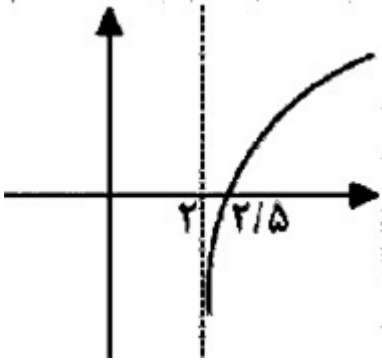
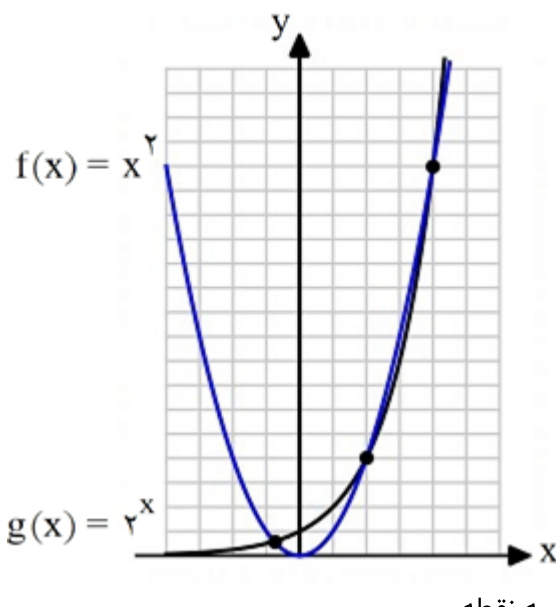


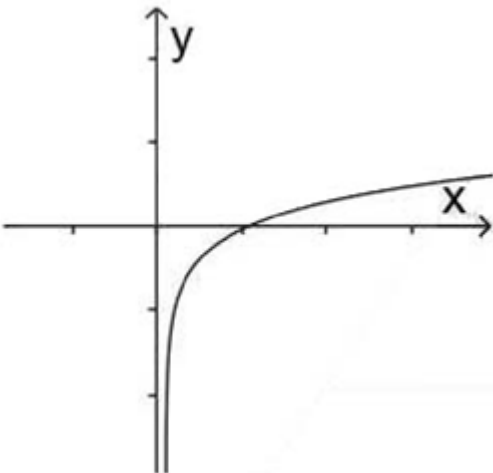
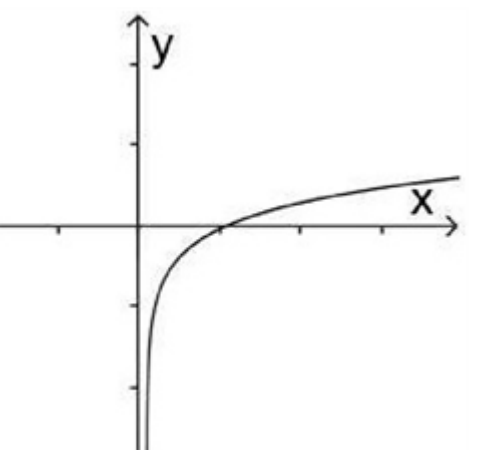
ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>معادله لگاریتمی $\text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+7) - \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x-2) = 2$ را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $\text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+7) - \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x-2) = 2 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x+7}{x-2}\right) = 2 \Rightarrow \frac{x+7}{x-2} = 2^2 \Rightarrow x+7 = 4x-8 \Rightarrow x = 5$</p>	
۲	<p>اگر $\text{Log } 3 = b$ و $\text{Log } 2 = a$ باشد، حاصل $\text{Log } \sqrt{0.75}$ را برحسب a و b به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $\text{Log } \sqrt{0.75} = \text{Log } \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \text{Log } \frac{3}{4} = \frac{1}{2} (\text{Log } 3 - \text{Log } 4) = \frac{1}{2} (\text{Log } 3 - 2 \text{Log } 2)$ $= \frac{1}{2} (b - 2a) = \frac{1}{2} b - a$</p>	
۳	<p>در دستگاه مختصات مقابل نمودار تابع با ضابطه $y = a + \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+b)$ رسم شده است. مقادیر a و b را به دست آورید.</p>  <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $b = -2$</p> <p>$(2/5, 2) \in f \Rightarrow 2 = a + \text{Log}_{\frac{1}{2}}(2/5 - 2) \Rightarrow a + \text{Log}_{\frac{1}{2}}(2^{-1}) = 2 \Rightarrow a - 1 = 2 \Rightarrow a = 3$</p>	
۴	<p>اگر $\text{Log } 3 = n$ و $\text{Log } 2 = m$ باشند، آنگاه مقدار $\text{Log } \frac{\sqrt{27}}{16}$ را برحسب m و n به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $\text{Log} \left(\frac{\sqrt{27}}{16} \right) = \text{Log} (\sqrt{27}) - \text{Log} (16) = \text{Log} \left(3^{\frac{3}{2}} \right) - \text{Log} (2^4) = \frac{3}{2} n - 4m$</p>	

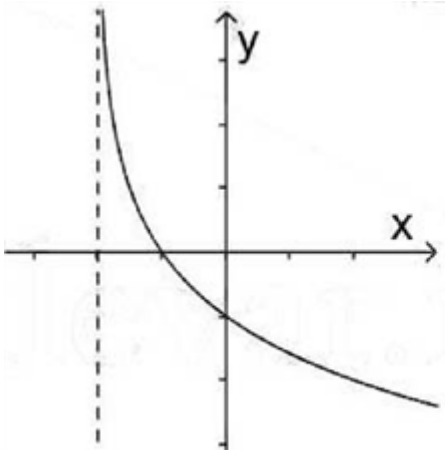
	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $\left(\frac{1}{16}\right)^{x-1} = 32^{1-x}$</p> <p>ب) $\text{Log}_3(x^2 - 1) = 1 + \text{Log}_3(x + 3)$</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>الف) $2^{-8x+4} = 2^{5-5x} \Rightarrow -8x + 4 = 5 - 5x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$ پاسخ: ۱</p> <p>ب) روش اول:</p> $\text{Log}_3(x^2 - 1) - \text{Log}_3(x + 3) = 1 \Rightarrow \text{Log}_3\left(\frac{x^2 - 1}{x + 3}\right) = 1 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x + 3} = 3$ $\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$ <p>راه حل دوم:</p> $\text{Log}_3(x^2 - 1) = \text{Log}_3(3) + \text{Log}_3(x + 3) \Rightarrow \text{Log}_3(x^2 - 1) = \text{Log}_3(3x + 9)$ $\Rightarrow x^2 - 1 = 3x + 9 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$	۵
	<p>نمودار تابع $y = -\text{Log}_3(x - 2)$ را رسم کنید. (مراحل انتقال را رسم کنید).</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;"> <p>$y = \log_3 x$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>$y = \log_3(x - 2)$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>$y = -\log_3(x - 2)$</p> </div> </div> <p>پاسخ: ۱</p>	۶
	<p>اگر $\text{Log } 2 \simeq 0/3$ و $\text{Log } 3 \simeq 0/5$ باشند، مقدار $\text{Log } \sqrt{30}$ را به دست آورید.</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\text{Log } \sqrt{30} = \frac{1}{2} \text{Log}(2 \times 3 \times 5) = \frac{1}{2}(\text{Log}(2) + \text{Log}(3) + 1 - \text{Log}(2)) = \frac{1}{2}(1 + \text{Log}(3))$ $= \frac{1}{2}(1 + 0/5) = \frac{3}{4}$	۷

	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $4^{3x+2} = \left(\frac{1}{64}\right)^x$</p> <p>ب) $\text{Log}_2(x+1) - \text{Log}_2(x-3) = 3$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>الف) $4^{3x+2} = 4^{-3x} \Rightarrow 3x+2 = -3x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$</p> <p>ب) $\text{Log}_2 \frac{(x+1)}{(x-3)} = 3 \Rightarrow \frac{x+1}{x-3} = 8 \Rightarrow x+1 = 8x-24 \Rightarrow x = \frac{25}{7}$ قابل قبول</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۸
	<p>دو تابع $y = x^2$ و $y = 2^x$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کند؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>  <p>پاسخ: ۱</p>	۹
	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>محل تقاطع تابع $y = 6^x$ با محور yها، نقطه است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱) $(0, 1)$</p>	۱۰
	<p>معادله لگاریتمی $\text{Log}_2 x + \text{Log}_2(x-2) = 3$ را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>$\text{Log}_2 x(x-2) = 3 \Rightarrow x(x-2) = 2^3 = 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$</p> <p>$\Rightarrow x = -2$ (غ ق) یا $x = 4$</p> <p>پاسخ: ۱</p>	۱۱

۱۲	<p>اگر $\log 2 \simeq 0.301$، در این صورت مقدار تقریبی $\log 125$ را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $\log 125 = \log 5^3 = 3 \log 5 = 3 \left(\log \frac{10}{2} \right) = 3(\log 10 - \log 2) = 3(1 - 0.301) = 0.97$</p>
۱۳	<p>نمودار تابع $f(x) = 3^{ax-2} + b$ از نقاط $(2, 8)$، $(0, \frac{8}{9})$ می‌گذرد. مقادیر a و b، به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $f(0) = -\frac{8}{9} \Rightarrow 3^{-2} + b = -\frac{8}{9} \Rightarrow b = -1$ $f(2) = 0 \Rightarrow 3^{2a-2} - 1 = 8 \Rightarrow 3^{2a-2} = 9 = 3^2 \Rightarrow 2a - 2 = 2$ $a = 2$ (ص ۱۰۳ و ۱۰۴)</p>
۱۴	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. ضابطه وارون تابع $f(x) = 2^x$ به صورت است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $f^{-1}(x) = \log_2 x$</p>
۱۵	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. لگاریتم عدد $\frac{1}{81}$ در پایه ۳ برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ -۴</p>
۱۶	<p>معادله لگاریتمی روبه‌را حل کنید.</p> $\log_3(x-1) + \log_3(x+7) = 2 \log_3(x+1)$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $\log_3(x-1) + \log_3(x+7) = 2 \log_3(x+1) \Rightarrow \log_3(x-1)(x+7) = \log_3(x+1)^2$ $\Rightarrow x^2 + 6x - 7 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x = 2$ ق ق</p>
۱۷	<p>با فرض $\log 2 = 0.3$ حاصل عبارت $a = \log \frac{5}{4}$ را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ $A = \log \frac{5}{4} = \log \frac{10}{4} = \log 10 - \log 4 = 1 - 2 \log 2 = 0.4$</p>

