



p30konkor.com

عنوان آزمون : ریاضی تجربی ۱۱ فصل ۷

زمان آزمون :

تاریخ برگزاری

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	<p>در داده‌های ۱۴، ۲۳، ۸، ۱۷، ۲۶، ۱۱ و ۲۰</p> <p>الف) چارک سوم را به دست آورید.</p> <p>ب) ضریب تغییرات داده‌ها را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>الف) $Q_3 = 23$ ، ۸، ۱۱، ۱۴، ۱۷، ۲۰، ۲۳، ۲۶</p> <p>ب) $\bar{x} = 17$</p> $\sigma^2 = \frac{81 + 36 + 9 + 0 + 9 + 36 + 81}{7} = \frac{252}{7} = 36 \Rightarrow \sigma = 6$ $CV = \frac{6}{17}$ <p>پاسخ: ۱</p>	
۲	<p>در پرتاب دو تاس با هم، دو پیشامد A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:</p> <p>A: مجموع عددهای رو شده ۸ باشد.</p> <p>B: عددهای رو شده برابر باشند.</p> <p>الف) احتمال $P(B A)$ را به دست آورید.</p> <p>ب) آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ الف) راه حل اول:</p> $A = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\} \Rightarrow n(A) = 5, A \cap B = \{4, 4\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$ $\Rightarrow P(B A) = \frac{1}{5}$ <p>راه حل دوم:</p> $P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{1}{5}$ <p>ب) راه حل اول:</p> $P(B) = \frac{1}{6} \neq P(B A)$ <p>A و B مستقل نیستند.</p> <p>راه حل دوم: استفاده از فرمول $P(A \cap B) = P(A)P(B)$</p> $\frac{5}{36} \times \frac{1}{6} \neq \frac{1}{36}$ <p>A و B مستقل نیستند.</p>	
۳	<p>برای داده‌های (۳، ۷، ۵، ۱۵، ۱۰) انحراف معیار را محاسبه کنید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\bar{X} = 8$ $\sigma = \sqrt{\frac{88}{5}} = \sqrt{17.6}$	

	<p>در جای خالی عبارت مناسب بنویسید. در معیار گرانش مرکزی اگر داده دورافتاده داشته باشیم، بهتر است از استفاده کنیم.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ میانه</p>	۴
	<p>نمرات ریاضی یک کلاس به قرار زیر است:</p> <p>۱۸, ۱۸, ۱۳, ۲۰, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹, ۲۰</p> <p>میانه و انحراف معیار را برای این جامعه آماری به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۰</p> <p>$Q_7 = 17/5$</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{170}{10} = 17$ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2}{n}}$ $\sigma = \sqrt{\frac{9 + 4 + 0 + 1 + 4 + 9 + 9 + 16 + 1 + 1}{10}} = \sqrt{5/4}$	۵
	<p>اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ برابر ۳ و واریانس این داده‌ها برابر ۲ باشد: الف) اگر داده‌ها دو برابر و با ۵ جمع شوند، میانگین داده‌های جدید را به دست آورید. ب) ضریب تغییرات داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ الف) $\bar{x} = 2 \times 3 + 5 = 11$ ب) $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$</p>	۶
	<p>فرض کنید در یک سال احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا برابر ۰/۶ و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا برابر ۰/۷ باشد. با چه احتمالی حداقل یکی از این تیم‌ها قهرمان آسیا خواهد شد؟</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0/6 + 0/7 - 0/42 = 0/88$</p>	۷
	<p>در جای خالی عبارت مناسب بنویسید. اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه $p(A \cap B)$ برابر است.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ $p(A) \times p(B)$</p>	۸

	<p>دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آن‌که هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرط این‌که بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ باشد را به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-شهریور ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $p(B) = \frac{5}{36}$ $p(A \cap B) = \frac{3}{36}$ $p(A B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{3}{5}$	۹
	<p>نمرات ریاضی یک کلاس به قرار مقابل است.</p> <p>۱۹، ۱۱، ۱۷، ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۲۰، ۱۳، ۱۸، ۱۶</p> <p>میان و انحراف معیار را برای این جامعه آماری به دست آورید.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{160}{10} = 16$ $Q_2 = 16/5$ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2}{n}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{25 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 1 + 4 + 9 + 16}{10}} = \sqrt{7}$	۱۰
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>اگر A و B دو پیشامد مستقل باشد، آنگاه $p(A B) = p(A)$.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ درست.</p>	۱۱
	<p>ضریب تغییرات داده‌های مقابل را تعیین کنید.</p> <p>۱، ۳، ۵، ۷</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\bar{X} = \frac{1 + 3 + 5 + 7}{4} = \frac{16}{4} = 4$ <p>میانگین</p> $\sigma^2 = \frac{(1-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{4} = \frac{20}{4} = 5$ <p>واریانس</p> $\sigma = \sqrt{5}$ <p>انحراف معیار</p> $C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$ <p>ضریب تغییرات</p>	۱۲
	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>- اگر تمام داده‌های آماری را ۲ برابر کنیم، انحراف معیار نیز ۲ برابر می‌شود.</p> <p>سوالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱ درست</p>	۱۳

	<p>احتمال اینکه یک تیم فوتبال اصلی‌ترین رقیبش را ببرد، $\frac{1}{6}$ است. احتمال قهرمانی این تیم در حال حاضر $\frac{1}{4}$ و در صورت بردن رقیب اصلی‌اش، این احتمال به $\frac{1}{3}$ افزایش می‌یابد. با چه احتمالی حداقل یکی از این دو اتفاق (قهرمانی یا بردن رقیب اصلی) برای این تیم اتفاق خواهد افتاد؟</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> $P(A \cap B) = P(B A) \times P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{5}{6}$	۱۴
	<p>فرض کنید در یک سال احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا برابر $\frac{5}{10}$ و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا برابر $\frac{6}{10}$ باشد. با چه احتمالی حداقل یکی از دو تیم قهرمان خواهد شد؟</p> <p>سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-یازدهم-خردادماه ۱۴۰۲</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p>A پیشامد قهرمانی تیم ملی فوتبال $\frac{5}{10}$</p> <p>B پیشامد قهرمانی تیم ملی والیبال $\frac{6}{10}$</p> <p>$P(A \cap B) = \frac{5}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$ مستقل</p> <p>$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} - \frac{3}{10} = \frac{8}{10}$</p>	۱۵
	<p>برای داده‌های ۱۷ و ۹ و ۱۹ و ۲۵ و ۱۳ و ۷ و ۲۹ : الف) چارک اول و دوم را به دست آورید. ب) ضریب تغییرات داده‌ها را بررسی کنید.</p> <p>سؤالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> <p> $\overline{X} = \frac{7 + 9 + 13 + 17 + 19 + 25 + 29}{7} = \frac{110}{7} = 15.71$ $\sigma^2 = \frac{(7-15.71)^2 + (9-15.71)^2 + (13-15.71)^2 + (17-15.71)^2 + (19-15.71)^2 + (25-15.71)^2 + (29-15.71)^2}{7}$ $\Rightarrow \sigma^2 = \frac{100 + 64 + 16 + 0 + 4 + 64 + 144}{7} = \frac{392}{7} = 56$ $\sigma = \sqrt{56} = \sqrt{4 \times 14} = 2\sqrt{14}$ $CV = \frac{\sigma}{\overline{X}} = \frac{2\sqrt{14}}{15.71}$ </p>	۱۶

	<p>در پرتاب دو تاس با هم، دو پیشامد A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:</p> <p>A : مجموع عددهای روشده ۷ باشد.</p> <p>B : عددهای روشده اول باشند.</p> <p>الف) احتمال $P(A B)$ را به دست آورید.</p> <p>ب) آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $n(S) = 6 \times 6 = 36$ $A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ $B = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5)\}$ $\Rightarrow P(B) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ $A \cap B = \{(2, 5), (5, 2)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ <p>الف)</p> $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$ <p>ب)</p> $\begin{cases} P(A \cap B) = \frac{1}{18} \\ P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24} \end{cases} \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ <p>بنابراین دو پیشامد A و B مستقل نیستند.</p>	۱۷
	<p>اگر انحراف معیار داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4 برابر ۲ باشد، انحراف معیار داده‌های $5x_1 - 1$ و $5x_2 - 1$ و $5x_3 - 1$ و $5x_4 - 1$ را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱</p> $\sigma = 2$ $\sigma' = 5 \sigma = 5 \times 2 = 10$	۱۸

دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم و دو پیشامد A و B به صورت زیر بیان می‌شود:
 A: هر دو عدد رو شده مضرب ۳ باشند.
 B: مجموع اعداد رو شده برابر ۹ باشد.
 الف) احتمال $P(A|B)$ را به دست آورید.
 ب) آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

پاسخ: ۱

$$A = \{(3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$B = \{(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$A \cap B = \{(3, 6), (6, 3)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

الف)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{9}} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

ب)

$$\begin{cases} P(A \cap B) = \frac{1}{18} \\ P(A) \times P(B) = \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{81} \end{cases} \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

بنابراین دو پیشامد A و B مستقل نیستند.

