید که این متحرک در کمترین زمان ممکن به نقطه C برسد.</p>  <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p>
۸۲	<p>فاصله نقاط بحرانی تابع <math>f(x) = x^3 - 3x + 5</math> را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p>
۸۳	<p>ضرایب <math>a</math> و <math>b</math> را در تابع <math>f(x) = x^4 + ax^2 + b</math> طوری تعیین کنید که در نقطه <math>(-2, 1)</math> اکسترمم نسبی داشته باشد.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - دوازدهم</p>

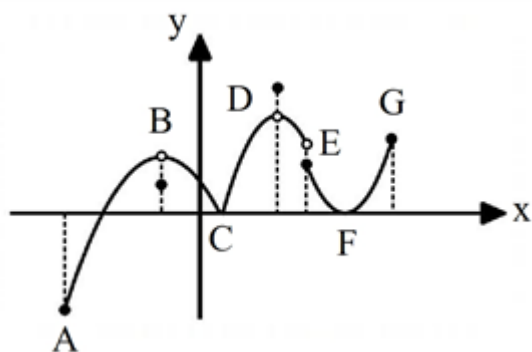
نقاط بحرانی، اکسترمم نسبی و مطلق را در نقاط مشخص شده شکل زیر تعیین کنید.



۸۴

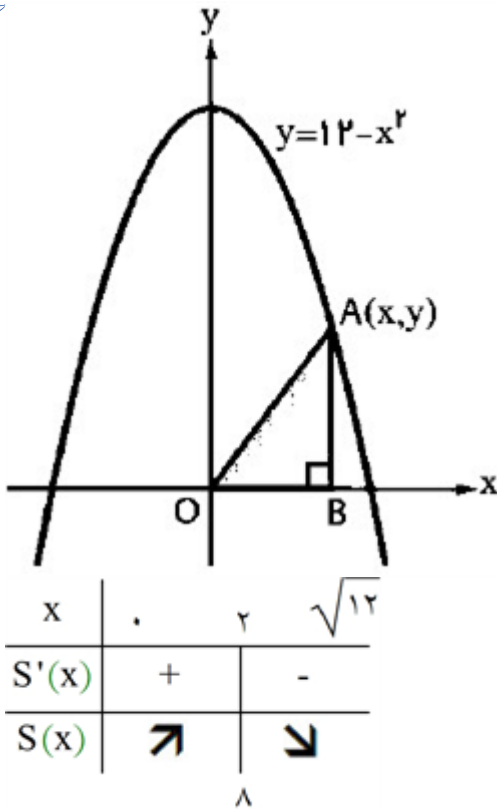
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم

نقاط بحرانی، اکسترمم نسبی و مطلق را در نقاط مشخص شده شکل زیر را تعیین کنید.



۸۵

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ -دوازدهم



$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(12 - x^2) = 6x - \frac{1}{2}x^3$$

$$\Rightarrow S'(x) = 6 - \frac{3}{2}x^2$$

$$6 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \xrightarrow{x>0} x = 2$$

$$\Rightarrow y = 12 - 4 = 8$$

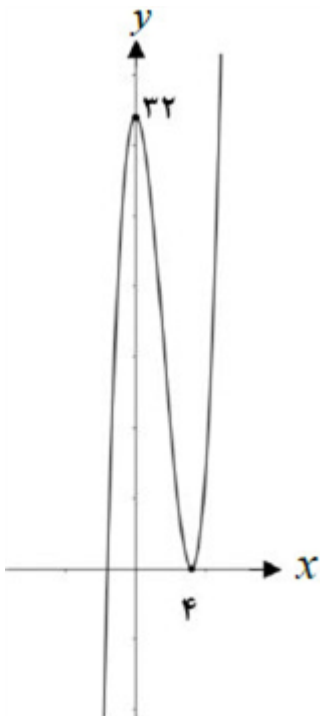
۳ = طول ماکزیمم نسبی  
۱ = طول ماکزیمم مطلق

۲ = طول مینیمم نسبی  
۴ = طول مینیمم مطلق

$$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, 4$$

اگر دانش‌آموزی مشتق را به صورت  $y' = (x - 4)(3x)$  بنویسد، بارم این قسمت تعلق گیرد.

$$y'' = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2$$



$x$	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	-	0	+
$y''$	$\cap$	$\cap$	0	$\cup$	$\cup$	
$y$	$-\infty$	32	16	0	$+\infty$	