۱۸	<p>جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. دامنه تابع $y = \text{Log}_4(x+1)$ بازه است.</p> <p>پاسخ: ۱ $(-1, +\infty)$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۱۹	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - عدد $\text{Log}_2^9 4$ برابر است با ۸۱.</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>
۲۰	<p>حاصل عبارت مقابل را بیابید. $A = \text{Log}_3 \left(\frac{9}{\sqrt[4]{27}} \right) + \text{Log } 0.001$</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> $\frac{9}{\sqrt[4]{27}} = \frac{3^2}{3^{3/4}} = 3^{5/4}$ $A = \text{Log}_3 \frac{9}{\sqrt[4]{27}} + \text{Log } 0.001 = \frac{5}{4} + (-3) = -\frac{7}{4}$
۲۱	<p>معادله $\text{Log}_3(x-1) + \text{Log}_3\left(\frac{x}{2}+1\right) = 2$ را حل کنید.</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> $\text{Log}_3(x-1) + \text{Log}_3\left(\frac{x}{2}+1\right) = 2 \Rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{2}+1\right) = 3^2 \Rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 1 = 9$ $\Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ ق ق}, x = -5 \text{ غ ق ق}$
۲۲	<p>اگر نمودار تابع $f(x) = 2 + \text{Log}_a x$ از نقطه $\left(\frac{1}{3}, -2\right)$ عبور کند، آنگاه مقدار a را به دست آورید.</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> $\left(\frac{1}{3}, -2\right) \rightarrow -2 = 2 + \text{Log}_a \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Log}_a \frac{1}{3} = -4 \Rightarrow a^{-4} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \sqrt[4]{3}$
۲۳	<p>جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. اگر $0 < y < x$، آنگاه عدد $2^x / 2^y$ از عدد $2^y / 2^x$ است. (بیشتر - کمتر)</p> <p>پاسخ: ۱ بیشتر</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p>

	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- توابع $f(x) = \text{Log}_2(x+1)$ و $g(x) = 2^{x+1}$ وارون هم هستند.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-شبه نهایی یازدهم-فروردین ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>	۲۴
	<p>اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \text{Log}_a x - 1$ از نقطه $(9, 1)$ عبور کند:</p> <p>الف) مقدار a را به دست آورید.</p> <p>ب) نمودار تابع را رسم کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $1 = \text{Log}_a 9 - 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$</p> <p>ب)</p> 	۲۵
	<p>الف) نمودار تابع $y = \text{Log } x$ را رسم کنید.</p> <p>ب) اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \text{Log}_a x$ از نقطه $(8, 3)$ عبور کند، مقدار a را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $3 = \text{Log}_a 8 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$</p> <p>ب)</p> 	۲۶

	<p>نمودار تابع $f(x) = -\text{Log}_2(x+2)$ را رسم کنید. دامنه آن را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p>  <p>پاسخ: ۱</p> <p>$D_f = (-2, +\infty)$</p>	۲۷
	<p>اگر $\text{Log}_2 \approx 0/3$ و $\text{Log}_3 \approx 0/5$ باشند، مقدار تقریبی $\text{Log} \sqrt[3]{12}$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\frac{2}{3} \text{Log } 12 = \frac{2}{3} (\text{Log } 3 + \text{Log } 4) = \frac{2}{3} (0/5 + 2 \times 0/3) = \frac{11}{15}$	۲۸
	<p>اگر $\text{Log}_2 \approx 0/3$ و $\text{Log}_3 \approx 0/5$ باشند، مقدار تقریبی $\text{Log} \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\frac{1}{3} \text{Log} \frac{3}{4} = \frac{1}{3} (\text{Log } 3 - \text{Log } 4) = \frac{1}{3} (\text{Log } 3 - 2 \text{Log } 2) = -\frac{1}{3}$	۲۹
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>اگر a عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشد، آن گاه $\text{Log} \frac{1}{a} = 0$ است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ درست.</p>	۳۰
	<p>الف) معادله مقابل را حل کنید.</p> <p>ب) اگر $\text{Log } 2 \approx 0/3$ باشد، مقدار تقریبی $\text{Log } 400$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ الف)</p> $\text{Log}(x+2) = \text{Log} \frac{1}{x-5} \Rightarrow x+2 = \frac{1}{x-5} \Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0$ <p>غ ق ق ق $x_1 = 6, x_2 = -3$</p> <p>ب)</p> $\text{Log } 400 = 2 \text{Log } 2 + \text{Log } 100 = 0/6 + 2 = 2/6$	۳۱

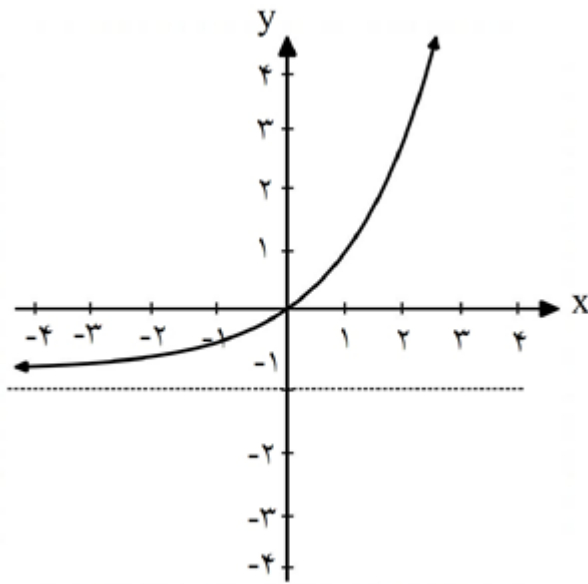
۳۲	<p>معادله نمایی $\frac{1}{64} = 4^{2x+4}$ را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $4^{2x+4} = 2^{-6} \Rightarrow 4x + 8 = -6 \Rightarrow x = -\frac{7}{2}$
۳۳	<p>معادله نمایی $\frac{1}{27} = 3^{2x-1}$ را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $3^{2x-1} = \frac{1}{27} \Rightarrow 3^{2x-1} = 3^{-3} \Rightarrow 2x - 1 = -3 \Rightarrow x = -1$
۳۴	<p>جای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. دامنه تابع $f(x) = 2^x - 3$ برابر با و برد آن برابر با است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $(-\infty, +\infty) \quad (-3, +\infty)$
۳۵	<p>آیا دو تابع $f(x) = \text{Log } x^2$ و $g(x) = 2 \text{Log } x$ مساوی‌اند؟ چرا؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ خیر. زیرا دامنه‌ها برابر نیستند.</p> $D_f = R - \{0\}$ $D_g = (0, +\infty)$
۳۶	<p>اگر $f(x) = \text{Log} \left(\sqrt[3]{x^2} - 1 \right)$ ، مقدار $f^{-1}(3)$ را به دست آورید. (راه حل نوشته شود).</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $f^{-1}(3) = x \Rightarrow f(x) = 3 \Rightarrow \text{Log} \left(\sqrt[3]{x^2} - 1 \right) = 3$ $(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 27 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$
۳۷	<p>تحت شرایط ایده‌آل جرم یک توده معین از باکتری‌ها در هر ساعت ۳ برابر می‌شود. فرض کنید در ابتدا ۱۰۰ میلی‌گرم باکتری وجود دارد: الف) جرم توده پس از یک ساعت را به صورت یک تابع نمایی بنویسید. ب) جرم توده را پس از ۱۰ ساعت برآورد کنید. پ) جرم توده پس از چند ساعت ۲۴۳۰۰ میلی‌گرم خواهد شد؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $f(t) = 100 \times (3)^t$ ب) $f(10) = 100 \times 3^{10} \Rightarrow f(10) = 5904900$ پ) $f(t) = 24300 = 100 \times (3)^t \Rightarrow 243 = 3^t \Rightarrow 3^5 = 3^t \Rightarrow t = 5$</p>

۳۸	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. تابع‌نمایی $f(x) = a^x$، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض قطع می‌کند.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p>
۳۹	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. لگاریتم هر عدد مثبت، همواره عددی مثبت است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>
۴۰	<p>معادله لگاریتمی مقابل را حل کرده و مجموعه جواب را مشخص کنید.</p> $\text{Log}_3(x-1) + \text{Log}_3\left(\frac{x}{3} + 1\right) = 2$ <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\text{Log}_3(x-1)\left(\frac{x}{3} + 1\right) = 2 \Rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{3} + 1\right) = 9 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0$ $x = -5, x = 4 \quad \text{مجموعه جواب} = \{4\}$
۴۱	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. حاصل عبارت $\sqrt[5]{25}$ Log برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ $\frac{2}{3}$</p>
۴۲	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. در تابع $f(x) = a^x$، اگر $a > 1$، با افزایش مقدار x، مقادیر f افزایش می‌یابد.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>
۴۳	<p>معادله لگاریتمی $\text{Log}_3(x^2-1) - \text{Log}_3(x+3) = 1$ را حل کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\text{Log}_3(x^2-1) - \text{Log}_3(x+3) = 1$ $\text{Log}_3\frac{(x^2-1)}{(x+3)} = 1 \Rightarrow \frac{(x^2-1)}{(x+3)} = 3 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$ <p>هر دو جواب قابل قبول است. $x = 5, x = -2$</p>

	<p>اگر $f(x) = 2^{x+1} - 5$ باشد، مقدار $f^{-1}(27)$ را بیابید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $f^{-1}(27) = a \Rightarrow f(a) = 27$ $2^{a+1} - 5 = 27 \Rightarrow 2^{a+1} = 32 = 2^5 \Rightarrow a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4$	۴۴
	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>وارون تابع نمایی $f(x) = 7^x$، تابع است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $f^{-1}(x) = \text{Log}_7 x$	۴۵
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>تابع $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{3}} x$ یک به یک است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۴۶
	<p>معادله الف را حل کنید و حاصل عبارت ب را به دست آورید.</p> <p>الف) $\text{Log}_{\frac{1}{5}}(x+6) + \text{Log}_{\frac{1}{5}}(x+2) = 1$</p> <p>ب) $\text{Log}_{\frac{1}{12}} 4 + 2 \text{Log}_{\frac{1}{12}} 6 =$</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\text{Log}_{\frac{1}{5}}(x+6)(x+2) = 1 \Rightarrow (x+6)(x+2) = 5 \Rightarrow x^2 + 8x + 7 = 0$ $\begin{cases} x_1 = -1 \text{ ق ق} \\ x_2 = -7 \text{ غ ق ق} \end{cases}$ $\text{Log}_{\frac{1}{12}} 4 + \text{Log}_{\frac{1}{12}} 36 = \text{Log}_{\frac{1}{12}} 144 = 2$	۴۷

نمودار تابع $f(x) = 2^x - 1$ را رسم کنید. دامنه و برد آن را به صورت بازه بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲



$$D_f = (-\infty, +\infty)$$

$$R_f = (-1, +\infty)$$

پاسخ: ۱

۴۸

اگر $\log 2 \simeq 0/3$ و $\log 3 \simeq 0/48$ آنگاه حاصل $\log 12$ را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

$$\log 2^2 \times 3 = 2 \log 2 + \log 3 = 2 \times 0/3 + 0/48 = 1/8$$

پاسخ: ۱

۴۹

معادلات نمایی و لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $3^{x-2} = \frac{1}{27^x}$

