



پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۱۴۰۰

● گروه آزمایشی علوم ریاضی

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا واژه‌ها را معنی می‌کنیم و بعد به دنبال بیتی می‌گردیم که آن معنی را داشته باشد:

مفتاح: کلید ← بیت «ب»

نمط: روش، نوع ← بیت «د» (در بیت «ب» هم آمده که کلید را در آن انتخاب کردیم.)

اوان: هنگام، وقت ← بیت «ج»

برزن: کوی ← بیت «الف»

۲- پاسخ: گزینه ۴

واژگان نادرست و معنی درست هریک:

عصیان: نافرمانی، گناه و معصیت

یغور: درشت و بدقواره

خدو: آب دهان، بزاق

سو: دید، توان بینایی

۳- پاسخ: گزینه ۴

صورت سوال از ما خواسته‌است معنی واژگان «فرد» را بررسی کنیم!! (یعنی واژه‌های زوج را آورده‌است تا ببیند شما زوج و فرد را می‌شناسید

یا خیر!) پس معنی واژه‌های زیر را می‌خواهد:

صواب: درست، پسندیده، مصلحت

سریر: تخت پادشاهی، اورنگ

شرزه: خشمگین، غضبناک

معجر: سرپوش، روسری

با توجه به معنی‌ها تنها گزینه ۴ است که همگی واژگان در آن به‌درستی معنی شده‌اند.

۴- پاسخ: گزینه ۲

موارد نادرست و شکل درست آن‌ها:

«طبعت» نادرست است و درست آن «تبعث» است.

«مئونت» به معنی «هزینه زندگی» نادرست است و شکل درست آن «معونت» است.

۵- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱، «غدر» نادرست است و باید به‌صورت «قدر» اصلاح شود.

۶- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۳ «معلوف» نادرست است و شکل درست آن «مألوف» است.

۷- پاسخ: گزینه ۳

۸- پاسخ: گزینه ۱

بررسی هر کدام از گزینه‌ها:

گزینه ۱: جناس: جمال و جلال / ایهام: ندارد.

گزینه ۲: مجاز: دو هفته مجاز از زمان اندک است. / استعاره: چهره گلستان اضافه استعاری و تشخیص است.

گزینه ۳: استعاره: رخ بدخشان اضافه استعاری و تشخیص است. / تشبیه: لعل لب اضافه تشبیهی است.

گزینه ۴: جناس: به و به / تشبیه: ابر احسان اضافه تشبیهی است.

۹- پاسخ: گزینه ۳

بررسی تشبیه و استعاره در گزینه‌ها:

گزینه ۱: تشبیه: شیر روپا شود / بادیه عشق: ۲ تشبیه / استعاره: این راه در مصراع دوم می‌تواند استعاره باشد: ۱ استعاره

گزینه ۲: تشبیه: شاه‌وش / ماه‌رخ / زهره‌جبین / شاه‌وش... در یکنای که [است] / شاه‌وش... گوهر یکدانه کیست؟: ۵ تشبیه / استعاره: ندارد.

گزینه ۳: تشبیه: طوطی طبع (اضافه تشبیهی) / طوطی طبعم همچو بلبل: ۲ تشبیه / استعاره: شکر استعاره از دهان / بادام استعاره از چشم /

طوطی طبعم واله و شیداست: تشخیص و استعاره است: ۳ استعاره

گزینه ۴: تشبیه: ندارد. / استعاره: قبای گل اضافه استعاری و تشخیص است. / باد، بند قبای غنچه را بکشد تشخیص و استعاره است: ۲ استعاره

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

با رد کردن آرایه‌های حسن تعلیل و جناس و اغراق به گزینه ۴ می‌رسیم.

بررسی آرایه‌های گزینه ۴:

تشبیه: شکرخند تشبیه درون‌واژه‌ای دارد. لب یار به شکر تشبیه شده‌است (تشبیه مرجح)

ایهام: شیرین: ۱- معشوق فرهاد ۲- خوش / شکر: ۱- همسر خسرو ۲- ماده خوراکی

پارادوکس: به شیرینی کام را تلخ کردن

مجاز: کام مجاز از دهان

■ در این بیت «اغراق»، «تضاد» و «کنایه» هم وجود دارد و گزینه ۲ هم درست است، ایهام بیت هم خیلی قوی نیست و ترجیح گزینه ۴ بر ۲ ممکن نیست.