ماکزیمم
عطف
مینیمم

$$\left. \begin{aligned} f(3) &= -1 \Rightarrow 27 + 9a + 3b + c = -1 \\ f'(x) &= 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(3) = 0 \Rightarrow 27 + 6a + b = 0 \\ f''(x) &= 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a = 0 \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow a = -3, b = -9, c = 26$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \times$$

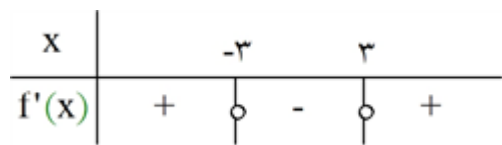
$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= 11 \\ f(2) &= -16 \\ f(3) &= -9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مقدار ماکزیمم} = 11$$

$$h = \frac{300}{r^2}$$

$$S = \frac{1800}{r} + 3r^2$$

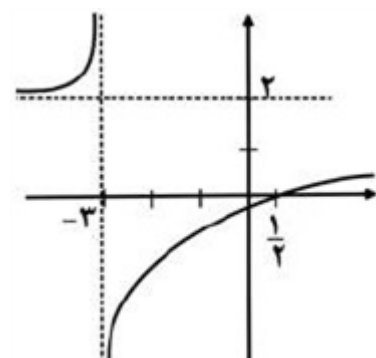
$$S' = \frac{-1800}{r^2} + 6r = 0$$

$$r = \sqrt[3]{300} \Rightarrow h = \sqrt[3]{300}$$



$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

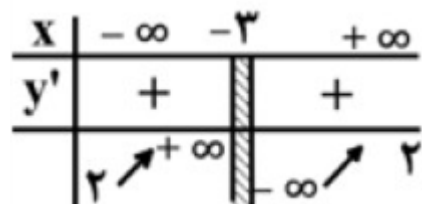
اکیداً صعودی  $(-\infty, -3], [3, +\infty)$



$$y' = \frac{2(x+3) - 1(x-1)}{(x+3)^2} = \frac{1}{(x+3)^2} > 0 \text{ اکیدا صعودی}$$

مجانِب قائم  $x = -3$

مجانِب افقی  $y = 2$



$$f(x) = x^2 + ax^2 + bx$$

$$f(1) = -11 \Rightarrow 1 + a + b = -11$$

$$f''(1) = 0 \Rightarrow 6(1) + 2a = 0 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = -9$$

$$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4 \notin [-2, 3] \text{ غ ق ق}$$

$$f(-2) = 32, f(0) = 0, f(3) = -27$$

$$\text{مينيمم مطلق} = -32$$

$$\text{ماكزيمم مطلق} = 0$$

$$x - y = 1 \Rightarrow x = 1 + y$$

$$s = xy = (1 + y)y = y^2 + 1y$$

$$s' = 2y + 1 = 0 \quad \begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

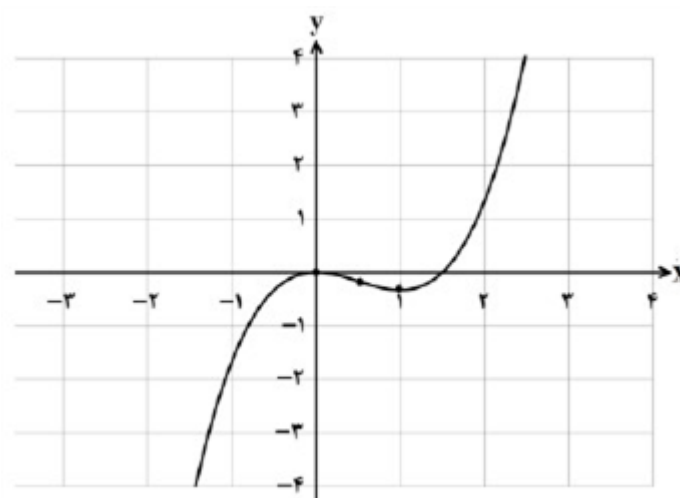
$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'	-	+	-	
f		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		-16	11	
		Min	Max	

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$



$$f''(x) = 6x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$



x	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
f'	+	+	-	-	+
f''	-	-	-	+	+
f		$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		$\cup$	$\cap$	$\cup$	$\cup$
		max	$-\frac{1}{6}$	min	

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^4} \Rightarrow f''(x) = \frac{6}{(x-1)^5}$$

۱۵

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$f''$	$-$		$+$
$f$			

نقطه عطف وجود ندارد.