ب) $\log(x+3) + \log x = 1$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

الف) $3^{x-2} = \frac{1}{(3^3)^x} = 3^{-3x} \Rightarrow x-2 = -3x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

ب) $\log(x+3)x = 1 \Rightarrow (x^2 + 3x) = 10 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 & \text{ق ق غ} \\ x = 2 & \text{ق ق ق} \end{cases}$

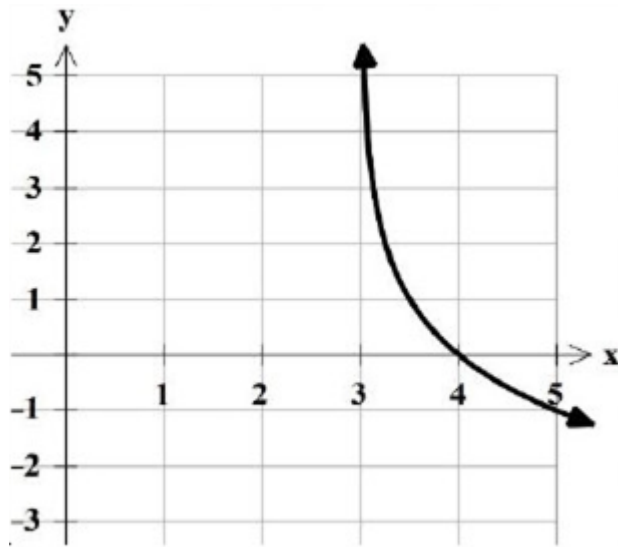
پاسخ: ۱

۵۰

نمودار تابع $y = -\log_3 x - 3$ را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ انتقال ۳ واحد به راست تابع $y = \log_3 x$ و سپس قرینه نسبت به محور x ها



۵۱

معادله لگاریتمی $\log(x+3) + \log(x-3) - \log x = 3 \log 2$ را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

$$\log(x+3) + \log(x-3) - \log x = 3 \log 2$$

پاسخ: ۱

$$\log \frac{(x+3)(x-3)}{x} = \log 2^3 \Rightarrow \frac{x^2-9}{x} = 8 \Rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 9 \end{cases}$$

جواب $x = -1$ غیرقابل قبول است.

۵۲

تابع $f(x) = 3^x$ را در نظر بگیرید.

الف) برد تابع را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

الف) $R = (0, +\infty)$

پاسخ: ۱

ب) $f^{-1}(x) = \log_3 x$

۵۳

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- لگاریتم اعداد مثبت کمتر از یک، همواره عددی منفی است.

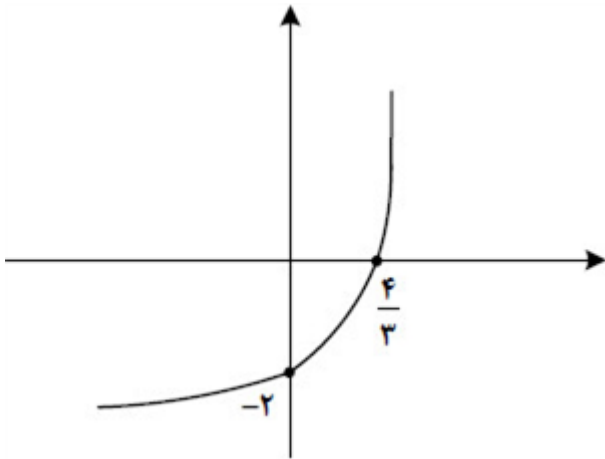
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

پاسخ: ۱ نادرست

۵۴

	<p>معادله لگاریتمی مقابل را حل کنید.</p> $\text{Log}(x - 1) + \text{Log}\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \text{Log } 18 - \text{Log } 2$ <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\text{Log}(x - 1) + \text{Log}\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \text{Log } 18 - \text{Log } 2 \Rightarrow \text{Log } x - 1 \left(\frac{x}{2} + 1\right) = \text{Log } \frac{18}{2}$ $\Rightarrow (x - 1) \left(\frac{x}{2} + 1\right) = 9 \Rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 10 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow (x + 5)(x - 4) = 0$ <p>غ ق ق غ $x = -5$ $x = 4$</p>	۵۵
	<p>جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>در تابع $f(x) = a^x$ اگر $0 < a < 1$ باشد با افزایش مقادیر x مقادیر تابع f می‌یابند.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ کاهش</p>	۵۶
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- لگاریتم هر عدد مثبت همواره عددی مثبت است.</p> <p>سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ نادرست</p>	۵۷

شکل مقابل، نمودار تابع $y = -1 + \text{Log}_c(ax + b)$ است. اگر $b - c = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



$\frac{1}{3}$ (۴)

-3 (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

-5 (۱)

۵۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} (0, -2) \Rightarrow -2 = -1 + \text{Log}_c b \Rightarrow -1 = \text{Log}_c b \Rightarrow c^{-1} = b \Rightarrow b = \frac{1}{c} \\ b - c = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{c} - c = \frac{1}{3} \Rightarrow 3c^2 + 1c - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = -3 \times \\ c = \frac{1}{3}, b = 3 \end{cases} \\ \left(\frac{1}{3}, 0\right) \Rightarrow 0 = -1 + \text{Log}_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}a + 3\right) \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}a + 3 \Rightarrow a = -2 \\ (a + c)b = \left(-2 + \frac{1}{3}\right)(3) = -5 \end{cases}$$

اگر $\text{Log}_3(x^2 - 2x + 1) + 2 \text{Log}_3(1 - x) = 5$ باشد، مقدار $\text{Log}_3(-x)$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

-2 (۲)

2 (۱)

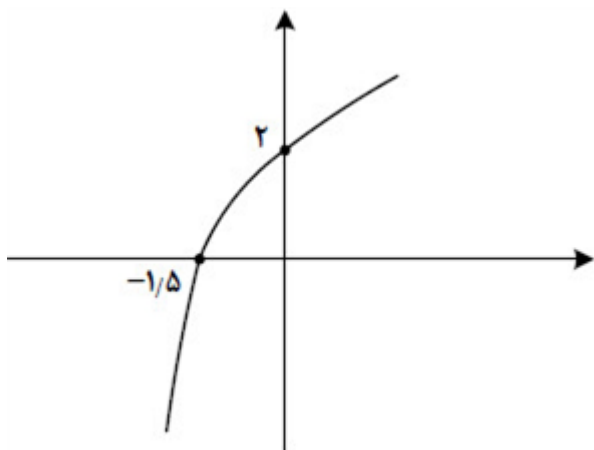
۵۹

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log}_{10} (1-x)^2 (1-x)^2 &= 5 \Rightarrow (1-x)^4 = 10^5 \Rightarrow 1-x = 10 \Rightarrow -x = 9 \\ \text{Log}_3^{-x} &= \text{Log}_3^9 = 2 \end{aligned}$$

شکل مقابل، نمودار تابع $y = 1 - \log_c(ax - b)$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



۴ -۲

۳ -۲/۵

۲ -۳

۱ -۳/۵

۶۰

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

$$(0/2) \Rightarrow 2 = 1 - \log_c \frac{-b}{c} \Rightarrow \log_c \frac{-b}{c} = -1$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-b = c^{-1} = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = -1$$

$$(-1/5, 0) \Rightarrow 0 = 1 - \log_c \frac{(-1/5)a - b}{c} \Rightarrow \log_c \frac{(-1/5)a - b}{c} = 1 \Rightarrow (-1/5)a - b = c$$

$$\left. \begin{array}{l} bc = -1 \\ b + c = -\frac{3}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{c > 0} \left\{ \begin{array}{l} c = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{array} \right.$$

$$(-1/5)a - b = c \Rightarrow (-1/5)a + 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1/5a = 1/5 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow (a + c)b = \left(1 + \frac{1}{2}\right)(-2) = -3$$

اگر $\log \frac{(-x)}{\sqrt{2}} = 3$ باشد، مقدار $\log(2 - x) - \log \frac{1}{(x - 2)^2} = 3$ کدام است؟

۴ -۱/۴

۳ ۱/۴

۲ ۶

۱ -۶

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

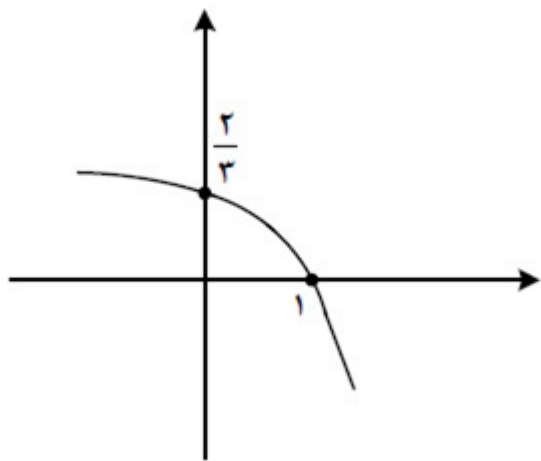
پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۶۱

$$\Rightarrow \log \left(\frac{\frac{(2-x)}{1}}{(x-2)^2} \right) = 3 \Rightarrow -(x-2)^2 = 1000 \Rightarrow x-2 = -10 \Rightarrow x = -8$$

$$\Rightarrow \log \frac{10}{\sqrt{2}} = 3 \times 2 = 6$$

شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟



$\frac{7}{8}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{8}{9}$ (۲)

$\frac{10}{9}$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

$$f(0) = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 + c \times 3^a = \frac{2}{3} \quad (1)$$

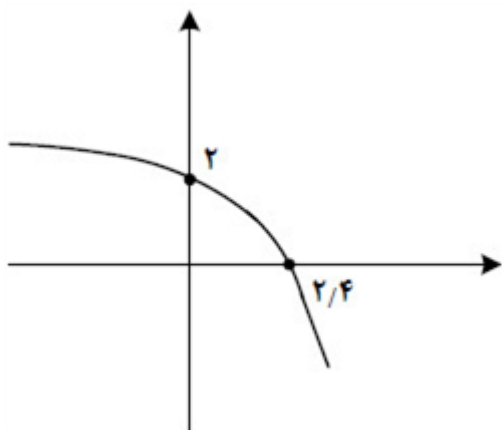
پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + c \times 3^{a+b} = 0 \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow c \times 3^a = -\frac{1}{3} \xrightarrow{(2)} 1 + c \times 3^a \times 3^b = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{3} \times 3^b = 0 \Rightarrow 3^{b-1} = 1$$

$$\Rightarrow b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f(-1) = 1 + c \times 3^{a-b} = 1 + c \times 3^a \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{3} \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