۱۹

در داده‌های ۹ و ۲۰ و ۷ و ۱۹ و ۱۱ و ۱ و ۲۴
 الف) چارک سوم را به دست آورید.
 ب) ضریب تغییرات داده‌ها را بررسی کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳-یازدهم

پاسخ: ۱ الف)

$$\begin{array}{ccccccc} & & \underbrace{24 \text{ و } 20 \text{ و } 19} & & & & \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 1 & \text{و} & 7 & \text{و} & 9 & \text{و} & 11 \end{array}$$
 چارک سوم چارک دوم

ب)

$$\bar{X} = \frac{1 + 7 + 9 + 11 + 19 + 20 + 24}{7} = \frac{91}{7} = 13$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-13)^2 + (7-13)^2 + (9-13)^2 + (11-13)^2 + (19-13)^2 + (20-13)^2 + (24-13)^2}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{144 + 36 + 16 + 4 + 36 + 49 + 121}{7} = \frac{406}{7} = 58$$

$$\sigma = \sqrt{58}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{58}}{13}$$

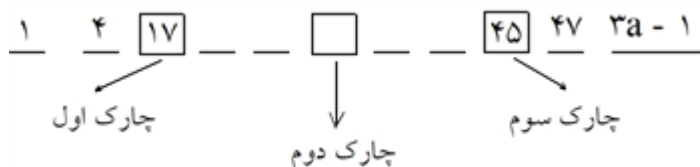
۲۰

برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۱۷ و ۴۵ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۲۱ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم را حساب کنید.

$$a, a, 17, 45, 1, 3a - 1, 4, 29, 19, 21, 47$$

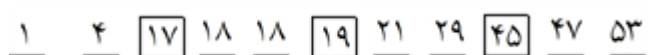
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را با توجه به مطالب داده‌شده مرتب می‌کنیم:



بنابراین داده‌های $a, a, 19, 21, 29$ بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرند که میانگین آن‌ها برابر ۲۱ است.

$$\frac{a + a + 19 + 21 + 29}{5} = 21 \Rightarrow 2a + 69 = 105 \Rightarrow 2a = 36 \Rightarrow a = 18$$



و در نهایت میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:

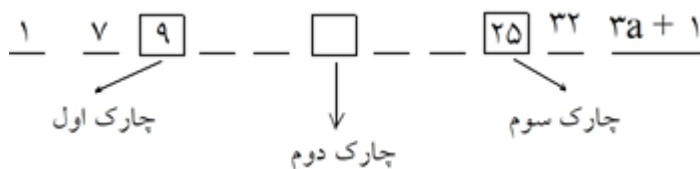
$$\bar{x} = \frac{47 + 53}{2} = 50$$

برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۲۵ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر $14/4$ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم را حساب کنید.

$$a, a, 32, 9, 7, 3a + 1, 18, 15, 17, 25, 1$$

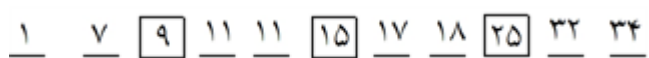
سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را با توجه به مطالب داده‌شده مرتب می‌کنیم:



بنابراین داده‌های $a, a, 15, 17, 18$ بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرند که میانگین آن‌ها برابر $14/4$ است.

$$\frac{a + a + 15 + 17 + 18}{5} = 14/4 \Rightarrow 2a + 50 = 72 \Rightarrow 2a = 22 \Rightarrow a = 11$$



و در نهایت میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{32 + 34}{2} = 33$$

احتمال قهرمانی علی در مسابقات شطرنج ۳ برابر قهرمانی امیر در مسابقات تنیس است و احتمال آنکه حداقل یکی قهرمان شود برابر ۰/۹۳ است. احتمال قهرمانی هر یک را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ احتمال قهرمانی علی و امیر در این رشته مستقل از یکدیگر است. بنابراین:

$$P(A) = x \text{ : قهرمانی امیر}$$

$$P(B) = 3x \text{ : قهرمانی علی}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \Rightarrow 0/93 = 3x + x - 3x^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x + 0/93 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(3)(0/93) = 16 - 11/16 = 4/84$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{4/84}}{6} = \frac{4 \pm 2/2}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 1/3 \\ x = 0/3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(A) = 0/3 \text{ قهرمانی امیر} \\ P(B) = 0/9 \text{ قهرمانی علی} \end{cases}$$

۲۳

اختلاف ۶ داده آماری از میانگین برابر ۳- و ۱- و ۶ و ۵ و a و ۱- است. اگر میانگین این داده‌ها برابر ۱۰ باشد، ضریب تغییرات ۶ داده آماری را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ می‌دانیم که مجموع اختلاف همه داده‌ها از میانگین برابر صفر است. بنابراین:

$$\Sigma(x_i - \bar{x}) = 0 \Rightarrow 2a - 1 + a + 5 + 6 - 1 - 3 = 0 \Rightarrow 3a + 6 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(-5)^2 + (-2)^2 + 5^2 + 6^2 + (-1)^2 + (-3)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{25 + 4 + 25 + 36 + 1 + 9}{6} = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{50}{3}} = 5\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{5\sqrt{6}}{3}}{10} = \frac{5\sqrt{6}}{30} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

۲۴

اختلاف ۵ داده آماری از میانگین برابر ۴ و a و ۳- و ۲ و ۱- است. الف) مقدار a را حساب کنید. ب) واریانس این ۵ داده را حساب کنید.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ الف) می‌دانیم که مجموع اختلاف همه داده‌ها از میانگین برابر صفر است. بنابراین:

$$\Sigma(x_i - \bar{x}) = 0 \Rightarrow a - 1 + 2 - 3 + a + 4 = 0 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

(ب)

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(-2)^2 + 2^2 + (-3)^2 + (-1)^2 + 4^2}{5} = \frac{4 + 4 + 9 + 1 + 16}{5} = \frac{34}{5} = 6/8$$

۲۵

احتمال این که علی در درس فیزیک قبول شود، دو برابر احتمال آن است که رضا در این درس قبول شود. اگر احتمال این که حداقل یکی از آن‌ها قبول شوند، برابر $۵۲/۰$ باشد، علی و رضا هر کدام با چه احتمالی در درس فیزیک قبول می‌شوند؟

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ - یازدهم

پاسخ: ۱ احتمال قبولی علی و رضا کاملاً مستقل می‌باشد.

$$P(A) = 2x \text{ : قبولی علی}$$

$$P(B) = x \text{ : قبولی رضا}$$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow ۰/۵۲ = 2x + x - x \times 2x$$

$$2x^2 - 3x + ۰/۵۲ = ۰$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(۰/۵۲) = 9 - 4/16 = 4/84$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{4/84}}{4} = \frac{3 \pm 1/2}{4}$$

$$\begin{cases} x = 1/3 \text{ غ ق ق} \\ x = ۰/۲ \text{ ق ق} \\ \begin{cases} P(A) = ۰/۴ \text{ قبولی علی} \\ P(B) = ۰/۲ \text{ قبولی رضا} \end{cases} \end{cases}$$

الف) دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۵ باشد، احتمال آنکه هر دو عدد رو شده فرد باشد را به دست آورید.