$$f'(x) = 5x^4 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = +1 \\ x = -1 \text{ غیرقابل قبول} \end{cases}$$

۱۶

$$f(1) = -4 \text{ مینیمم مطلق}$$

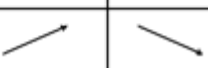
$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 22 \text{ ماکزیمم مطلق}$$

$$2h + 2r + \pi r = r \Rightarrow h = \frac{r - 2r - \pi r}{2}$$

۱۷




$$S(r) = r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 1 - 4r - \pi r \Rightarrow 1 - 4r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{4 + \pi}$$

$r$	$\frac{1}{4 + \pi}$
$S'$	$+$ $0$ $-$
$S$	

$$h = \frac{1 - (4 + \pi)\frac{1}{4 + \pi}}{2} = \frac{1}{4 + \pi}$$

$$f'(x) = -6x^5 + 6 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

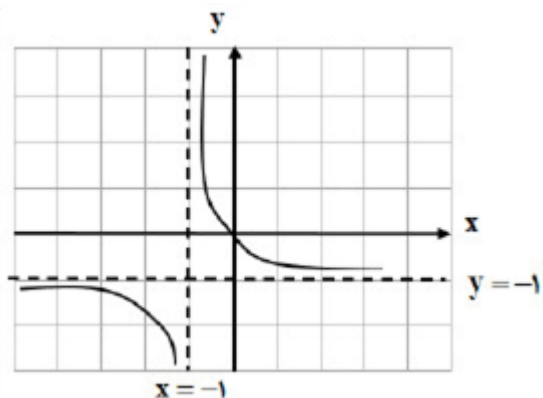
۱۸

x	-1		1		
f'	-	○	+	○	-
f					

پس تابع در بازه  $[-1, 1]$  صعودی اکید است.

درست

۱۹



مجانِب قائم  $x = -1$

مجانِب افقی  $y = -1$

$$y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0$$

X	$-\infty$	$-1$	$-\infty$
$y'$	-		-
y	$-1 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -1$	

(ص ۱۴۴)

$f'(x) = 2x^2 + 2x = 0 \Rightarrow 2x(x+1) = 0 \Rightarrow x^2 = -1$  غیرقابل قبول  $x = 0$

اکیدا صعودی  $(0, +\infty)$ ، اکیدا نزولی  $(-\infty, 0]$

X	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f'$	-		+
f	$\searrow$		$\nearrow$

(ص ۱۲۶)

$$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$f(2) = -3 \Rightarrow 8a + 4b + 1 = -3 \Rightarrow 8a + 4b = -4 \Rightarrow a = 1, b = -3$$

$$f''(x) = 4ax + 2b \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 0 \quad (\text{ص } ۱۳۶)$$

۲۳ d مینیمم مطلق

c ماکزیمم مطلق

c ماکزیمم نسبی

b مینیمم نسبی

۲۴ نادرست

$$x - y = 10$$

$$p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x$$

$$p'(x) = 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5, y = -5$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 8 + (-12) + d = 1 \Rightarrow d = 5$$

۲۵

۲۶

$$cx + d = 0 \Rightarrow d = -c$$

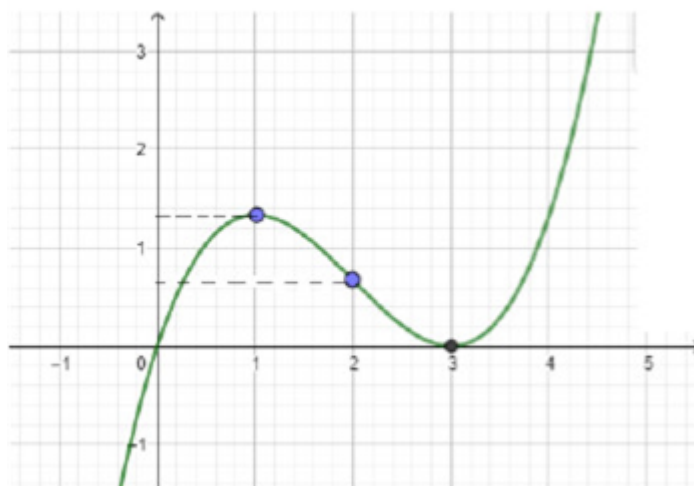
$$(-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c$$

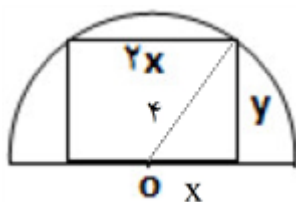
$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

$$f'(x) = x^2 - 2x + 2$$

$$f''(x) = 2x - 2$$



$x$	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	-	-	+
$f''(x)$	⌒	⌒	⌒	⌒	⌒
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	○	$+\infty$
		Max نسبی	نقطه عطف	Min نسبی	



$$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$$

$$S'(x) = \frac{32 - 2x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{8}, y = \sqrt{8}$$

طول  $\sqrt{8}$  و عرض  $\sqrt{8}$  است.