نمودار تابع $y = c + \text{Log}_\Delta(ax + b)$ به صورت مقابل است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



$-\frac{3}{10}$ (۴)

$-\frac{1}{10}$ (۳)

$-\frac{3}{5}$ (۲)

$-\frac{2}{5}$ (۱)

۶۳

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از نقاط $(0, 2)$ و $(2/4, 0)$ گذر می‌کند:

(۱): $f(0) = c + \text{Log}_\Delta b = 2$

(۲): $f(2/4) = c + \text{Log}_\Delta (2/4 a + b) = 0$

$\Rightarrow (1) - (2): \text{Log}_\Delta b - \text{Log}_\Delta (2/4 a + b) = 2 \Rightarrow \text{Log}_\Delta \frac{b}{2/4 a + b} = 2$

$\Rightarrow \frac{b}{2/4 a + b} = 2\Delta \Rightarrow b = 60a + 25b \Rightarrow 60a = -24b \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{2}{5}$

اگر $\text{Log}_\Delta (x^2 + 2x + 4) + \text{Log}_\Delta (x - 2) = 3$ باشد، مقدار $\text{Log}_\Delta \frac{x}{\sqrt[3]{2}}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

۶۴

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را حل می‌کنیم:

$\text{Log}_\Delta ((x - 2)(x^2 + 2x + 4)) = \text{Log}_\Delta (x^3 - 8) = 3 \Rightarrow x^3 - 8 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} = 2^{4/3}$

$\text{Log}_\Delta \frac{x}{\sqrt[3]{2}} = \text{Log}_\Delta \frac{2^{4/3}}{2^{1/3}} = \frac{4/3}{1/3} = 4$

پس داریم:

نمودار تابع نمایی $f(x) = k + 4^{ax-b}$ محورهای طول و عرض را در نقاطی به فاصله ۲ واحدی از مبدأ مختصات قطع می‌کند. مقدار bk کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار از دو نقطه روی محورها عبور کرده که می‌تواند $(-2, 0)$ یا $(2, 0)$ روی محور x ها و $(0, 2)$ یا $(0, -2)$ روی محور y ها باشند. در نتیجه نقاط را به صورت $(n, 0)$ و $(0, m)$ و $n = \pm 2$ و $m = \pm 2$ در نظر

$$k + 4^{na-b} = 0 \Rightarrow k + \frac{4^{na}}{4^b} = 0 \Rightarrow k = -\frac{4^{na}}{4^b}$$

می‌گیریم:

$$k + 4^{-b} = m \Rightarrow k + \frac{1}{4^b} = m \Rightarrow \frac{1}{4^b} - \frac{4^{na}}{4^b} = m \Rightarrow 4^{na} - 1 = -4^b \times m \Rightarrow 4^{2na} + 4^{2b} \times m = 1$$

$$\frac{m=-2}{n=2} \rightarrow 4^{2a} - 4^{2b+1} = 1 \Rightarrow \begin{cases} 4^a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ 4^{2b+1} = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{4^{na}}{4^b} = 0 \Rightarrow k + \frac{4^{\frac{1}{2}}}{4^{-\frac{1}{2}}} = 0 \Rightarrow k = -4 \Rightarrow bk = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-4) = 2$$

۶۵

اگر $\text{Log } 2 \simeq 0/3$ و $\text{Log } 3 \simeq 0/4$ باشد،

اختلاف ریشه‌های معادله $x^2(\text{Log } 3) + 2x(\text{Log } 2) - \text{Log } \frac{5}{6} = 0$ چقدر است؟

۱ (۴)

۱/۴ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۷ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } 2 \simeq 0/3 \Rightarrow \text{Log } 5 = 1 - \text{Log } 2 \simeq 0/7$$

$$\text{Log } 3 \simeq 0/4 \Rightarrow \text{Log } 6 = \text{Log } 2 + \text{Log } 3 \simeq 0/7$$

$$x^2(\text{Log } 3) + 2x(\text{Log } 6) - \text{Log } \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow (\text{Log } 5 + \text{Log } 6)x^2 + (2 \text{Log } 6)x + (\text{Log } 6 - \text{Log } 5) = 0$$

$$\xrightarrow{a+c=b} x = -1, \frac{\text{Log } 5 - \text{Log } 6}{\text{Log } 5 + \text{Log } 6} \simeq 0 \xrightarrow{\text{تفاضل}} \simeq |-1 - 0| = 1$$

۶۶

مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت $\frac{1}{9}$ از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه $\frac{1}{6}$ از

جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ $\left(\log_2^5 = 2/4, \log_3^5 = 1/4\right)$

۴۲۰ (۴)

۴۴۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۳۸۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A(t) = A \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{8}{9}\right)^n = \frac{A(t)}{A} = \frac{1}{6} \Rightarrow n(3 \log_2 - 2 \log_3) = -(\log_2 + \log_3)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log_3 + \log_2}{2 \log_3 - 3 \log_2} = \frac{\log_2^3 + 1}{2 \log_2^3 - 3}$$

از طرفی از دو تساوی داده شده داریم:

$$\log_2^3 = \frac{\log_2^5}{\log_3^5} = \frac{2/4}{1/4} = \frac{12}{7} \Rightarrow n = \frac{\frac{12}{7} + 1}{\frac{24}{7} - 3} = \frac{19}{3}$$

یعنی در $\frac{19}{3}$ ساعت یا ۳۸۰ دقیقه موردنظر حاصل می‌شود.

۶۷

اگر $\log_3^5 = a$ و $\log_9^b = 1 + a$ باشد، مقدار $\log_{15}^{\sqrt{b}}$ کدام است؟

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_9^b = 1 + \log_3^5 \Rightarrow \frac{1}{2} \log_3^b = \log_3^3 + \log_3^5 \Rightarrow \log_3^b = 2 \log_3^3 + 2 \log_3^5$$

$$\Rightarrow \log_3^b = \log_3^{3^2} + \log_3^{5^2} \Rightarrow \log_3^b = \log_3^{15^2} \Rightarrow b = 15^2$$

$$\log_{15}^{\sqrt{b}} = \log_{15}^{\sqrt{15^2}} = \log_{15}^{15} = 1$$

۶۸

۶۹

تابع نمایی $f(x) = 5 - 3^{ax+b}$ را در نظر بگیرید. اگر $f(0) = \frac{1}{2} f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ باشد، مقدار جزء صحیح $f\left(-\frac{1}{4}\right)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) صفر

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(0) = \frac{1}{2} f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 2 \Rightarrow 5 - 3^b = 2 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2}+b} = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5 - 3^b = 2 \Rightarrow 3^b = 3 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2}+1} = 4 \Rightarrow 3^{\frac{a}{2}+1} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = 5 - 3^{-2x+1}$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = 5 - 3^{-2 \times \left(-\frac{1}{4}\right)+1} = 5 - 3^{\frac{1}{2}} = 5 - \sqrt{3} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{4}\right) = 5 - \sqrt{27}$$

$$-1 < 5 - \sqrt{27} < 0 \Rightarrow [5 - \sqrt{27}] = -1$$

۷۰

اگر $3^x = 0/216$ و $5^y = 675$ باشد، y برابر کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{x-3}{2x-15}$ ۲ (۲) $\frac{3x-5}{x+2}$ ۳ (۳) $\frac{2x-15}{x-3}$ ۴ (۴) $\frac{x+2}{3x-5}$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3^x = 0/216 \xrightarrow{\text{Log}_3} \text{Log}_3 3^x = \text{Log}_3 \frac{3^3}{5^3} \Rightarrow x = 3 - 3 \text{Log}_3 5 \Rightarrow \text{Log}_3 5 = \frac{3-x}{3}$$

$$5^y = 675 \xrightarrow{\text{Log}_5} \text{Log}_5 5^y = \text{Log}_5 5^2 \times 3^3 \Rightarrow y = \text{Log}_5 5^2 \times 3^3 \Rightarrow y = 2 + 3 \text{Log}_5 3$$

$$y = 2 + 3 \left(\frac{3}{3-x} \right) \Rightarrow y = \frac{15-2x}{3-x} \Rightarrow y = \frac{2x-15}{x-3}$$

۷۱

بزرگ‌ترین عضو مجموعه $A = \left\{ m^3 + n^3 \mid m, n \in \mathbb{N}, 8^{-\frac{1}{3}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{1}{3}n} > \frac{1}{128} \right\}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۲ ۲ (۲) ۹ ۳ (۳) ۵ ۴ (۴) ۲

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$8^{-\frac{1}{3}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{1}{3}n} > \frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-2m-2n} + 2^{-2m-2n} > 2^{-7} \Rightarrow 2(2^{-2m-2n}) > 2^{-7}$$

$$\Rightarrow 2^{-2m-2n} > 2^{-8} \Rightarrow -2m - 2n > -8 \Rightarrow m + n < 4 \Rightarrow (m, n) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$\text{Max}(m^3 + n^3) = 2^3 + 1^3 = 8 + 1 = 9$$

	<p>مقدار $\text{Log } \frac{m}{n} = a$ و مقدار $\text{Log } \frac{m^{\frac{1}{n}}}{mn} = b$ است. اگر $a > 0$ باشد، حاصل $[b]$ چقدر است؟</p> <p>۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)</p> <p>سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.</p> $\text{Log } \frac{m}{n} = a \Rightarrow \frac{\text{Log } m}{\text{Log } n} = a$ $b = \text{Log } \frac{m^{\frac{1}{n}}}{mn} = \frac{\frac{1}{n} \text{Log } m + \text{Log } n}{\text{Log } m + \text{Log } n} = \frac{\frac{1}{a+1} + 1}{a+1} = 1 + \frac{a}{a+1} = 1 + \frac{1}{1000} \Rightarrow [b] = 1$ <p>تذکر: برای حل تستی، می‌توانیم $m = n$ در نظر بگیریم و به راحتی به جواب برسیم.</p>	۷۲
	<p>دامنه $f(x) = \sqrt{\frac{x}{\text{Log } x}}$، شامل چند عدد صحیح است؟</p> <p>۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)</p> <p>سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به علت وجود $\text{Log } x$ باید $x > 0$ پس برای اینکه زیر رادیکال منفی نشود، باید:</p> $\text{Log } x > 0 \Rightarrow \text{Log } x > \text{Log } 1 \Rightarrow x < 1 \xrightarrow{\cap} 0 < x < 1$ <p>این بازه شامل هیچ عدد صحیحی نمی‌شود.</p>	۷۳
	<p>α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 8x + 4 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ برابر باشند، مقدار $\text{Log } \sqrt[4]{\frac{a}{\sqrt{2}}}$ کدام است؟ ($a > 0$)</p> <p>۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)</p> <p>سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> $b = -8, c = 4, \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta = \alpha\beta^2 \cdot \alpha^{\frac{1}{\alpha\beta}} \xrightarrow{\div \alpha\beta} \alpha + \beta = \alpha^{\frac{1}{\alpha\beta}} \beta^{\frac{1}{\alpha\beta}} \Rightarrow S = P^{\frac{1}{\alpha\beta}} \Rightarrow \frac{-b}{a} = \left(\frac{c}{a}\right)^{\frac{1}{\alpha\beta}}$ $\Rightarrow a = \frac{-c^2}{b} = \frac{-16}{-8} = 2$ $\Rightarrow \text{Log } \sqrt[4]{\frac{a}{\sqrt{2}}} = \text{Log } \sqrt[4]{\frac{2}{\sqrt{2}}} = 2$ <p>تذکر:</p> <p>بهتر بود در صورت سؤال عنوان می‌شد: «اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای که ریشه‌های آن $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ است، برابر باشند» که ابهام سؤال کمتر می‌شد.</p>	۷۴
	<p>تابع $f(x) = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^x$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(-1) = -1$ باشد، حاصل $a - b$ چقدر است؟</p> <p>۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)</p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱</p> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> $\left. \begin{aligned} (0, 0) &\Rightarrow a + b = 0 \\ (-1, -1) &\Rightarrow a + 2b = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, b = -1$	۷۵