ب) اگر A و B دو پیشامد مستقل و $P(A) = 4P(B) = ۰/۴$ باشد، مقدار $P(A \cup B)$ را بیابید.

سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱ - یازدهم

پاسخ: ۱ الف) اگر B را مجموع اعداد کمتر از ۵ و A را دو عدد رو شده فرد در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$A \cap B = \{(1, 1), (1, 3), (3, 1)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

ب)

$$P(A) = 4P(B) = ۰/۴ \Rightarrow \begin{cases} P(A) = ۰/۴ \\ P(B) = ۰/۱ \end{cases}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = ۰/۴ + ۰/۱ - ۰/۴ \times ۰/۱ = ۰/۵ - ۰/۰۴ = ۰/۴۶$$

	<p>برای داده‌های زیر:</p> <p>۵, ۶, ۱, ۴, ۹, ۱۱</p> <p>الف) میانه و میانگین را حساب کنید. ب) انحراف معیار را به دست آورید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.</p> <p>۱, ۴, ۵, ۶, ۹, ۱۱ \Rightarrow میانه $\frac{۵+۶}{۲} = ۵/۵$</p> <p>(ب) $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۱+۴+۵+۶+۹+۱۱}{۶} = \frac{۳۶}{۶} = ۶$</p> <p>$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(۱-۶)^2 + (۴-۶)^2 + (۵-۶)^2 + (۶-۶)^2 + (۹-۶)^2 + (۱۱-۶)^2}{۶}$</p> <p>$\sigma^2 = \frac{۲۵+۴+۱+۰+۹+۲۵}{۶} = \frac{۶۴}{۶} = \frac{۳۲}{۳}$</p> <p>$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{۳۲}{۳}} = \frac{۴\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{۴\sqrt{۶}}{۳}$</p>
۲۸	<p>درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر عدد ثابت ۲ را در همه داده‌ها ضرب کنیم، ضریب تغییرات تغییر نمی‌کند. ب) اگر همه داده‌ها را با عدد ثابت ۵ جمع کنیم واریانس ۲۵ برابر می‌شود.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) درست ب) نادرست</p>
۲۹	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) اگر همه داده‌ها برابر باشند، واریانس برابر است. ب) اگر همه داده‌ها در ۳ ضرب شود، واریانس در ضرب می‌شود.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) صفر ب) ۹</p>
۳۰	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) اگر همه داده‌ها با ۵ جمع شود، واریانس با جمع می‌شود. ب) اگر همه داده‌ها در ۷ ضرب شود، انحراف معیار در ضرب می‌شود.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ الف) صفر ب) ۷</p>

با توجه به داده‌های زیر جدول را پُر کنید.

۵, ۱, ۲, ۷, ۱۹, ۲۱, ۱۷, ۱۶, ۲۵, ۲۱, ۳۲, ۲۹, ۳۰, ۱۴, ۳

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

۱, ۲, ۳, ۵, ۷, ۱۴, ۱۶, ۱۷, ۱۹, ۲۱, ۲۱, ۲۵, ۲۹, ۳۰, ۳۲

↓ چارک اول ↓ چارک دوم ↓ چارک سوم

چارک اول	چارک دوم	چارک سوم
۵	۱۷	۲۵

۳۲

درستی یا نادرستی موارد زیر را مشخص کنید.
الف) میانگین داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ برابر ۴ است.
ب) واریانس داده‌های ۱, ۳, ۵ برابر $\frac{8}{3}$ است.

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱ الف) درست

ب) درست

۳۳

ضریب تغییرات داده‌های زیر را حساب کنید.

۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-یازدهم

پاسخ: ۱

$$\bar{x} = \frac{4 + 6 + 8 + 10 + 12}{5} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(4-8)^2 + (6-8)^2 + (8-8)^2 + (10-8)^2 + (12-8)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{16 + 4 + 0 + 4 + 16}{5} = \frac{40}{5} = 8 \Rightarrow \sigma = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۳۴

با توجه به داده‌های زیر جدول را پُر کنید.

۵, ۱, ۱۱, ۱۹, ۱۴, ۱۷, ۱۲, ۱۹, ۲۵

چارک سوم	چارک دوم	چارک اول

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم

$$\begin{array}{ccccccc}
 1, & 5, & 11, & 12, & 14, & 17, & 19, 19, 25 \\
 & \underbrace{\hspace{1cm}} & & \downarrow & & \underbrace{\hspace{1cm}} & \\
 \text{چارک اول} = \frac{5+11}{2} = 8 & & \text{چارک دوم} & & \text{چارک سوم} = \frac{19+19}{2} = 19
 \end{array}$$

پاسخ: ۱

چارک سوم	چارک دوم	چارک اول
۱۹	۱۴	۸

۳۵

انحراف معیار داده‌های زیر را حساب کنید.

۱, ۵, ۹, ۱۳, ۱۷

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم

$$\bar{x} = \frac{1 + 5 + 9 + 13 + 17}{5} = 9$$

پاسخ: ۱

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(1-9)^2 + (5-9)^2 + (9-9)^2 + (13-9)^2 + (17-9)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{64 + 16 + 0 + 16 + 64}{5} = 32 \Rightarrow \sigma = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

۳۶

ضریب تغییرات داده‌های زیر را حساب کنید.

۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴

سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱-یازدهم

$$\bar{x} = \frac{10 + 11 + 12 + 13 + 14}{5} = 12$$

پاسخ: ۱

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(10-12)^2 + (11-12)^2 + (12-12)^2 + (13-12)^2 + (14-12)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{4 + 1 + 0 + 1 + 4}{5} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

۳۷

۳۸	<p>میانۀ و میانگین داده‌های زیر را حساب کنید.</p> <p>۱, ۵, ۷, ۲۴, ۱۱, ۲۵, ۲۱</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲-یازدهم</p> <p>پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم و سپس میانۀ برابر است با داده وسط:</p> <p>۱, ۵, ۷, ۱۱, ۲۱, ۲۴, ۲۵ \Rightarrow میانۀ = ۱۱</p> <p>میانگین برابر است با مجموع داده‌ها تقسیم بر تعداد داده‌ها:</p> $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1 + 5 + 7 + 24 + 11 + 25 + 21}{7} = \frac{94}{7}$										
۳۹	<p>در داده‌های زیر:</p> <p>۱۷, ۱۲, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۵, ۴, ۷, ۱۵, ۸, ۱۹</p> <p>الف) میانۀ را به دست آورید. ب) دامنه تغییرات را محاسبه کنید. ج) مد را مشخص کنید.</p> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.</p> <p>۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹</p> <p>الف) چون تعداد داده‌ها فرد است، داده وسط میانۀ است. ب) $19 - 4 = 15$ = دامنه تغییرات \Rightarrow کوچکترین داده - بزرگترین داده = دامنه تغییرات ج) مد: تکرار عدد ۱۲ بیشتر از سایر داده‌هاست. $12 = \text{مد}$</p>										
۴۰	<p>نمرات مربوط به دروس دانش‌آموزی همراه با واحد دروس مربوطه در جدول زیر آمده است. معدل این دانش‌آموز را محاسبه کنید.</p> <table><tr><td>نمرات دروس</td><td>۱۶</td><td>۱۳</td><td>۱۵</td><td>۱۷</td></tr><tr><td>واحد دروس</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۴</td></tr></table> <p>سوالات و مطالب تالیفی-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰-دهم</p> <p>پاسخ: ۱ باید از فرمول میانگین موزون استفاده کنیم.</p> $\bar{x}_w = \frac{16 \times 4 + 13 \times 3 + 15 \times 2 + 17 \times 4}{4 + 3 + 2 + 4} = \frac{64 + 39 + 30 + 68}{13} = \frac{201}{13} = 15.46$	نمرات دروس	۱۶	۱۳	۱۵	۱۷	واحد دروس	۴	۳	۲	۴
نمرات دروس	۱۶	۱۳	۱۵	۱۷							
واحد دروس	۴	۳	۲	۴							
۴۱	<p>احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب $0/6$ و $0/4$ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟</p> <p>۱ $0/52$ ۲ $0/76$ ۳ $0/48$ ۴ $0/36$</p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p> <p>پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.</p> <p>$P(A) = 0/6, P(B) = 0/4$</p> <p>$P = 0/6 \times 0/6 + 0/4 \times 0/4 = 0/36 + 0/16 = 0/52$</p>										