۳۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس  $f'$  محور  $x$  ها را در ناحیه  $x < ۰$  قطع می‌کند.

x	$x_S < ۰$	
f	نزولی	صعودی
f'	-	+

$$y = ۸ - x \Rightarrow S(x) = -x^2 + ۸x \Rightarrow S'(x) = -2x + ۸ = ۰$$

$$x = ۴, y = ۴$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} x = ۲, x = -۲$$

اکیداً صعودی  $(۲, +\infty), (-\infty, -۲)$

۳۱

۳۲

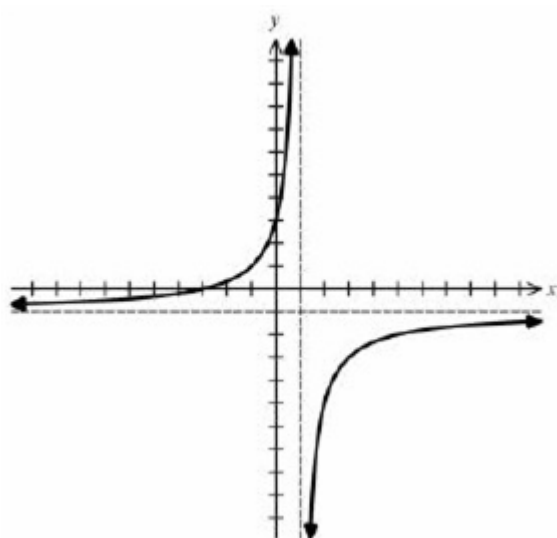
x	-۲	۲
f'	+	-
f	↗	↘

۳۳ درست

۳۴

مجاانب قائم  $x = ۱$  و مجانب افقی  $y = -۱$

$$f'(x) = \frac{۴}{(۱-x)^2} \text{ نقطه بحرانی ندارد}$$



x	$-\infty$	۱	$+\infty$
f'	+		+
f	↗ -۱	↗ $+\infty$	↘ -۱ ↘ $-\infty$

$$f(۱) = ۲ \Rightarrow a - b = ۱$$

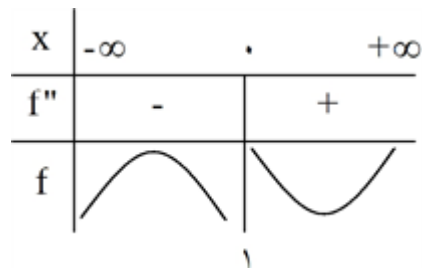
$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + a \Rightarrow ۳ + a = ۰ \Rightarrow a = -۳, b = -۴ \\ f'(۱) = ۰ \end{cases}$$

۳۵

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

۳۶

نقطه  $(0, 1)$  نقطه عطف تابع است.



ماکزیمم نسبی

۳۷

$$p = xy = 5x^2 - 10x \Rightarrow p'(x) = 0 \Rightarrow 10x - 10 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$y = -5$$