فرض کنید $5^x = 10$ است. اگر $2^{f(x)} = 20$ باشد، ضابطه f کدام است؟

$$\frac{x+1}{2x+1} \quad \text{۴}$$

$$\frac{2x-1}{x-1} \quad \text{۳}$$

$$\frac{x-1}{2x-1} \quad \text{۲}$$

$$\frac{2x+1}{x+1} \quad \text{۱}$$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{فرض: } 5^x = 10 \Rightarrow 5^x = 5 \times 2 \Rightarrow 5^{x-1} = 2 \Rightarrow 5 = 2^{\frac{1}{x-1}}$$

$$2^{f(x)} = 20 = 2^2 \times 5 = 2^2 \times 2^{\frac{1}{x-1}} = 2^{2+\frac{1}{x-1}} = 2^{\frac{2x-1}{x-1}} \Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

راه دوم:

$$5^x = 10 \Rightarrow x = \log_5 10 = \log_5 2 + \log_5 5 = \log_5 2 + 1 \Rightarrow \log_5 2 = x - 1$$

$$2^{f(x)} = 20 \Rightarrow f(x) = \log_2 20 = \frac{\log_5 20}{\log_5 2} = \frac{\log_5 2 + \log_5 10}{\log_5 2} = \frac{x-1 + x}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

۷۶

اگر $\log_{\frac{1}{8}} 18 = m$ باشد، حاصل $\log_{\frac{1}{4}} 12$ کدام است؟

$$\frac{3m-1}{4} \quad \text{۴}$$

$$\frac{3}{4}(m-1) \quad \text{۳}$$

$$\frac{3m+1}{4} \quad \text{۲}$$

$$\frac{3}{4}(m+1) \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{8}} 18 = m \Rightarrow \frac{\log_{\frac{1}{2}} 18}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}} = m \Rightarrow \frac{2 \log_{\frac{1}{2}} 3 + 1}{3} = m \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 3 = \frac{3m-1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} 12 = \frac{\log_{\frac{1}{2}} 12}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}} = \frac{\log_{\frac{1}{2}} 3 + 2}{2} = \frac{\frac{3m-1}{2} + 2}{2} = \frac{3m+3}{4} = \frac{3}{4}(m+1)$$

۷۷

اگر تساوی $\text{Log} \frac{y}{x} - 2 \text{Log} \frac{x}{y} = 1$ به ازای $x, y > 1$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

$$xy = 2 \quad \text{۴}$$

$$y = \sqrt{x} \quad \text{۳}$$

$$y = x^2 \quad \text{۲}$$

$$y = x^3 \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

$$\text{Log} \frac{y}{x} - 2 \text{Log} \frac{x}{y} = 1$$

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

باید $\text{Log} \frac{y}{x}$ را برابر A و $\text{Log} \frac{x}{y}$ را برابر $\frac{1}{A}$ قرار دهیم:

$$A - \frac{2}{A} = 1 \Rightarrow A^2 - 2 = A \Rightarrow A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \Rightarrow \text{Log} \frac{y}{x} = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \\ A = 2 \Rightarrow \text{Log} \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = x^2 \end{cases}$$

۷۸

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a\left(\frac{1}{2}\right)^x + b$ ، محور x ها را با طول ۱- و محور y ها را با عرض ۲ قطع می‌کند. مقدار تابع f در $x = 1$ ، کدام است؟

$$4 \quad \text{۴}$$

$$3 \quad \text{۳}$$

$$2 \quad \text{۲}$$

$$1 \quad \text{۱}$$

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط به مختصات $(-1, 0)$ و $(0, 2)$ در ضابطه تابع صدق می‌کنند:

$$\begin{cases} (-1, 0) \Rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + b \Rightarrow 0 = a\left(\frac{2}{1}\right)^{+1} + b \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a \quad (*) \\ (0, 2) \Rightarrow 2 = a\left(\frac{1}{2}\right)^0 + b \Rightarrow a + b = 2 \quad (**) \Rightarrow (*), (**) \Rightarrow a - 2a = 2 \\ \Rightarrow a = -2, b = -2a = 4 \\ \Rightarrow f(x) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 \Rightarrow f(1) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^1 + 4 = -1 + 4 = 3 \end{cases}$$

۷۹

دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\text{Log}(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$ ، کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ (۲) $(-1, 2)$
(۳) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-2, 1)$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت جلوی لگاریتم باید بزرگتر از صفر باشد و عبارت درون رادیکال مخرج باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد و در نهایت از مجموعه جواب‌های به دست آمده، اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -1 & (1) \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

روش دوم:

در این روش از روش حذف گزینه استفاده می‌کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{\text{Log}(-2)}{\sqrt{-1} + 1} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه‌های ۲ و ۴ غلط هستند.}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{\text{Log}(0)}{\sqrt{4-1} + 1} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه ۳ غلط است.}$$

بنابراین با حذف گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴، گزینه ۱ درست است.

۸۰

اگر $\frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}} = 52$ باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

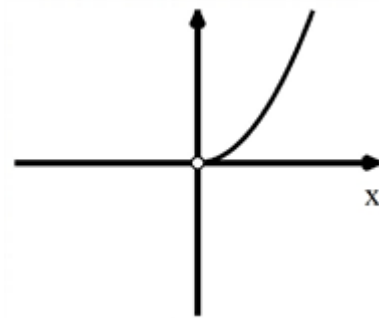
پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۸۱

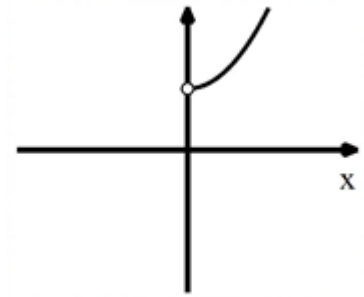
$$\frac{3^x(1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243)}{2^x\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 4 + 8\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x(363)}{2^x\left(\frac{16}{2}\right)} = \frac{(52)}{1} \Rightarrow \frac{3^x(7)}{2^x\left(\frac{8}{2}\right)} = 1 \Rightarrow \frac{3^x \times 28}{2^x \times 63} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2$$

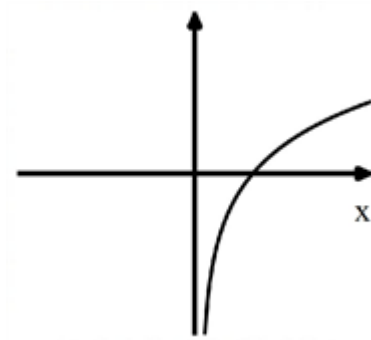
نمودار تابع $f(x) = {}^9\log_3 x$ ، کدام است؟



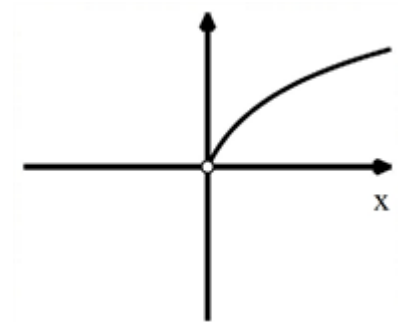
۲



۱



۴

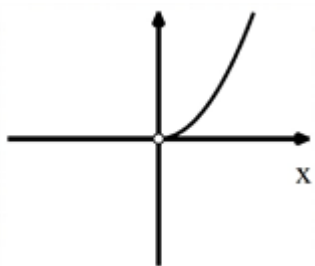


۳

۸۲

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$${}^9\log_3 x \xrightarrow{x>0} {}^9\log_3 x^2 = x^2$$

دامنه‌ی تغییرات تابع $f(x) = \text{Log} \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ ، کدام است؟

(-۴, ۴) ۴

(۴, ۹) ۳

(-۴, ۹) ۲

(-۹, ۹) ۱

۸۳

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|} > 0$$

$$-|x| + \sqrt{|x|} + 6 > 0 \Rightarrow \sqrt{|x|} = t \Rightarrow -t^2 + t + 6 > 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 < 0$$

$$\Rightarrow (t - 3)(t + 2) < 0 \Rightarrow -2 < t < 3$$

$$-2 < \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9$$

$$\begin{aligned} \log_2 \left(\frac{x+7}{2} \right) - \log_2 \left(\frac{x-2}{2} \right) &= 2 \Rightarrow \log_2 \left(\frac{x+7}{x-2} \right) = 2 \Rightarrow \frac{x+7}{x-2} = 2^2 \Rightarrow x+7 = 4x-8 \\ \Rightarrow x &= 5 \end{aligned}$$

۱

$$\begin{aligned} \log \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} &= \log \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{2} \log \frac{1}{10} = \frac{1}{2} (\log 1 - \log 10) = \frac{1}{2} (\log 1 - 1) \\ &= \frac{1}{2} (0 - 1) = -\frac{1}{2} \\ b &= -2 \end{aligned}$$

۲

$$(2/5, \cdot) \in f \Rightarrow \cdot = a + \log_2 \left(\frac{2}{5} - 2 \right) \Rightarrow a + \log_2 (2^{-1}) = \cdot \Rightarrow a - 1 = \cdot \Rightarrow a = 1$$

۳

$$\log \left(\frac{\sqrt{2^7}}{16} \right) = \log (\sqrt{2^7}) - \log (16) = \log \left(2^{\frac{7}{2}} \right) - \log (2^4) = \frac{7}{2}n - 4m$$

۴

$$\text{الف) } 2^{-8x+4} = 2^{5-5x} \Rightarrow -8x+4 = 5-5x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