	<p>اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، a و $2a$ برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟</p> <p>۱ / ۵ (۱) ۲ (۲) ۳ / ۵ (۳) ۴ (۴)</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p> $\bar{x} = \frac{a + 2a + 3}{3} = a + 1$ $a^2 = \frac{(a - a - 1)^2 + (2a - a - 1)^2 + (3 - a - 1)^2}{3} = 14$ $\Rightarrow \frac{1 + (a-1)^2 + (2-a)^2}{3} = 14 \Rightarrow a^2 - 3a - 18 = 0 \Rightarrow (a+3)(a-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \checkmark \\ a = -3 \times \end{cases}$ $\Rightarrow \frac{a}{3} = 2$	۴۲
	<p>اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین عضو دسته است. میانگین اعضای دسته پنجم، کدام است؟</p> <p>۲۴۰ (۱) ۲۴۰ / ۵ (۲) ۲۴۲ (۳) ۲۴۲ / ۵ (۴)</p> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳</p> <p>دسته ۵ (۱۲۱، ...، ۳۶۳)، (۴۰، ...، ۱۲۰)، (۱۳، ...، ۳۹)، (۴، ۵، ...، ۱۲)، (۱، ۲، ۳)</p> $\bar{x} = \frac{121 + 363}{2} = \frac{484}{2} = 242$ <p>نکته: اگر a_1, a_2, \dots, a_n جملات یک دنباله حسابی باشند، میانگین آن‌ها برابر است با:</p> $\bar{x} = \frac{a_1 + a_n}{2}$	۴۳
	<p>در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پناستی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پناستی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل شدن پناستی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پناستی متفاوت است؟</p> <p>۰ / ۴۴ (۱) ۰ / ۲۴ (۲) ۰ / ۶ (۳) ۰ / ۳ (۴)</p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.</p> <p>سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳</p> <p>گل بشود \swarrow ۰ / ۸ گل نشود \searrow ۰ / ۲ گل بشود \swarrow ۰ / ۶ گل نشود \searrow ۰ / ۴ گل بشود \swarrow ۰ / ۳ گل نشود \searrow ۰ / ۷</p> $(0/6 \times 0/2) + (0/4 \times 0/3) = 0/24$	۴۴

برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟

۱۸, ۲۳, ۳۹, ۱, ۳, ۴۲, a , a , $2a + 1$, ۲۳, ۹

۵۴/۵ (۴)

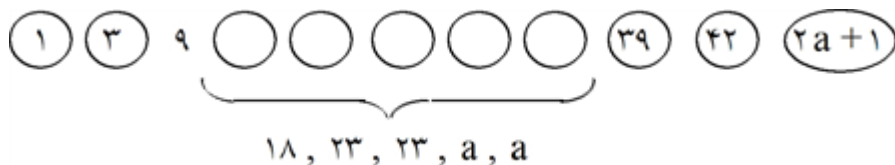
۴۵ (۳)

۲۱/۸ (۲)

۲۰ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\frac{18 + 23 + 23 + a + a}{5} = 26 \Rightarrow a = 33$$

$$\frac{42 + (2 \times 33 + 1)}{2} = \frac{109}{2} = 54.5$$

۴۵

میانگین دسته اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۶ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت بین دو دسته، داده a است. اگر واریانس دسته اول $\frac{2}{3}$ از واریانس دسته دوم بیشتر باشد، واریانس دسته اول کدام است؟

۶/۲۵ (۴)

۴ (۳)

۲/۲۵ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. a باید همان میانگین باشد.

$$\frac{(x_1 - a)^2 + \dots + (x_k - a)^2}{k} = \frac{(x_1 - a)^2 + \dots + (x_5 - a)^2 + (a - a)^2}{6} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{k}{5} = \frac{k}{6} + \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{k}{5} = \frac{k+4}{6} \Rightarrow k = 20$$

$$\text{واریانس دسته اول} = \frac{20}{5} = 4$$

۴۶

اعداد ۹ تا ۱۹ در اختیار است. دو عدد دلخواه از بین این اعداد را حذف نموده و با مقدار اختلاف آن دو عدد جایگزین می‌شود. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد زوج، غیرتکراری و با بیشترین میانگین ممکن باشند، انحراف معیار داده‌های جدید کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (1) \quad \sqrt{11} \quad (2) \quad \sqrt{21} \quad (3) \quad \sqrt{28} \quad (4)$$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹

اعداد زوج ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸ هستند پس با زوجها کاری نداریم ولی فردها را طوری کم می‌کنیم که اعداد تکراری به وجود نیایند.

$$4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$15 - 11 \quad 19 - 3 \quad 17 - 9$$

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} d^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{6^2}{12} \times 4 = 21 \Rightarrow \sigma = \sqrt{21}$$

۴۷

در یک دسته ۷ تایی از اعداد زوج متوالی (دسته اول)، انحراف معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچک‌ترین عدد دسته را حذف نموده و عدد زوج دیگر را اضافه می‌کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته‌های مختلف را تا جایی ادامه می‌دهیم که میانگین آن دسته (دسته آخر)، مجذور انحراف معیار باشد. اختلاف بزرگ‌ترین عضو دسته اول و آخر، کدام است؟

$$10 \quad (1) \quad 8 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

$$\sigma^2 = \frac{7^2 - 1}{12} \times 2^2 = 16 \Rightarrow \sigma = 4$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = 4 \Rightarrow \sigma^2 = 16 \\ \sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 \end{array} \right\} \rightarrow 8$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دسته اول: } \sigma = 2 \\ \text{دسته آخر: } \sigma = 4 \end{array} \right\}$$

$$\frac{n^2 - 1}{12} \cdot d^2 \text{ با } d \text{ برابر است: } d^2 = 16$$

۴۸

میانۀ تعدادی داده آماری برابر ۳/۵ است. مجموع میانگین داده‌های کوچک‌تر از میانۀ و میانگین داده‌های بزرگ‌تر از میانۀ برابر ۷ است. اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

$$3 \quad (1) \quad 3/5 \quad (2) \quad 7 \quad (3) \quad 7/5 \quad (4)$$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

$$n = 2k - 1$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$X_1, X_2, \dots, X_{n+1}, \dots, X_{n-1}, X_n \Rightarrow \underbrace{\frac{S_1}{n-1}}_{S_1} + \underbrace{\frac{S_2}{n-1}}_{S_2} = 7 \Rightarrow S_1 + S_2 = \frac{7n}{2} - 3/5$$

$$\bar{x} = \frac{S_1 + S_2 + 3/5}{n} = \frac{\frac{7n}{2} - 3/5 + 3/5}{n} \Rightarrow \bar{x} = 3/5$$

۴۹

کوچک‌ترین ضریب تغییرات دسته‌های سه‌تایی از اعداد زوج متوالی دو رقمی با رقم دهگان یکسان، کدام است؟

$$\frac{1}{24\sqrt{6}} \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{12\sqrt{6}} \quad \text{۳}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} \quad \text{۲}$$

$$3\sqrt{\frac{2}{3}} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۵۰ پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \text{ یکسان} \\ CV \text{ حداقل} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{x} \text{ حداکثر} \Rightarrow 94, 96, 98 : \bar{x} = 96 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{2^2 + 0^2 + 2^2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow CV_{\min} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{96} = \frac{\sqrt{2}}{48\sqrt{3}} = \frac{1}{24\sqrt{6}}$$