۳۸

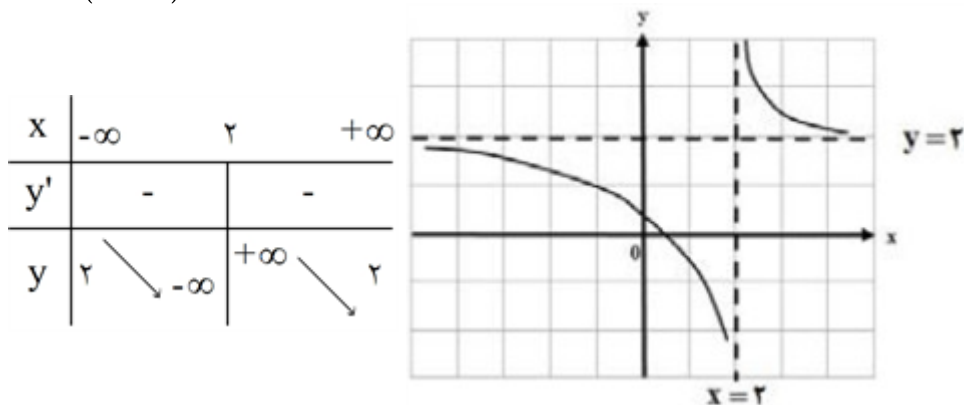
نادرست

۳۹

مجانِب قائم  $x = 2$

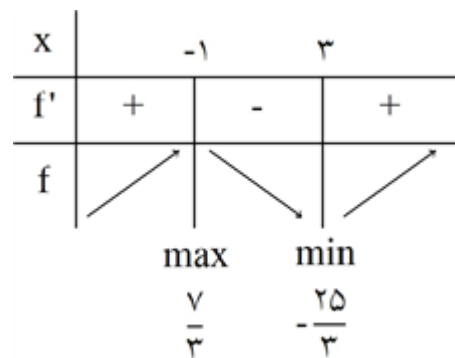
مجانِب افقی  $y = 2$

$$y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0$$



$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1$$

۴۱



$$\begin{cases} f(-1) = -a + b + 2 = 1 \Rightarrow -a + b = -1 \\ f''(-1) = 0 \Rightarrow -2a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{-1}{2}, b = \frac{-3}{2}$$

۴۲

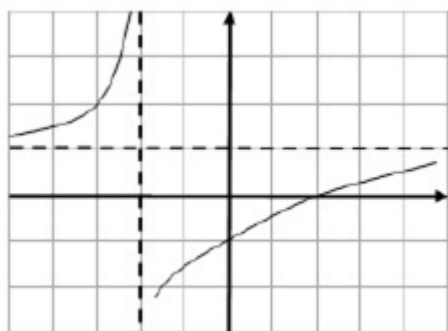
۲ (ت)

۴ (پ)

۴ (ب)

۸ (الف)

۴۳



مجانِب قائم  $x = -2$

مجانِب افقی  $y = 1$

$$y' = \frac{4}{(x+2)^3} > 0$$

۴۵

X	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$f'$	+		+
$f$	$1$	$+\infty$	$1$

۴۶ نادرست

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \notin [-1, 3] \end{cases}$$

$$f(-1) = 13$$

$$f(1) = -9 \Rightarrow \min(1, -9)$$

$$f(3) = 45 \Rightarrow \max(3, 45)$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow a + b + 1 = 2 \Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow a = -2$$

$$f''\left(\frac{1}{3}\right) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0 \Rightarrow b = 3$$

$$g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0$$

$$g(-2) = -8 - 4 - 5 = -17 \min, g(1) = 1 + 2 - 5 = -2 \max$$

$$D_f = R$$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^3}} \Rightarrow f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt[3]{(x-1)^6}}$$

X	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$f''$	+		-
	U		∩

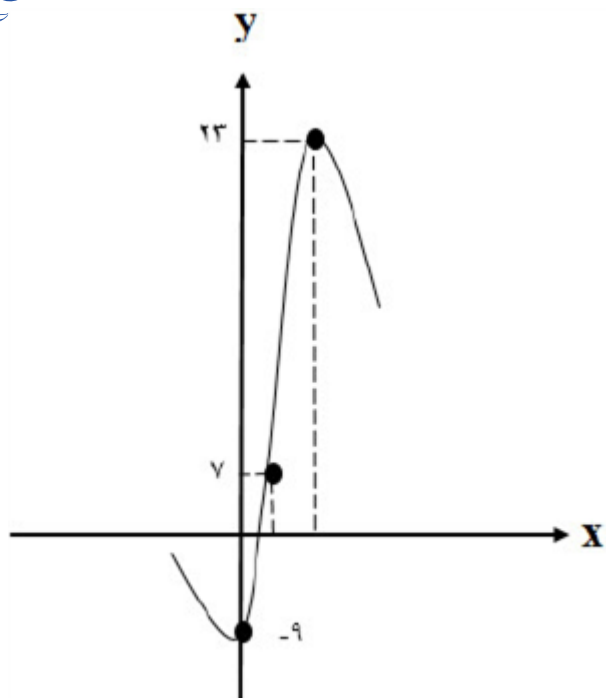
$f'(1) = +\infty$  پس تابع در  $x = 1$  مماس قائم دارد و  $x = 1$  نقطه عطف است.