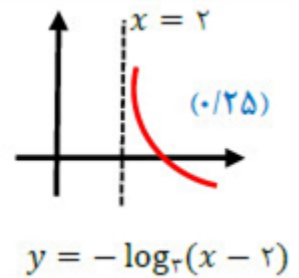
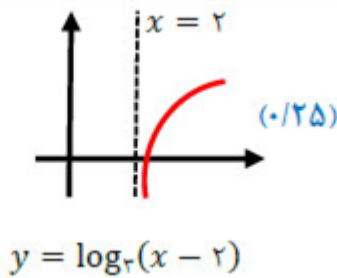
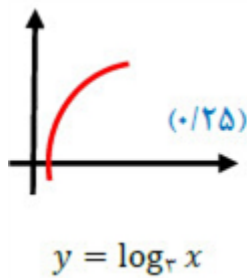
۵

ب) روش اول:

$$\begin{aligned} \log_3 (x^3 - 1) - \log_3 (x + 3) &= 1 \Rightarrow \log_3 \left(\frac{x^3 - 1}{x + 3} \right) = 1 \Rightarrow \frac{x^3 - 1}{x + 3} = 3 \\ \Rightarrow x^3 - 3x - 10 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned} \log_3 (x^3 - 1) &= \log_3 (3) + \log_3 (x + 3) \Rightarrow \log_3 (x^3 - 1) = \log_3 (3x + 9) \\ \Rightarrow x^3 - 1 &= 3x + 9 \Rightarrow x^3 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases} \end{aligned}$$



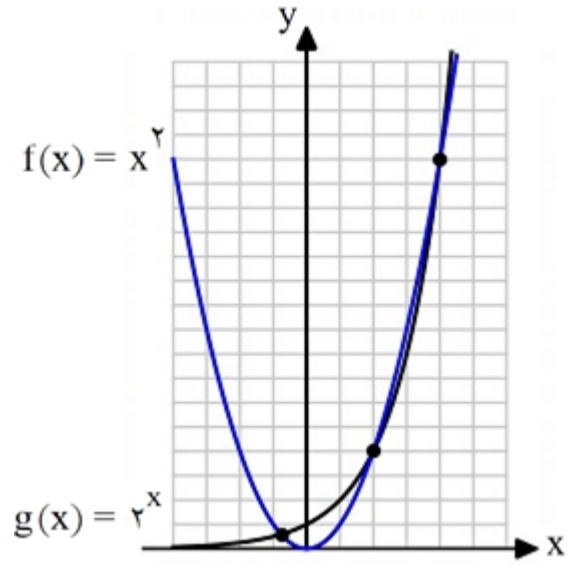
۶

$$\begin{aligned} \log \sqrt{3 \cdot} &= \frac{1}{2} \log (3 \times 3 \times 5) = \frac{1}{2} (\log (3) + \log (3) + 1 - \log (3)) = \frac{1}{2} (1 + \log 3) \\ &= \frac{1}{2} (1 + 0/5) = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

۷

$$\text{الف) } 4^{3x+2} = 4^{-3x} \Rightarrow 3x+2 = -3x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

$$\text{ب) } \text{Log} \frac{(x+1)}{x-3} = 3 \Rightarrow \frac{x+1}{x-3} = 8 \Rightarrow x+1 = 8x-24 \Rightarrow x = \frac{25}{7} \text{ قابل قبول}$$



سه نقطه

(0, 1)

$$\text{Log} \frac{x(x-2)}{2} = 3 \Rightarrow x(x-2) = 2^3 = 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 4 \text{ (غ ق ق)}$$

$$\text{Log } 125 = \text{Log } 5^3 = 3 \text{Log } 5 = 3 \left(\text{Log} \frac{10}{2} \right) = 3(\text{Log } 10 - \text{Log } 2) = 3(1 - 0.301) = 0.903$$

$$f(0) = -\frac{1}{9} \Rightarrow 3^{-2} + b = -\frac{1}{9} \Rightarrow b = -1$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow 3^{ax-2} - 1 = 0 \Rightarrow 3^{2a-2} = 1 = 3^0 \Rightarrow 2a-2 = 0$$

$$a = 1 \text{ (ص ۱۰۴ و ۱۰۳)}$$

$$f^{-1}(x) = \text{Log}_2 x$$

-۴

$$\text{Log} \frac{(x-1)}{3} + \text{Log} \frac{(x+7)}{3} = 2 \text{Log} \frac{(x+1)}{3} \Rightarrow \text{Log} \frac{(x-1)(x+7)}{9} = \text{Log} \frac{(x+1)^2}{9}$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - 7 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x = 2 \text{ ق ق}$$

$$A = \log \frac{5}{2} = \log \frac{10}{4} = \log 10 - \log 4 = 1 - 2 \log 2 = 0.4$$

۱۷

(-1, +\infty) ۱۸

درست ۱۹

$$\frac{9}{\sqrt[3]{27}} = \frac{3^2}{3^{2/3}} = 3^{\frac{4}{3}}$$

۲۰

$$A = \log \sqrt[3]{\frac{9}{27}} + \log 0.001 = \frac{5}{4} + (-3) = -\frac{7}{4}$$

$$\log_3 (x-1) + \log_3 \left(\frac{x}{3} + 1 \right) = 2 \Rightarrow (x-1) \left(\frac{x}{3} + 1 \right) = 3^2 \Rightarrow \frac{x^2}{3} + \frac{x}{3} - 1 = 9$$

۲۱

$$\Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ ق ق } x = -5 \text{ غ ق ق}$$

$$\left(\frac{1}{3}, -2 \right) \rightarrow -2 = 2 + \log_a \frac{1}{3} \Rightarrow \log_a \frac{1}{3} = -4 \Rightarrow a^{-4} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \sqrt[4]{3}$$

۲۲

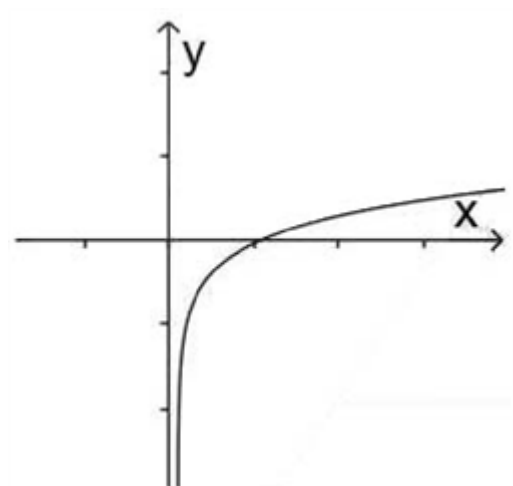
بیشتر ۲۳

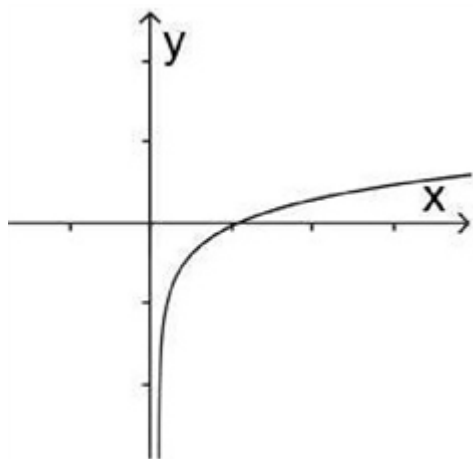
نادرست ۲۴

$$1 = \log_a 9 - 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

الف ۲۵

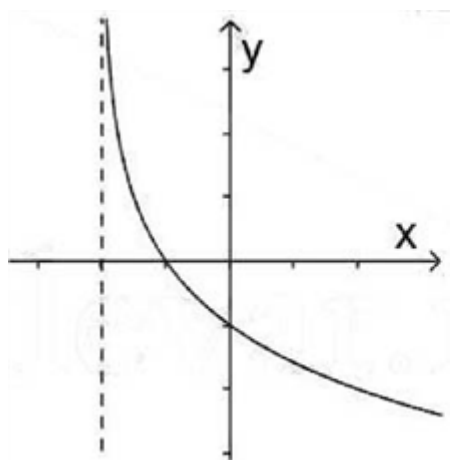
ب





(ب)

$$3 = \log_a 8 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$$



$$D_f = (-2, +\infty)$$

$$\frac{2}{3} \log 12 = \frac{2}{3} (\log 3 + \log 4) = \frac{2}{3} (1/5 + 2 \times 1/3) = \frac{11}{15}$$

$$\frac{1}{3} \log \frac{3}{4} = \frac{1}{3} (\log 3 - \log 4) = \frac{1}{3} (\log 3 - 2 \log 2) = -\frac{1}{3}$$

درست.

$$\log(x+2) = \log \frac{8}{x-5} \Rightarrow x+2 = \frac{8}{x-5} \Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$x_1 = 6, x_2 = -3 \text{ غ ق ق غ}$$

$$\log 400 = 2 \log 2 + \log 100 = 1/6 + 2 = 2/6$$

(ب)

$$2^{x+8} = 2^{-6} \Rightarrow 2^x + 8 = -6 \Rightarrow x = -\frac{14}{2}$$

$$3^{x-1} = \frac{1}{27} \Rightarrow 3^{x-1} = 3^{-3} \Rightarrow 2x - 1 = -3 \Rightarrow x = -1$$

$$(-3, +\infty)$$

$$(-\infty, +\infty)$$

۳۴

۳۵ خیر. زیرا دامنه‌ها برابر نیستند.

$$D_f = R - \{0\}$$

$$D_g = (0, +\infty)$$

$$f^{-1}(3) = x \Rightarrow f(x) = 3 \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1) = 3$$

۳۶

$$(\sqrt{x} - 1) = 27 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$f(t) = 100 \times (3)^t$$

۳۷ الف

$$f(10) = 100 \times 3^{10} \Rightarrow f(10) = 5904900$$

ب

$$f(t) = 24300 = 100 \times (3)^t \Rightarrow 243 = 3^t \Rightarrow 3^5 = 3^t \Rightarrow t = 5$$

پ

۳۸ ۱

۳۹ نادرست

$$\text{Log}_{\sqrt{x}}(x - 1) \left(\frac{x}{\sqrt{x}} + 1 \right) = 2 \Rightarrow (x - 1) \left(\frac{x}{\sqrt{x}} + 1 \right) = 9 \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} + x - 20 = 0$$

۴۰

$$x = -5, x = 4 \quad \text{مجموعه جواب} = \{4\}$$

$$\frac{2}{3}$$

۴۱

۴۲ درست

$$\text{Log}_{\sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1) - \text{Log}_{\sqrt{x}}(x + 3) = 1$$