میانگین داده‌های a, a, a ، ۵ و ۲- برابر ۳ است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

$$\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}} \quad \text{۴}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \quad \text{۳}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{8} \quad \text{۲}$$

$$\frac{8}{3\sqrt{10}} \quad \text{۱}$$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۵۱ پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = 3 \Rightarrow 3 = \frac{-2 + 5 + 3a}{5} \Rightarrow a = 4; \sigma^2 = \frac{(-2-3)^2 + (5-3)^2 + 3(4-3)^2}{5} = 6/4 \Rightarrow \sigma = \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{8}{\sqrt{10}}}{3} \Rightarrow CV = \frac{8}{3\sqrt{10}}$$

سه دانش‌آموز، به تنهایی در مورد مسئله‌ای فکر می‌کنند. اگر احتمال حل این مسئله توسط هر کدام از این سه دانش‌آموز

به ترتیب $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{7}$ باشد، با کدام احتمال، این مسئله حل می‌شود؟

$$\frac{2}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{3}{5} \quad \text{۳}$$

$$\frac{7}{10} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{40} \quad \text{۱}$$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

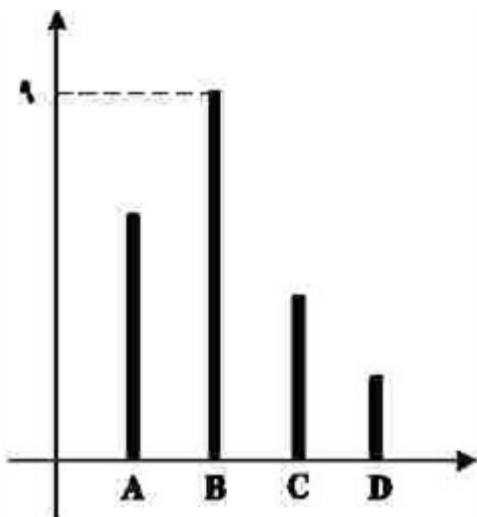
۵۲ پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مسئله زمانی حل می‌شود که حداقل یکی آن را حل کند، پس می‌توان از متمم کمک گرفت یعنی هیچکس حل نکند.

$$P(1 \cup 2 \cup 3) = 1 - P(\overbrace{1 \cap 2 \cap 3}^{\text{مستقل}}) = 1 - \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{7}\right) = 0/7$$

	<p>در جعبه‌ای ۵ کارت با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. دو کارت به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. می‌دانیم یکی از کارت‌ها شماره ۴ است. با کدام احتمال، عدد کارت دیگر، زوج است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ $\frac{4}{9}$ <input type="radio"/> ۲ $\frac{2}{5}$ <input type="radio"/> ۳ $\frac{3}{10}$ <input type="radio"/> ۴ $\frac{1}{3}$ </p> <p>پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دو کارت با جایگذاری انتخاب می‌شوند پس تأثیری بر روی هم ندارند. از این رو اگر یکی ۴ باشد، احتمال اینکه دیگری زوج شود برابر $\frac{2}{5}$ است.</p> <p>سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱</p>	۵۳
	<p>در داده‌های ۱۰، ۲، ۵، ۴، ۸، ۱۲، ۲ با حذف داده‌های کوچک‌تر از چارک اول و داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم، دامنه تغییرات چند درصد کاهش می‌یابد؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ ۵۰ <input type="radio"/> ۲ ۴۰ <input type="radio"/> ۳ ۲۵ <input type="radio"/> ۴ ۲۰ </p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه تغییرات در حالت اول:</p> <p> $R_1 = 12 - 2 = 10$ </p> <p> Q_1 ۲, ۴, ۵, ۸, ۱۰, Q_3 </p> <p>مرتب‌سازی داده‌ها و محاسبه چارک‌ها:</p> <p>بنابراین با حذف داده‌های موردنظر سؤال (یعنی ۲ و ۱۲)، دامنه تغییرات برابر است با:</p> <p> $R_2 = 10 - 2 = 8$ </p> <p> علامت منفی بیانگر کاهش درصد می‌باشد. $-20 = \frac{8 - 10}{10} \times 100 =$ درصد تغییرات </p> <p>سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱</p>	۵۴
	<p>احتمال شیوع یک بیماری در جامعه‌ای برابر 0.08 و احتمال بهبود یافتن فرد مبتلا به این بیماری برابر 0.5 است. احتمال این‌که فردی از این جامعه به این بیماری مبتلا شود و بهبود یابد، چند درصد است؟</p> <p> <input type="radio"/> ۱ 0.02 <input type="radio"/> ۲ 0.04 <input type="radio"/> ۳ ۲ <input type="radio"/> ۴ ۴ </p> <p>پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.</p> <p> $P = 0.08 \times 0.5 = 0.04$ </p> <p> درصد $= 0.04 \times 100 = 4$ </p> <p>سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱</p>	۵۵

نمودار زیر، تعداد گل‌های زده یک فصل ۴ بازیکن A, B, C و D را نشان می‌دهد. میانگین گل زده این چهار بازیکن، کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟



۵۶

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار داده شده، تعداد گل‌های زده بازیکنان متفاوت و مخالف صفر است. بنابراین می‌توان کمترین و بیشترین حالات ممکن را برای این بازیکنان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\text{کمترین تعداد گل: } ۱, ۲, ۳, ۹ \Leftarrow ۳/۷۵ = \frac{۱+۲+۳+۹}{۴} = \text{میانگین}$$

$$\text{بیشترین تعداد گل: } ۶, ۷, ۸, ۹ \Leftarrow ۷/۵ = \frac{۶+۷+۸+۹}{۴} = \text{میانگین}$$

بنابراین میانگین تعداد گل‌ها، عددی بین $۳/۷۵$ و $۷/۵$ است، که گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۹ داده آماری را در نظر بگیرید. اختلاف هشت داده آماری، از میانگین برابر $+۱$ یا -۱ و اختلاف یک داده از میانگین برابر صفر است. انحراف معیار این داده‌ها، کدام است؟

$\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$ (۴)

$\frac{۲}{۳}$ (۳)

$۲\sqrt{۲}$ (۲)

$\sqrt{۲}$ (۱)

۵۷

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = \frac{۱+۱+\dots+۱+۰}{۹} = \frac{۸}{۹} \Rightarrow \sigma = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

داده‌های جمع‌آوری شده در یک مطالعه آماری اعداد طبیعی متوالی هستند. اگر به همه داده‌ها ۲ واحد بیافزاییم، اختلاف میانه و میانگین داده‌های جدید چقدر است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۵۸

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون همه داده‌ها ۲ واحد اضافه شده پس میانگین و میانه هم ۲ واحد اضافه می‌شود.

	<p>احتمال این‌که یک دانش‌آموز در یک امتحان نمره قبولی بگیرد $۰/۹$ و در دو امتحان متوالی نمره قبولی بگیرد $۰/۸۵$ است. اگر دانش‌آموز در امتحان دوم موفق باشد، احتمال این‌که امتحان قبلی نیز موفق شده باشد، کدام است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div>$\frac{۴۵}{۴۷}$ ۴</div> <div>$\frac{۱۷}{۱۸}$ ۳</div> <div>$\frac{۸۵}{۹۴}$ ۲</div> <div>$\frac{۸}{۹}$ ۱</div> </div> <p style="text-align: right;">۵۹</p> <p>سراسری-تجربی-۱۴۰۰</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div> $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{۰/۸۵}{۰/۹} = \frac{۱۷}{۱۸}$ </div> <div> <p>پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.</p> </div> </div>
	<p>تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x + ۴$ را در دامنه‌ی $\{-۹۹, -۹۸, \dots, ۰, ۱, \dots, ۹۹, ۱۰۰\}$ در نظر بگیرید. مقدار متوسط عضوهای برد تابع f، کدام است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div>$۴/۲۵$ ۴</div> <div>۴ ۳</div> <div>$۳/۷۵$ ۲</div> <div>$۳/۵$ ۱</div> </div> <p style="text-align: right;">۶۰</p> <p>سراسری-انسانی-۱۴۰۰</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div> $\sum y = -\frac{1}{4}(-۹۹ - ۹۸ - \dots + ۰ + ۱ + \dots + ۹۸ + ۹۹ + ۱۰۰) + ۴ + ۴ + \dots + ۴ =$ </div> <div> <p>با توجه به این‌که هر عدد با قرینه‌ی موجود است، لذا فقط صفر و ۱۰۰ باقی می‌مانند، از طرفی به تعداد ۲۰۰ تا عدد ۴ داریم که با هم جمع شده‌اند (به تعداد اعضای دامنه):</p> $\sum y = -\frac{1}{4}(۰ + ۱۰۰) + \underbrace{۴ + ۴ + \dots + ۴}_{۲۰۰ \text{ مرتبه}} = -۵۰ + ۲۰۰(۴) = ۷۵۰$ <p>\Rightarrow مقدار متوسط برد $= \frac{۷۵۰}{۲۰۰} = ۳/۷۵$</p> </div> </div>