۴۷

۴۸

۴۹

۵۰



$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x, D_f = R$$

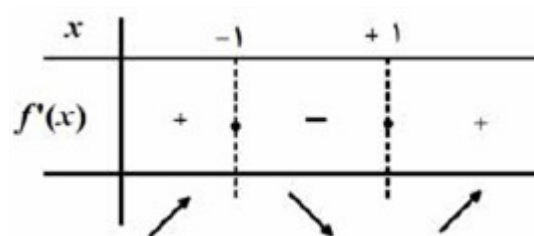
$$f'(x) = -3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$f''(x) = -6x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2$$

۵۱

X	$-\infty$	۰	۲	۴	$+\infty$
$f'$	-	+	+	-	
$f''$	+	+	-	-	
$f$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$
	$\cup$	-۹	$\cup$	۲۷	$\cap$
		min		max	

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$



۵۲

اکیداً صعودی  $(-\infty, -1), (1, +\infty)$

اکیداً نزولی  $(-1, +1)$

C ۵۳

$$\text{طول جعبه} = 16 - 2x, x \in [0, 8] \quad \text{عرض جعبه} = 6 - 2x, x \in [0, 3]$$

$$\Rightarrow v(x) = x(16 - 2x)(6 - 2x) = 4x^3 - 44x^2 + 96x, 0 \leq x \leq 3$$

$$v'(x) = 12x^2 - 88x + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \notin [0, 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [0, 3] \end{cases}$$

چون  $v(0) = v(3) = 0$ ، پس به ازای  $x = \frac{4}{3}$  بیشترین مقدار حجم حاصل می‌شود.

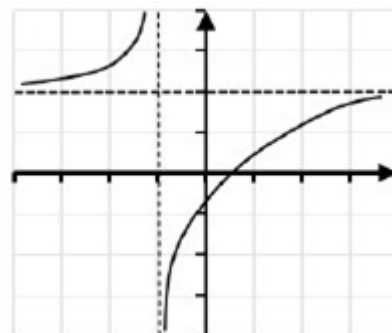
۵۴

مجانِب قائم  $x = -۱$

مجانِب افقی  $y = ۲$

$$y' = \frac{۳}{(x+۱)^۲} > ۰$$

$x$	$-\infty$	$-۱$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	۲	$+\infty$	۲



$$f(-۱) = ۱ \Rightarrow a - b = ۳, f''(-۱) = ۰ \Rightarrow -۶ + ۲a = ۰ \Rightarrow a = ۳, b = ۰$$

۵۶

درست ۵۷

$$f'(x) = ۳x^۲ - ۶x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۲ \notin [-۱, ۱] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(۱) = -۱ \\ f(۰) = ۱ \text{ max} \\ f(-۱) = -۳ \text{ min} \end{cases}$$

۵۸

نادرست ۵۹

درست ۶۰

$$۲(x+y) = ۱۴ \Rightarrow x+y = ۷ \Rightarrow y = ۷-x$$

۶۱

$$y = ۷-x \Rightarrow s = (y)(x) = ۷x - x^۲ \Rightarrow s'(x) = ۷ - ۲x = ۰ \Rightarrow x = ۳/۵, y = ۳/۵$$

درست ۶۲

[-۱, ۱] ۶۳

$$f'(۲) = ۰ \Rightarrow ۱۲ + ۴b = ۰ \Rightarrow b = -۳$$

۶۴

$$f(۲) = ۱ \Rightarrow ۴b + d = -۷$$

$$-۱۲ + d = -۷ \Rightarrow d = ۵$$

درست ۶۵

$$y = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$y' = 3x^2 + 2ax + b$$

$$y'' = 6x + 2a \xrightarrow{x=0} 0 + 2a = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$\xrightarrow{x=1} y' = 0 \Rightarrow 3 + b = 0 \Rightarrow b = -3$$

$$\xrightarrow{\substack{x=1 \\ y=-1}} -1 = 1 - 3 + c \Rightarrow c = 1$$

$$y = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$y' = 3x^2 + 2ax + b$$

$$y'' = 6x + 2a \xrightarrow{x=1} 6 + 2a = 0 \Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

$$\xrightarrow{x=2} y' = 0 \Rightarrow 12 - 12 + b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\xrightarrow{\substack{x=2 \\ y=1}} 1 = 8 - 12 + c \Rightarrow -4 + c = -1 \Rightarrow c = 3$$

$$S(x) = \frac{OA \times AB}{2} = \frac{x(2^4 - x^2)}{2} = \frac{2^4}{2}x - \frac{1}{2}x^3$$