۴۳

$$\text{Log}_{\sqrt{x}} \frac{(\sqrt{x} - 1)}{(x + 3)} = 1 \Rightarrow \frac{(\sqrt{x} - 1)}{(x + 3)} = \sqrt{x} \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} - 3x - 10 = 0$$

$$x = 5, x = -2 \quad \text{هر دو جواب قابل قبول است.}$$

$$f^{-1}(27) = a \Rightarrow f(a) = 27$$

۴۴

$$2^{a+1} - 5 = 27 \Rightarrow 2^{a+1} = 32 = 2^5 \Rightarrow a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4$$

$$f^{-1}(x) = \text{Log}_{\sqrt{x}} x$$

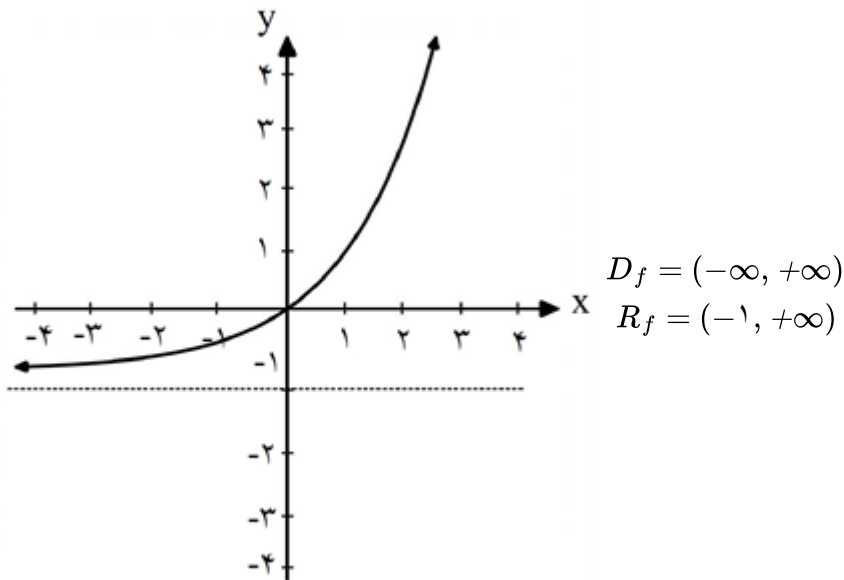
۴۵

۴۶ درست

$$\text{Log}_{\frac{5}{2}} (x + \frac{5}{2})(x + \frac{1}{2}) = 1 \Rightarrow (x + \frac{5}{2})(x + \frac{1}{2}) = \frac{5}{2} \Rightarrow x^2 + 3x + \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = -1 & \text{ق ق} \\ x_2 = -\frac{5}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{Log}_{12}^4 + \text{Log}_{12}^{26} = \text{Log}_{12}^{104} = 2$$

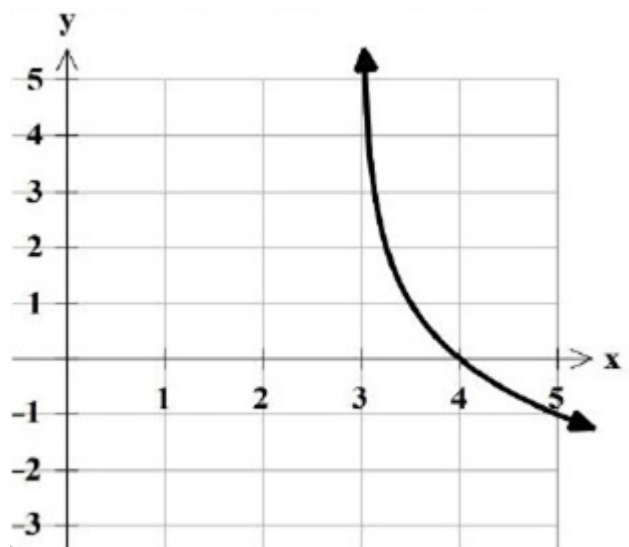


$$\text{Log}_2^2 \times 3 = 2 \text{Log}_2^2 + \text{Log}_2^3 = 2 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{48} = \frac{1}{12}$$

$$\text{الف) } 3^{x-2} = \frac{1}{(3^2)^x} = 3^{-2x} \Rightarrow x - 2 = -2x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\text{ب) } \text{Log}(x + 2)x = 1 \Rightarrow (x^2 + 2x) = 10 \Rightarrow x^2 + 2x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 & \text{غ ق ق} \\ x = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

انتقال ۳ واحد به راست تابع $y = \text{Log}_{\frac{x}{3}}$ و سپس قرینه نسبت به محور x ها



$$\text{Log}(x+3) + \text{Log}(x-3) - \text{Log } x = 3 \text{Log } 2$$

$$\text{Log} \frac{(x+3)(x-3)}{x} = \text{Log } 2^3 \Rightarrow \frac{x^2-9}{x} = 8 \Rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 9 \end{cases}$$

جواب $x = -1$ غیرقابل قبول است.

الف) $R = (0, +\infty)$

ب) $f^{-1}(x) = \text{Log}_3 x$

۵۴ نادرست

$$\text{Log}(x-1) + \text{Log}\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \text{Log } 18 - \text{Log } 2 \Rightarrow \text{Log } x - 1 + \left(\frac{x}{2} + 1\right) = \text{Log } \frac{18}{2}$$

$$\Rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 9 \Rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 10 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-4) = 0$$

$$x = -5 \quad \text{غ ق ق} \quad x = 4$$

۵۶ کاهش

۵۷ نادرست

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} (0, -2) \Rightarrow -2 = -1 + \text{Log} \frac{b}{c} \Rightarrow -1 = \text{Log} \frac{b}{c} \Rightarrow c^{-1} = b \Rightarrow b = \frac{1}{c} \\ b - c = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{c} - c = \frac{1}{3} \Rightarrow 3c^2 + 1c - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = -3 \times \\ c = \frac{1}{3}, b = 3 \end{cases} \\ \left(\frac{2}{3}, 0\right) \Rightarrow 0 = -1 + \text{Log} \frac{\frac{2}{3}a + 3}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{3}a + 3 \Rightarrow a = -2 \\ (a+c)b = \left(-2 + \frac{1}{3}\right)(3) = -5 \end{cases}$$

۵۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} \frac{(1-x)^2(1-x)^3}{10} = 5 \Rightarrow (1-x)^5 = 10^5 \Rightarrow 1-x = 10 \Rightarrow -x = 9$$

$$\text{Log} \frac{-x}{3} = \text{Log} \frac{9}{3} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۰

$$(\cdot / 2) \Rightarrow 2 = 1 - \text{Log} \frac{-b}{c} \Rightarrow \text{Log} \frac{-b}{c} = -1$$

$$-b = c^{-1} = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = -1$$

$$(-1/5, \cdot) \Rightarrow \cdot = 1 - \text{Log} \frac{(-1/5a - b)}{c} \Rightarrow \text{Log} \frac{-1/5a - b}{c} = 1 \Rightarrow -1/5a - b = c$$

$$\left. \begin{array}{l} bc = -1 \\ b + c = -\frac{1}{5} \end{array} \right\} \xrightarrow{c > 0} \left\{ \begin{array}{l} c = \frac{1}{5} \\ b = -2 \end{array} \right.$$

$$-1/5a - b = c \Rightarrow -1/5a + 2 = \frac{1}{5} \Rightarrow 1/5a = 1/5 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow (a + c)b = \left(1 + \frac{1}{5}\right)(-2) = -\frac{12}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$\Rightarrow \text{Log} \left(\frac{\frac{(x-2)}{10}}{\frac{1}{(x-2)^2}} \right) = 3 \Rightarrow -(x-2)^2 = 1000 \Rightarrow x-2 = -10 \Rightarrow x = -8$$

$$\Rightarrow \text{Log} \sqrt[8]{2} = 3 \times 2 = 6$$

$$f(\cdot) = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 + c \times 3^a = \frac{2}{3} \quad (1)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۲

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + c \times 3^{a+b} = 0 \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow c \times 3^a = -\frac{1}{3} \xrightarrow{(2)} 1 + c \times 3^a \times 3^b = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{3} \times 3^b = 0 \Rightarrow 3^{b-1} = 1$$

$$\Rightarrow b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f(-1) = 1 + c \times 3^{a-b} = 1 + c \times 3^a \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{3} \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از نقاط $(0, 2)$ و $(2/4, 0)$ گذر می‌کند: ۶۳

$$\textcircled{1}: f(\cdot) = c + \text{Log} \frac{b}{\Delta} = 2$$

$$\textcircled{2}: f(2/4) = c + \text{Log} \frac{(2/4a + b)}{\Delta} = 0$$

$$\Rightarrow \textcircled{1} - \textcircled{2}: \text{Log} \frac{b}{\Delta} - \text{Log} \frac{(2/4a + b)}{\Delta} = 2 \Rightarrow \text{Log} \frac{b}{2/4a + b} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2/4a + b} = 2\Delta \Rightarrow b = 6a + 2\Delta b \Rightarrow 6a = -2\Delta b \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{2}{\Delta}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را حل می‌کنیم: ۶۴

$$\text{Log} \frac{((x-2)(x^2 + 2x + 4))}{2} = \text{Log} \frac{(x^3 - 8)}{2} = 3 \Rightarrow x^3 - 8 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} = 2^{4/3}$$

$$\text{Log} \frac{x}{\sqrt[3]{2}} = \text{Log} \frac{2^{4/3}}{2^{1/3}} = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1$$

پس داریم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار از دو نقطه روی محورهای عبور کرده که می‌تواند $(-۲, ۰)$ یا $(۲, ۰)$ روی محور x ها و $(۰, ۲)$ یا $(۰, -۲)$ روی محور y ها باشند. در نتیجه نقاط را به صورت $(n, ۰)$ و $(۰, m)$ و $n = \pm ۲$ و $m = \pm ۲$ در نظر

$$k + ۴^{na-b} = ۰ \Rightarrow k + \frac{۴^{na}}{۴^b} = ۰ \Rightarrow k = -\frac{۴^{na}}{۴^b}$$