الف) $8, 11, 14, 17, 20, 23, 26$ $Q_3 = 23$

ب) $\bar{x} = 17$

$$\sigma^2 = \frac{81 + 36 + 9 + 0 + 9 + 36 + 81}{7} = \frac{252}{7} = 36 \Rightarrow \sigma = 6$$

$$CV = \frac{6}{17}$$

۲ الف) راه حل اول:

$$A = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\} \Rightarrow n(A) = 5, A \cap B = \{4, 4\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{1}{5}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{1}{5}$$

راه حل دوم:

$$P(B) = \frac{1}{6} \neq P(B|A)$$

ب) راه حل اول:

A و B مستقل نیستند.

$$\frac{5}{36} \times \frac{6}{36} \neq \frac{1}{36}$$

راه حل دوم: استفاده از فرمول $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

A و B مستقل نیستند.

$$\bar{X} = 8$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{88}{5}} = \sqrt{17.6}$$

۴ میانه

$$13, 14, 15, 16, 17, 18, 18, 19, 20, 20$$

$$Q_3 = 17.5$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{170}{10} = 17$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{9 + 4 + 0 + 1 + 4 + 9 + 9 + 16 + 1 + 1}{10}} = \sqrt{5.4}$$

$$\bar{x} = 2 \times 3 + 5 = 11$$

۶ الف)

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

ب)

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0/6 + 0/7 - 0/42 = 0/88$$

$$p(A) \times p(B)$$

$$p(B) = \frac{5}{36}$$

$$p(A \cap B) = \frac{3}{36}$$

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{3}{5}$$

$$11, 13, 14, 15, 16, 17, 17, 18, 19, 20$$

$$Q_2 = 16/5$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{160}{10} = 16$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2}{n}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{25 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 1 + 4 + 9 + 16}{10}} = \sqrt{7}$$

درست. ۱۱

$$\bar{X} \text{ میانگین} = \frac{1 + 3 + 5 + 7}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\sigma^2 \text{ واریانس} = \frac{(1-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\sigma \text{ انحراف معیار} = \sqrt{5}$$

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{5}}{4} \text{ ضریب تغییرات}$$

درست ۱۳

$$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{18} = \frac{13}{36}$$

$$P(A) = 0/5 \text{ پیشامد قهرمانی تیم ملی فوتبال}$$

$$P(B) = 0/6 \text{ پیشامد قهرمانی تیم ملی والیبال}$$

$$P(A \cap B) = 0/5 \times 0/6 = 0/3 \text{ مستقل}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/6 - 0/3 = 0/8$$

۷

۸

۹

۱۰

۱۲

۱۴

۱۵

$\overbrace{۷ \text{ و } ۹ \text{ و } ۱۳ \text{ و } ۱۷ \text{ و } ۱۹ \text{ و } ۲۵ \text{ و } ۲۹}^{\text{چارک دوم}}$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 چارک اول

$$\bar{X} = \frac{۷ + ۹ + ۱۳ + ۱۷ + ۱۹ + ۲۵ + ۲۹}{۷} = \frac{۱۱۹}{۷} = ۱۷$$

$$\sigma^2 = \frac{(۷-۱۷)^2 + (۹-۱۷)^2 + (۱۳-۱۷)^2 + (۱۷-۱۷)^2 + (۱۹-۱۷)^2 + (۲۵-۱۷)^2 + (۲۹-۱۷)^2}{۷}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{۱۰۰ + ۶۴ + ۱۶ + ۰ + ۴ + ۶۴ + ۱۴۴}{۷} = \frac{۳۹۲}{۷} = ۵۶$$

$$\sigma = \sqrt{۵۶} = \sqrt{۴ \times ۱۴} = ۲\sqrt{۱۴}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{۲\sqrt{۱۴}}{۱۷}$$

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

$$A = \{(۱, ۶), (۲, ۵), (۳, ۴), (۴, ۳), (۵, ۲), (۶, ۱)\} \Rightarrow P(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

$$B = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۵), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۵), (۵, ۲), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

$$A \cap B = \{(۲, ۵), (۵, ۲)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۲}{۳۶} = \frac{۱}{۱۸}$$

(الف)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{۱}{۱۸}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۴}{۱۸} = \frac{۲}{۹}$$

(ب)

$$\begin{cases} P(A \cap B) = \frac{۱}{۱۸} \\ P(A) \times P(B) = \frac{۱}{۶} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲۴} \end{cases} \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

بنابراین دو پيشامد A و B مستقل نيستند.

$$\sigma = ۲$$

$$\sigma' = |\delta| \sigma = ۵ \times ۲ = ۱۰$$

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

$$A = \{(۳, ۳), (۳, ۶), (۶, ۳), (۶, ۶)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

$$B = \{(۳, ۶), (۴, ۵), (۵, ۴), (۶, ۳)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

$$A \cap B = \{(۳, ۶), (۶, ۳)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۲}{۳۶} = \frac{۱}{۱۸}$$

(الف)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{۱}{۱۸}}{\frac{۱}{۹}} = \frac{۹}{۱۸} = \frac{۱}{۲}$$

(ب)

$$\begin{cases} P(A \cap B) = \frac{۱}{۱۸} \\ P(A) \times P(B) = \frac{۱}{۹} \times \frac{۱}{۹} = \frac{۱}{۸۱} \end{cases} \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

بنابراین دو پیشامد A و B مستقل نیستند.

(الف)

$$\begin{array}{ccccccc} ۱ & ۷ & ۹ & ۱۱ & ۱۹ & ۲۰ & ۲۴ \\ & \downarrow & & & \downarrow & & \\ & \text{چارک دوم} & & & \text{چارک سوم} & & \end{array}$$

(ب)

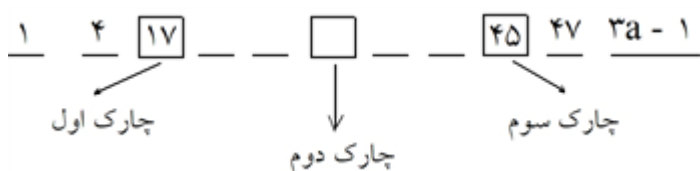
$$\bar{X} = \frac{۱ + ۷ + ۹ + ۱۱ + ۱۹ + ۲۰ + ۲۴}{۷} = \frac{۹۱}{۷} = ۱۳$$

$$\sigma^2 = \frac{(۱ - ۱۳)^2 + (۷ - ۱۳)^2 + (۹ - ۱۳)^2 + (۱۱ - ۱۳)^2 + (۱۹ - ۱۳)^2 + (۲۰ - ۱۳)^2 + (۲۴ - ۱۳)^2}{۷}$$

$$\sigma^2 = \frac{۱۴۴ + ۳۶ + ۱۶ + ۴ + ۳۶ + ۴۹ + ۱۲۱}{۷} = \frac{۴۰۶}{۷} = ۵۸$$

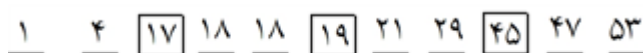
$$\sigma = \sqrt{۵۸}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{۵۸}}{۱۳}$$