$$S'(x) = \frac{2^4}{2} - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x>0} x = 2 \Rightarrow y = 2^4 - 4 = 12$$

$$S(2) = \frac{2(2^4 - 4)}{2} = \frac{2 \times 12}{2} = 12$$

x	0	2	$\sqrt{2^4}$
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$		12	

$A(2, 12)$

$$S(x) = \frac{OA \times AB}{2} = \frac{x(3 - x^2)}{2} = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^3$$

$$S'(x) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \xrightarrow{x>0} x = 1 \Rightarrow y = 3 - 1 = 2$$

$$S(1) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

x	0	1	$\sqrt{3}$
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$		1	

$A(1, 2)$

$$S(x) = \frac{OA \times AB}{2} = \frac{x(9 - x^2)}{2} = \frac{9}{2}x - \frac{1}{2}x^3$$

$$S'(x) = \frac{9}{2} - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \xrightarrow{x>0} x = \sqrt{3} \Rightarrow y = 9 - (\sqrt{3})^2 = 9 - 3 = 6$$

$$S(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}(9 - 3)}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 6}{2} = 3\sqrt{3}$$

x		.	$\sqrt{3}$	3
S'(x)		-	.	+
S(x)		$\nearrow$	$3\sqrt{3}$	$\searrow$

$A(\sqrt{3}, 6)$

$$S(x) = \frac{OA \times AB}{2} = \frac{x(6 - x^2)}{2} = 3x - \frac{1}{2}x^3$$

$$S'(x) = 3 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \xrightarrow{x>0} x = \sqrt{2} \Rightarrow y = 6 - 2 = 4$$

$$S(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}(6 - 2)}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

x		.	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$
S'(x)		-	.	+
S(x)		$\nearrow$	$2\sqrt{2}$	$\searrow$

$A(\sqrt{2}, 4)$

طول ماكزیمم مطلق:

طول مینیمم نسبی: 4

طول ماكزیمم نسبی: 3

طول مینیمم مطلق: 4

5

طول ماكزیمم مطلق:

طول مینیمم نسبی: 2

طول ماكزیمم نسبی: 3

طول مینیمم مطلق: 2

1

طول ماكزیمم مطلق:

طول مینیمم نسبی: 3

طول ماكزیمم نسبی: 2

طول مینیمم مطلق: 1

5

$$\pi R^2 h = 128\pi \Rightarrow h = \frac{128}{R^2}$$

$$S = \pi R^2 + \pi R h \Rightarrow S = \pi R^2 + \pi R \times \frac{128}{R^2} \Rightarrow S = \pi R^2 + \frac{128\pi}{R}$$

$$\Rightarrow S' = 2\pi R - \frac{128\pi}{R^2} = \frac{2\pi R^3 - 128\pi}{R^2} = 0 \Rightarrow 2\pi R^3 - 128\pi = 0$$

$$\Rightarrow R^3 = 64 \Rightarrow R = 4 \Rightarrow h = \frac{128}{16} = 8$$

70

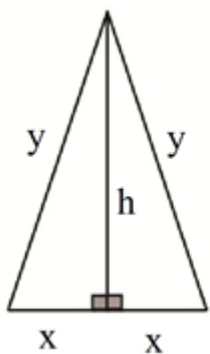
71

72

73

74

75



$$2y = 12 \Rightarrow y = 6$$

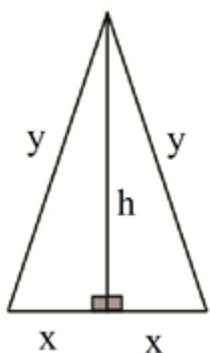
$$h^2 + x^2 = y^2 \xrightarrow{y=6} h^2 + x^2 = 36 \Rightarrow h = \sqrt{36 - x^2}$$

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}}{2} = \frac{2x \times h}{2} = x\sqrt{36 - x^2}$$

$$S' = \sqrt{36 - x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{36 - x^2}} \times x = \frac{36 - x^2 - x^2}{\sqrt{36 - x^2}} = 0 \Rightarrow 36 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 18$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{طول قاعدہ مثلث} = 2x = 2(3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$$



$$2y = 20 \Rightarrow y = 10$$

$$h^2 + x^2 = y^2 \xrightarrow{y=10} h^2 + x^2 = 100 \Rightarrow h = \sqrt{100 - x^2}$$