می‌گیریم:

$$k + ۴^{-b} = m \Rightarrow k + \frac{1}{۴^b} = m \Rightarrow \frac{1}{۴^b} - \frac{۴^{na}}{۴^b} = m \Rightarrow ۴^{na} - ۱ = -۴^b \times m \Rightarrow ۲^{2na} + ۲^{2b} \times m = ۱$$

$$\xrightarrow[n=۲]{m=-۲} ۲^{2a} - ۲^{2b+1} = ۱ \Rightarrow \begin{cases} ۲^a = ۱ \Rightarrow a = \frac{1}{۲} \\ ۲^{b+1} = ۰ \Rightarrow b = -\frac{1}{۲} \end{cases}$$

$$\frac{۴^{na}}{۴^b} = ۰ \Rightarrow k + \frac{۴^{\frac{1}{۲}}}{۴^{-\frac{1}{۲}}} = ۰ \Rightarrow k = -۴ \Rightarrow bk = \left(-\frac{1}{۲}\right) \times (-۴) = ۲$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۶

$$\text{Log } ۲ \simeq ۰/۳ \Rightarrow \text{Log } ۵ = ۱ - \text{Log } ۲ \simeq ۰/۷$$

$$\text{Log } ۳ \simeq ۰/۴ \Rightarrow \text{Log } ۶ = \text{Log } ۲ + \text{Log } ۳ \simeq ۰/۷$$

$$x^۲ (\text{Log } ۳) + ۲x (\text{Log } ۶) - \text{Log } \frac{۵}{۶} = ۰ \Rightarrow (\text{Log } ۵ + \text{Log } ۶)x^۲ + (۲ \text{Log } ۶)x + (\text{Log } ۶ - \text{Log } ۵) = ۰$$

$$\xrightarrow{a+c=b} x = -۱, \frac{\text{Log } ۵ - \text{Log } ۶}{\text{Log } ۵ + \text{Log } ۶} \simeq ۰ \xrightarrow{\text{تفاضل}} \simeq |-۱ - ۰| = ۱$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۷

$$A(t) = A \cdot \left(\frac{۸}{۹}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{۸}{۹}\right)^n = \frac{A(t)}{A} = \frac{1}{۶} \Rightarrow n(۳ \text{Log } ۲ - ۲ \text{Log } ۳) = -(\text{Log } ۲ + \text{Log } ۳)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\text{Log } ۳ + \text{Log } ۲}{۲ \text{Log } ۳ - ۳ \text{Log } ۲} = \frac{\text{Log } \frac{۳}{۲} + ۱}{۲ \text{Log } \frac{۳}{۲} - ۳}$$

از طرفی از دو تساوی داده شده داریم:

$$\text{Log } \frac{۳}{۲} = \frac{\text{Log } \frac{۵}{۲}}{\text{Log } \frac{۵}{۳}} = \frac{۲/۴}{۱/۴} = \frac{۱۲}{۷} \Rightarrow n = \frac{\frac{۱۲}{۷} + ۱}{\frac{۱۲}{۷} - ۳} = \frac{۱۹}{۳}$$

یعنی در $\frac{۱۹}{۳}$ ساعت یا ۳۸۰ دقیقه نتیجه مورد نظر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \log_9 b &= 1 + \log_3 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \log_3 b = \log_3 3 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 b = 2 \log_3 3 + 2 \log_3 5 \\ \Rightarrow \log_3 b &= \log_3 3^2 + \log_3 5^2 \Rightarrow \log_3 b = \log_3 15^2 \Rightarrow b = 15^2 \\ \log_{15} \sqrt{b} &= \log_{15} \sqrt{15^2} = \log_{15} 15 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= \frac{1}{2} f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 2 \Rightarrow 5 - 3^b = 2 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2}+b} = 4 \end{cases} \\ \Rightarrow 5 - 3^b &= 2 \Rightarrow 3^b = 3 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2}+1} = 4 \Rightarrow 3^{\frac{a}{2}+1} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + 1 = 0 \\ \Rightarrow \frac{a}{2} &= -1 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = 5 - 3^{-x+1} \\ f\left(-\frac{1}{4}\right) &= 5 - 3^{-2 \times \left(-\frac{1}{4}\right)+1} = 5 - 3^{\frac{1}{2}} = 5 - \sqrt{3} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{4}\right) = 5 - \sqrt{27} \\ -1 &< 5 - \sqrt{27} < 0 \Rightarrow \left[5 - \sqrt{27}\right] = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^x &= 0.216 \xrightarrow{\log_3} \log_3 3^x = \log_3 \frac{3^2}{5^2} \Rightarrow x = 2 - 2 \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = \frac{2-x}{2} \\ 5^y &= 675 \xrightarrow{\log_5} \log_5 5^y = \log_5 5^2 \times 3^2 \Rightarrow y = \log_5 5^2 \times 3^2 \Rightarrow y = 2 + 2 \log_5 3 \\ y &= 2 + 2 \left(\frac{2-x}{2} \right) \Rightarrow y = \frac{4-x}{2} \Rightarrow y = \frac{2x-4}{x-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8^{-\frac{1}{2}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{1}{2}n} &> \frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-2m-2n} + 2^{-2m-2n} > 2^{-7} \Rightarrow 2(2^{-2m-2n}) > 2^{-7} \\ \Rightarrow 2^{-2m-2n} &> 2^{-8} \Rightarrow -2m - 2n > -8 \Rightarrow m + n < 4 \Rightarrow (m, n) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\} \\ \text{Max}(m^2 + n^2) &= 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \frac{m}{n} &= a \Rightarrow \frac{\log m}{\log n} = a \\ b = \log_{mn} m^n n &= \frac{n \log m + \log n}{\log m + \log n} = \frac{na + 1}{a + 1} = 1 + \frac{a}{a+1} = 1.5 \Rightarrow [b] = 1 \end{aligned}$$

تذکر: برای حل تستی، می‌توانیم $m = n$ در نظر بگیریم و به راحتی به جواب برسیم.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به علت وجود $\text{Log } x$ باید $x > 0$ پس برای اینکه زیر رادیکال منفی نشود، باید:

$$\text{Log } x > 0 \Rightarrow \text{Log } x > \text{Log } 1 \Rightarrow x < 1 \xrightarrow{\cap} 0 < x < 1$$

این بازه شامل هیچ عدد صحیحی نمی‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$b = -8, c = 4, \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta = \alpha\beta^2 \cdot \alpha^2\beta^{\frac{1}{\alpha\beta}} \Rightarrow \alpha + \beta = \alpha^2\beta^2 \Rightarrow S = P^2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = \left(\frac{c}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{-c^2}{b} = \frac{-16}{-8} = 2$$

$$\Rightarrow \text{Log } \frac{a}{\sqrt{2}} = \text{Log } \frac{2}{\sqrt{2}} = 2$$

تذکر:

بهتر بود در صورت سؤال عنوان می‌شد: «اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای که ریشه‌های آن $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ است، برابر باشند» که ابهام سؤال کمتر می‌شد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} (0, 0) &\Rightarrow a + b = 0 \\ (-1, -1) &\Rightarrow a + 2b = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, b = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{فرض: } 5^x = 10 \Rightarrow 5^x = 5 \times 2 \Rightarrow 5^{x-1} = 2 \Rightarrow 5 = 2^{\frac{1}{x-1}}$$

$${}_2f(x) = 20 = 2^2 \times 5 = 2^2 \times 2^{\frac{1}{x-1}} = 2^{2+\frac{1}{x-1}} = 2^{\frac{2x-1}{x-1}} \Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

راه دوم:

$$5^x = 10 \Rightarrow x = \text{Log}_5 10 = \text{Log}_5 2 + \text{Log}_5 5 = \text{Log}_5 2 + 1 \Rightarrow \text{Log}_5 2 = x - 1$$

$${}_2f(x) = 20 \Rightarrow f(x) = \text{Log}_2 20 = \frac{\text{Log}_5 20}{\text{Log}_5 2} = \frac{\text{Log}_5 2 + \text{Log}_5 10}{\text{Log}_5 2} = \frac{x-1 + x}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_8 18 = m \Rightarrow \frac{\text{Log}_2 18}{\text{Log}_2 8} = m \Rightarrow \frac{2 \text{Log}_2 3 + 1}{3} = m \Rightarrow \text{Log}_2 3 = \frac{3m-1}{2}$$

$$\text{Log}_4 12 = \frac{\text{Log}_2 12}{\text{Log}_2 4} = \frac{\text{Log}_2 3 + 2}{2} = \frac{\frac{3m-1}{2} + 2}{2} = \frac{3m+3}{4} = \frac{3}{4}(m+1)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۸

$$\log \frac{y}{x} - 2 \log \frac{x}{y} = 1$$

باید $\log \frac{y}{x}$ را برابر A و $\log \frac{x}{y}$ را برابر $\frac{1}{A}$ قرار دهیم:

$$A - \frac{2}{A} = 1 \Rightarrow A^2 - 2 = A \Rightarrow A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \Rightarrow \log \frac{y}{x} = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \\ A = 2 \Rightarrow \log \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = x^2 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط به مختصات $(-1, 0)$ و $(0, 2)$ در ضابطه‌ی تابع صدق می‌کنند: ۷۹

$$\begin{cases} (-1, 0) \Rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{-1}\right)^{-1} + b \Rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{-1}\right)^{-1} + b \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a \quad (*) \\ (0, 2) \Rightarrow 2 = a\left(\frac{1}{0}\right)^0 + b \Rightarrow a + b = 2 \quad (**) \Rightarrow (a, b) = (2, -2) \Rightarrow a - 2a = 2 \\ \Rightarrow a = -2, b = -2a = 4 \\ \Rightarrow f(x) = -2\left(\frac{1}{x}\right)^x + 4 \Rightarrow f(1) = -2\left(\frac{1}{1}\right)^1 + 4 = -2 + 4 = 2 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت جلوی لگاریتم باید بزرگتر از صفر باشد و عبارت درون رادیکال مخرج باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد و در نهایت از مجموعه جواب‌های به دست آمده، اشتراک می‌گیریم. ۸۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت جلوی لگاریتم باید بزرگتر از صفر باشد و عبارت درون رادیکال مخرج باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد و در نهایت از مجموعه جواب‌های به دست آمده، اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -1 \quad (1) \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

روش دوم:

در این روش از روش حذف گزینه استفاده می‌کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{\log(-2)}{\sqrt{-1} + 1} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه‌های ۲ و ۴ غلط هستند.}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{\log(0)}{\sqrt{4-1} + 1} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه‌ی ۳ غلط است.}$$

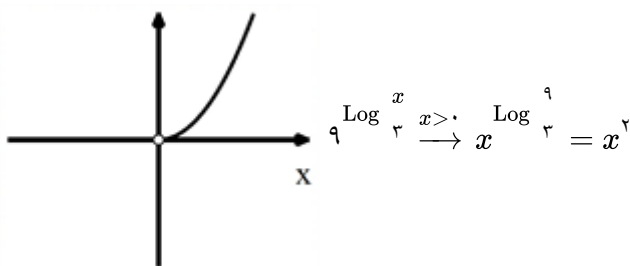
بنابراین با حذف گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴، گزینه‌ی ۱ درست است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۱

$$\frac{3^x(1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243)}{2^x\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x(3^6 - 1)}{2^x\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{64}\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x(7)}{2^x\left(\frac{31}{32}\right)} = 1 \Rightarrow \frac{3^x \times 28}{2^x \times 63} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۸۲



$$\frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|} > 0$$

$$-|x| + \sqrt{|x|} + 6 > 0 \quad \sqrt{|x|} = t \Rightarrow -t^2 + t + 6 > 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 < 0$$

$$\Rightarrow (t - 3)(t + 2) < 0 \Rightarrow -2 < t < 3$$

$$-2 < \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9$$

۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴