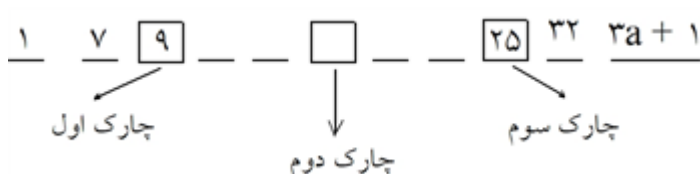
بنابراین داده‌های $a, a, 19, 21, 29$ بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرند که میانگین آن‌ها برابر ۲۱ است.

$$\frac{a + a + 19 + 21 + 29}{5} = 21 \Rightarrow 2a + 69 = 105 \Rightarrow 2a = 36 \Rightarrow a = 18$$



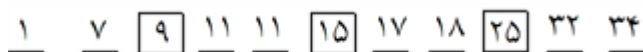
و در نهایت میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{47 + 53}{2} = 50$$



بنابراین داده‌های $a, a, 15, 17, 18$ بین چارک اول و سوم قرار می‌گیرند که میانگین آن‌ها برابر $14/4$ است.

$$\frac{a + a + 15 + 17 + 18}{5} = 14/4 \Rightarrow 2a + 50 = 72 \Rightarrow 2a = 22 \Rightarrow a = 11$$



و در نهایت میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{32 + 34}{2} = 33$$

$$P(A) = x \text{ : قهرمانی امیر}$$

$$P(B) = 3x \text{ : قهرمانی علی}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \Rightarrow 0/93 = 3x + x - 3x^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x + 0/93 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(3)(0/93) = 16 - 11/16 = 4/84$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{4/84}}{6} = \frac{4 \pm 2/2}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 1/3 \text{ ق ق} \\ x = 0/3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(A) = 0/3 \text{ قهرمانی امیر} \\ P(B) = 0/9 \text{ قهرمانی علی} \end{cases}$$

$$\Sigma(x_i - \bar{x}) = 0 \Rightarrow 2a - 1 + a + 5 + 6 - 1 - 3 = 0 \Rightarrow 3a + 6 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(-5)^2 + (-2)^2 + 5^2 + 6^2 + (-1)^2 + (-3)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{25 + 4 + 25 + 36 + 1 + 9}{6} = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{50}{3}} = 5\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{5\sqrt{6}}{3}}{10} = \frac{5\sqrt{6}}{30} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\Sigma(x_i - \bar{x}) = 0 \Rightarrow a - 1 + 2 - 3 + a + 4 = 0 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

(ب)

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(-2)^2 + 2^2 + (-3)^2 + (-1)^2 + 4^2}{5} = \frac{4 + 4 + 9 + 1 + 16}{5} = \frac{34}{5} = 6.8$$

$$P(A) = 2x$$

$$P(B) = x$$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.52 = 2x + x - x \times 2x$$

$$2x^2 - 3x + 0.52 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(0.52) = 9 - 4.16 = 4.84$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{4.84}}{4} = \frac{3 \pm 2.2}{4}$$

$$\begin{cases} x = 1/3 \text{ غ ق} \\ x = 0.2 \text{ ق ق} \\ P(A) = 0.4 \text{ قبولی علی} \\ P(B) = 0.2 \text{ قبولی رضا} \end{cases}$$

الف) اگر B را مجموع اعداد کمتر از ۵ و A را دو عدد رو شده فرد در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$A \cap B = \{(1, 1), (1, 3), (3, 1)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

(ب)

$$P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{6} \Rightarrow \begin{cases} P(A) = \frac{1}{6} \\ P(B) = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{36} = \frac{1}{46}$$

الف) ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

$$1, 4, 5, 6, 9, 11 \Rightarrow \text{میانۀ} \frac{5+6}{2} = 5.5$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1+4+5+6+9+11}{6} = \frac{36}{6} = 6 \quad (\text{ب})$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(1-6)^2 + (4-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (9-6)^2 + (11-6)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{25+4+1+0+9+25}{6} = \frac{64}{6} = \frac{32}{3}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

الف) درست ۲۹

ب) نادرست

الف) صفر ۳۰

ب) ۹

الف) صفر ۳۱

ب) ۷

۱, ۲, ۳, ۵, ۷, ۱۴, ۱۶, ۱۷, ۱۹, ۲۱, ۲۱, ۲۵, ۲۹, ۳۰, ۳۲

↓ ↓ ↓

چارک اول چارک دوم چارک سوم

چارک اول	چارک دوم	چارک سوم
۵	۱۷	۲۵

۳۳ الف) درست
ب) درست

$$\bar{x} = \frac{۴ + ۶ + ۸ + ۱۰ + ۱۲}{۵} = ۸$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(۴ - ۸)^2 + (۶ - ۸)^2 + (۸ - ۸)^2 + (۱۰ - ۸)^2 + (۱۲ - ۸)^2}{۵}$$

$$\sigma^2 = \frac{۱۶ + ۴ + ۰ + ۴ + ۱۶}{۵} = \frac{۴۰}{۵} = ۸ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۸} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$$

۱, ۵, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۷, ۱۹, ۱۹, ۲۵

⏟ ↓ ⏟

چارک اول = $\frac{۵ + ۱۱}{۲} = ۸$ چارک دوم چارک سوم = $\frac{۱۹ + ۱۹}{۲} = ۱۹$

چارک اول	چارک دوم	چارک سوم
۸	۱۴	۱۹

$$\bar{x} = \frac{۱ + ۵ + ۹ + ۱۳ + ۱۷}{۵} = ۹$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(۱ - ۹)^2 + (۵ - ۹)^2 + (۹ - ۹)^2 + (۱۳ - ۹)^2 + (۱۷ - ۹)^2}{۵}$$

$$\sigma^2 = \frac{۶۴ + ۱۶ + ۰ + ۱۶ + ۶۴}{۵} = ۳۲ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۳۲} = ۴\sqrt{۲}$$

۳۵

۳۶

$$\bar{x} = \frac{10 + 11 + 12 + 13 + 14}{5} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(10 - 12)^2 + (11 - 12)^2 + (12 - 12)^2 + (13 - 12)^2 + (14 - 12)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{4 + 1 + 0 + 1 + 4}{5} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

۳۷

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم و سپس میانه برابر است با داده وسط:

$$1, 5, 7, 11, 21, 24, 25 \Rightarrow \text{میانه} = 11$$

میانگین برابر است با مجموع داده‌ها تقسیم بر تعداد داده‌ها:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1 + 5 + 7 + 24 + 11 + 25 + 21}{7} = \frac{94}{7}$$

۳۹

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

$$4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 12, 15, 17, 19$$

(الف) چون تعداد داده‌ها فرد است، داده وسط میانه است.

(ب) $15 - 4 = 19 - 4 = 15$ دامنه تغییرات \Rightarrow کوچکترین داده - بزرگترین داده = دامنه تغییرات

(ج) مد: تکرار عدد ۱۲ بیشتر از سایر داده‌هاست. مد = ۱۲

۴۰

باید از فرمول میانگین موزون استفاده کنیم.

$$\bar{x}_w = \frac{16 \times 4 + 13 \times 3 + 15 \times 2 + 17 \times 4}{4 + 3 + 2 + 4} = \frac{64 + 39 + 30 + 68}{13} = \frac{201}{13} = 15.46$$

۴۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(A) = 0/6, P(B) = 0/4$$

$$P = 0/6 \times 0/6 + 0/4 \times 0/4 = 0/36 + 0/16 = 0/52$$

۴۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{a + 2a + 3}{3} = a + 1$$

$$a^2 = \frac{(a - a - 1)^2 + (2a - a - 1)^2 + (3 - a - 1)^2}{3} = 14$$

$$\Rightarrow \frac{1 + (a - 1)^2 + (2 - a)^2}{3} = 14 \Rightarrow a^2 - 3a - 18 = 0 \Rightarrow (a + 3)(a - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \checkmark \\ a = -3 \times \end{cases}$$