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ}}{2} = \frac{2x \times h}{2} = x\sqrt{100 - x^2}$$

$$S' = \sqrt{100 - x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}} \times x = \frac{100 - x^2 - x^2}{\sqrt{100 - x^2}} = 0 \Rightarrow 100 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 50$$

$$\Rightarrow x = 5\sqrt{2}$$

$$\text{طول قاعدہ مثلث} = 2x = 2(5\sqrt{2}) = 10\sqrt{2}$$

$$C'(t) = \frac{12(4t^2 + 1) - 12t(12t)}{(4t^2 + 1)^2} = 0 \Rightarrow 48t^2 + 12 - 144t^2 = 0 \Rightarrow 96t^2 = 12 \Rightarrow t^2 = \frac{12}{96} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$C'(t) = \frac{t^2 + 432 - 3t^2(t)}{(t^2 + 432)^2} = 0 \Rightarrow t^2 + 432 - 3t^3 = 0 \Rightarrow 2t^2 = 432 \Rightarrow t^2 = 216 \Rightarrow t = 6$$

۷۶

۷۷

۷۸

۷۹

$t_1$ : زمان رسیدن از A به B

$t_2$ : زمان رسیدن از B به C

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

$$t_1 = \frac{40 - x}{6}$$

$$BC^2 = x^2 + 100 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 + 100}$$

$$t_2 = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{2}$$

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{\text{کل}} = \frac{40 - x}{6} + \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{2}$$

$$t = \frac{40}{6} - \frac{1}{6}x + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 100} \Rightarrow t' = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \left( \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 100}} \right)$$

$$t' = \frac{-\sqrt{x^2 + 100} + 2x}{6\sqrt{x^2 + 100}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 + 100} + 2x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 100} = 2x$$

به توان می‌رسانیم ۲

$$\rightarrow x^2 + 100 = 4x^2 \Rightarrow 3x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = \frac{100}{3} \Rightarrow x = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

$t_1$ : زمان رسیدن از A به B

$t_2$ : زمان رسیدن از B به C

$$t_1 = \frac{150 - x}{8}$$

$$BC^2 = x^2 + 60^2 \Rightarrow BC = \sqrt{x^2 + 3600}$$

$$t_2 = \frac{BC}{6} = \frac{\sqrt{x^2 + 3600}}{6}$$

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{\text{کل}} = \frac{150 - x}{8} + \frac{\sqrt{x^2 + 3600}}{6}$$

$$t = \frac{150}{8} - \frac{1}{8}x + \frac{1}{6}\sqrt{x^2 + 3600} \Rightarrow t' = -\frac{1}{8} + \frac{1}{6} \left( \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 3600}} \right)$$

$$t' = \frac{-\sqrt{x^2 + 3600} + 2x}{8\sqrt{x^2 + 3600}} = 0 \Rightarrow -\sqrt{x^2 + 3600} + 2x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 3600} = 2x$$

به توان می‌رسانیم ۲

$$\rightarrow x^2 + 3600 = 4x^2 \Rightarrow 3x^2 = 3600 \Rightarrow x^2 = 1200 \Rightarrow x = 20\sqrt{3}$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1 - 3 + 5 = 3 \Rightarrow A(1, 3)$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -1 + 3 + 5 = 7 \Rightarrow B(-1, 7)$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$AB = 2\sqrt{5}$$

ابتدا از تابع مشتق می‌گیریم و باید  $f'(1) = 0$  باشد: ۸۳

$$f(x) = x^3 + ax^2 + b \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax \Rightarrow f'(1) = 3 + 2a = 0$$

$$\Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

همچنین باید  $f(1) = -2$  باشد:

$$f(1) = -2 \Rightarrow 1 + a + b = -2 \xrightarrow{a=-\frac{3}{2}} 1 - \frac{3}{2} + b = -2 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

نقطه A: نقطه بحرانی (ابتدای بازه) و ماکزیمم مطلق ۸۴

نقطه B: نقطه بحرانی و مینیمم نسبی

نقطه C: نقطه بحرانی و مینیمم نسبی

نقطه D: نقطه بحرانی (انتهای بازه) و مینیمم مطلق

نقطه A: نقطه بحرانی (ابتدای بازه) و مینیمم مطلق ۸۵

نقطه B: نقطه بحرانی و مینیمم نسبی

نقطه C: نقطه بحرانی و مینیمم نسبی

نقطه D: نقطه بحرانی و ماکزیمم مطلق و نسبی

نقطه E: نقطه بحرانی

نقطه F: نقطه بحرانی و مینیمم نسبی

نقطه G: نقطه بحرانی (انتهای بازه)