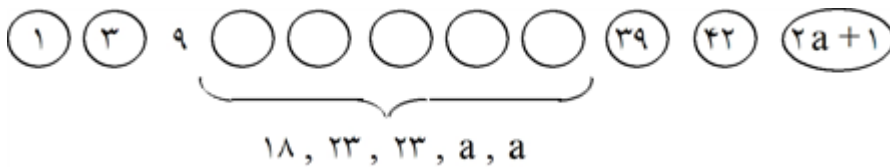
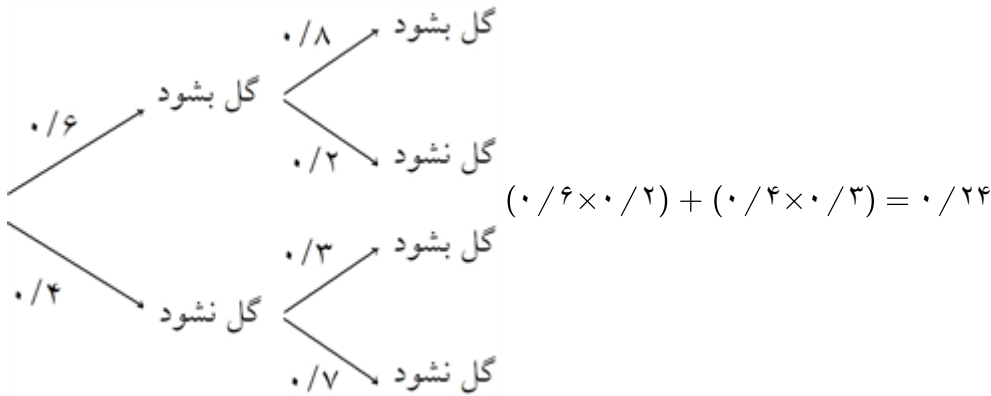
$$\Rightarrow \frac{a}{3} = 2$$

دسته ۵ $(۱, ۲, ۳), (۴, ۵, \dots, ۱۲), (۱۳, \dots, ۳۹), (۴۰, \dots, ۱۲۰), (۱۲۱, \dots, ۳۶۳)$

$$\bar{x} = \frac{۱۲۱ + ۳۶۳}{۲} = \frac{۴۸۴}{۲} = ۲۴۲$$

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_n}{۲}$$

نکته: اگر a_1, a_2, \dots, a_n جملات یک دنباله حسابی باشند، میانگین آنها برابر است با:



$$\frac{۱۸ + ۲۳ + ۲۳ + a + a}{۵} = ۲۶ \Rightarrow a = ۳۳$$

$$\frac{۴۲ + (۲ \times ۳۳ + ۱)}{۲} = \frac{۱۰۹}{۲} = ۵۴/۵$$

$$\frac{\overbrace{(x_1 - a)^2 + \dots + (x_k - a)^2}^k}{۵} = \frac{(x_1 - a)^2 + \dots + (x_5 - a)^2 + (a - a)^2}{۶} + \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{k}{۵} = \frac{k}{۶} + \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{k}{۵} = \frac{k+۴}{۶} \Rightarrow k = ۲۰$$

$$\text{واریانس دسته اول} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

اعداد زوج ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸ هستند پس با زوجها کاری نداریم ولی فردها را طوری کم می‌کنیم که اعداد تکراری به وجود نیایند.

$$۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$۱۵ - ۱۱ \quad ۱۹ - ۳ \quad ۱۷ - ۹$$

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} d^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{6^2}{12} \times 4 = 12 \Rightarrow \sigma = \sqrt{12}$$

$$\sigma^2 = \frac{7^2 - 1}{12} \times 2^2 = 16 \Rightarrow \sigma = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = 8 = 2\sigma = \text{داده وسط : دسته اول} \\ \sigma^2 = 16 = \text{داده وسط : دسته آخر} \end{array} \right\} \rightarrow 8$$

نکته: واریانس n جمله متوالی یک دنباله حسابی با قدرنسبت d برابر است با: $\frac{n^2 - 1}{12} d^2$.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n = 2k - 1$$

$$\underbrace{x_1, x_2, \dots, x_{\frac{n+1}{2}}}_{S_1}, \dots, \underbrace{x_{\frac{n+1}{2}}, \dots, x_{n-1}, x_n}_{S_2} \Rightarrow \frac{S_1}{\frac{n-1}{2}} + \frac{S_2}{\frac{n-1}{2}} = v \Rightarrow S_1 + S_2 = \frac{vn}{2} - \frac{3}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{S_1 + S_2 + 3/5}{n} = \frac{\frac{vn}{2} - 3/5 + 3/5}{n} \Rightarrow \bar{x} = 3/5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \text{ یکسان} \\ CV \text{ حداقل} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{x} \text{ حداکثر} \Rightarrow 94, 96, 98 : \bar{x} = 96 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{2^2 + 0^2 + 2^2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow CV_{\min} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{96} = \frac{\sqrt{2}}{48\sqrt{3}} = \frac{1}{24\sqrt{6}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = 3 \Rightarrow 3 = \frac{-2 + 5 + 3a}{5} \Rightarrow a = 4; \sigma^2 = \frac{(-2-3)^2 + (5-3)^2 + 3(4-3)^2}{5} = 6/4 \Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{3} \Rightarrow Cv = \frac{\sqrt{10}}{6}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۲

مسئله زمانی حل می‌شود که حداقل یکی آن را حل کند، پس می‌توان از متمم کمک گرفت یعنی هیچکس حل نکند.

$$P(1 \cup 2 \cup 3) = 1 - P(\overbrace{1 \cap 2 \cap 3}^{\text{مستقل}}) = 1 - \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right) = 0.7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دو کارت با جایگذاری انتخاب می‌شوند پس تأثیری بر روی هم ندارند. از این رو اگر یکی ۴ باشد، احتمال اینکه دیگری زوج شود برابر $\frac{2}{5}$ است. ۵۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه تغییرات در حالت اول: ۵۴
 $R_1 = 12 - 2 = 10$
 $Q_1: 7, 2, 4, 5, 8, 10, 14$
 $Q_2:$ مرتب‌سازی داده‌ها و محاسبه چارک‌ها:

بنابراین با حذف داده‌های موردنظر سؤال (یعنی ۲ و ۱۲)، دامنه تغییرات برابر است با:

$$R_2 = 10 - 2 = 8$$

$$\text{علامت منفی بیانگر کاهش درصد می‌باشد. } \frac{8 - 10}{10} \times 100 = -20 \text{ درصد تغییرات}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۵
 $P = 0.08 \times 0.5 = 0.04$

$$\text{درصد} = 0.04 \times 100 = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار داده شده، تعداد گل‌های زده بازیکنان متفاوت و مخالف صفر است. بنابراین می‌توان کمترین و بیشترین حالات ممکن را برای این بازیکنان به صورت زیر در نظر گرفت: ۵۶

$$\text{کمترین تعداد گل: } 1, 2, 3, 9 \Leftarrow 3/75 = \frac{1+2+3+9}{4} = \text{میانگین}$$

$$\text{بیشترین تعداد گل: } 4, 7, 8, 9 \Leftarrow 7/5 = \frac{4+7+8+9}{4} = \text{میانگین}$$

بنابراین میانگین تعداد گل‌ها، عددی بین $3/75$ و $7/5$ است، که گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۷

$$\sigma^2 = \frac{1+1+\dots+1+0}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sigma = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون همه داده‌ها ۲ واحد اضافه شده پس میانگین و میانه هم ۲ واحد اضافه می‌شود. ۵۸

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.085}{0.09} = \frac{17}{18} \text{ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. } ۵۹$$

$$\Sigma y = -\frac{1}{4}(-99 - 98 - \dots + 0 + 1 + \dots + 98 + 99 + 100) + 4 + 4 + \dots + 4 =$$

با توجه به این که هر عدد با قرینه‌ی موجود است، لذا فقط صفر و ۱۰۰ باقی می‌مانند، از طرفی به تعداد ۲۰۰ تا عدد ۴ داریم که با هم جمع شده‌اند (به تعداد اعضای دامنه):

$$\Sigma y = -\frac{1}{4}(0 + 100) + \underbrace{4 + 4 + \dots + 4}_{200 \text{ مرتبه}} = -50 + 200(4) = 750$$

$$\Rightarrow \text{مقدار متوسط برد} = \frac{750}{200} = 3/75$$

۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴