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

بررسی استعاره در گزینه‌ها:

گزینه ۱: لعل، نقل، شکر و پسته به ترتیب استعاره از لب، بوسه، خنده و دهان است: ۴ استعاره

گزینه ۲: مصراع دوم را بهتر است تمثیل در نظر بگیریم. اگر استعاره بدانیم حداکثر دو استعاره وجود دارد: بهشت و کوثر

گزینه ۴: نسیم، باغ، گل به ترتیب استعاره از آزادی، جامعه و انقلاب است: ۳ استعاره

گزینه ۴: ناله چنگ و گوش زهره تشخیص و استعاره هستند: ۲ استعاره

۱۲- پاسخ: گزینه ۴

بررسی ترکیب‌های اضافی و وصفی:

گزینه ۱: ترکیب‌های اضافی: عزمت / ضامن دوام / دوام جهان / خون تو: ۴ اضافی

ترکیب‌های وصفی: ندارد.

گزینه ۲: ترکیب‌های اضافی: مرگ تو / مرگت / غبطه زندگانی: ۳ اضافی

ترکیب‌های وصفی: مردنی چنان / غبطه بزرگ: ۲ ترکیب وصفی

گزینه ۳: ترکیب‌های اضافی: پشت زین / زین خود / کلبه خود / خیمه خود / فراز سر / سرم: ۶ اضافی

ترکیب‌های وصفی: ندارد.

گزینه ۴: ترکیب‌های اضافی: گذرگه تاریخ / تشنه شهادت: ۲ اضافی

ترکیب‌های وصفی: بشریت رهگذار / هر عاشقی: ۲ وصفی

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

در بیت سوال و گزینه ۲ هر کدام ۵ جمله وجود دارد. بررسی جملات بیت سوال و سایر گزینه‌ها:

ز دست بنده چه خیزد «۴» خدا نگه دارد «۵»

چو گفتمش «۱» که دلم را نگاه دار «۲» چه گفت؟ «۳»

گفت «۳» من هم به خلافتش دل پرکین دارم «۴»

۱) گفتمش «۱» مهر فروغی به تو روزافزون است «۲»

قرار چیست؟ «۳» صبوری کدام؟ «۴» و خواب کجا؟ «۵»

۲) قرار و خواب ز حافظ طمع مدار «۱» ای دوست «۲»

آری «۲» نداشت غم «۳» که غم بیش و کم نداشت «۴»

۳) هرگز دلم برای کم و بیش غم نداشت «۱»

آنک امام ما علمم بگرفته بر دوش «۴»

۴) جانان من «۱» برخیز «۲» و بشنو بانگ چاووش «۳»

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

بررسی هر کدام از گزینه‌ها:

گزینه ۱: آن را دی و مرداد مه نام نهادند: «ش» مفعول و «مرداد مه» مسند هستند. (ش در بیت اول هم نقش مفعول دارد).

گزینه ۲: وابسته‌های پیشین: صد تیغ / یکی چوب: ۲ وابسته پیشین / وابسته‌های پسین: تیغ جفا / دل گرمی ما / دم سردی ما: ۳ ترکیب اضافی

گزینه ۳: هم آوا: صد / صد / تضاد: دل گرمی و دم سردی

گزینه ۴: ربط وابسته‌ساز: «تا» در ابتدای مصراع دوم / «که» در مصراع سوم / ربط هم‌پایه‌ساز: «و» در مصراع دوم

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

بررسی جملات از نظر اجزا:

(الف) جاننش (نهاد) محرم اسرار عشق (مسند) نیست. (فعل اسنادی)

(ب) سر پر ز شرم و بهایی (گروه نهادی) برای من (متمم) است (= وجود دارد). (فعل ناگذر)

(ج) هم (قید) حرکاتش (نهاد) متناسب به هم (مسند) [بود]. (فعل اسنادی)

(د) برای من (متمم) در نهانی (متمم) یکی دشمن (نهاد) است (= وجود دارد). (فعل ناگذر)

۱۶- پاسخ: گزینه ۱

برای بررسی نقش کلمات جملات را مرتب می‌کنیم:

ای [کسی که] [مناد] کعبه [نهاد] به داغ ماتمت [متمم] نیلی‌پوش [مسند] [است] و فرات [نهاد] از تشنگی‌ات [متمم] در جوش و خروش [مسند] [است]. جز تو [متمم] که فرات [نهاد] رشحه‌ای [مسند] از یم تو [متمم] است، نشنیدم [فعل] که دریا [نهاد] مشک [مفعول] به دوش [متمم] بگشود.

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

بررسی هر کدام از ابیات:

گزینه ۱: هرکس گل را مانند آینه عبرت بداند و در برگ‌های گل خزان را ببیند، خون می‌گیرد: عبرت‌پذیری

گزینه ۲: صبر کن و دندان به جگر بفشار که از این راه، انسان‌های پاک در همه امور موفق شده‌اند: توصیه به شکیبایی و راه‌گشا دانستن صبر
گزینه ۳: انسان اهل معنی و حقیقت‌بین حتی اگر یار در پرده باشد هم حسن بار را آشکارا می‌بیند، پس اگر اهل معنی باشی به صورت هم بنگری معنی را می‌بینی. در اینجا تأکید بر حقیقت‌بینی و نفی ظاهر بینی است و ارتباطی با ریاکاری و مذمت تزویر ندارد.

گزینه ۴: ما دستمان تهی است و زندگی مرفه و شادمانی نداریم اما آرامش ما از سلاطین بزرگ بیشتر است: مناعت طبع

۱۸- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۲ شاعر می‌گوید: اگر انگشتر (که ذاتاً با ارزش است) را در انگشت کوچک‌تر بکنند، نقصی برای آن حساب نمی‌شود. یعنی مکان پست، عزت انسان عزیز را نمی‌کاهد و این یعنی عزت و شرافت به خود شخص است نه به مکان او: شرف‌المکان بالمکین مفهوم سایر ابیات:

گزینه ۱: شرافت انسان به بخشندگی و طاعات اوست. / کسی که بخشندگی و طاعت ندارد، شایسته زندگی نیست.

گزینه ۳: سختی زندان سبب کمال و شرافت است.

گزینه ۴: آگاه شدن سالکان از اسرار معرفت در وادی معرفت

۱۹- پاسخ: گزینه ۳

مفهوم مقابل «از تو حرکت از خدا برکت» می‌شود «ناکام‌ماندن علی‌رغم حرکت کردن و تلاش کردن» یا «بدون حرکت و تلاش به مطلوب و مقصود رسیدن» گزینه ۳ نزدیک‌ترین بیت به این مفهوم است. در گزینه ۳ شاعر می‌گوید: وقتی با دست و پا زدن کار ما پیش نرفت، سعی و تلاش را کنار گذاشتیم تا ببینیم چی می‌شود؟ پس در این بیت شاعر از سعی و تلاش نتیجه نگرفته است و مفهوم این بیت در تقابل با بیت سوال است. مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: خدا روزی می‌رساند و دیگران (که تنها مقدمه کسب روزی بوده‌اند) به خاطر آن بر ما منت می‌گذارند.

گزینه ۲: رزقی که زود به دست آید زود از دست می‌رود.

گزینه ۴: روزی را خدا می‌رساند اما تلاش و حرکت برای روزی ضروری است (توصیه به تلاش و حرکت برای کسب روزی).

۲۰- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱ سخن از این است که گوشه‌نشینی و عزلت سبب کمال و بلندمرتگی است. در سایر گزینه‌ها مفهوم مشترک این است که فروتنی و تواضع سبب بلندمرتگی است.

۲۱- پاسخ: گزینه ۴

مفهوم آیه شریفه صورت سوال «مدارا با دشمن» است و با نرمی و ملایمت رفتار کردن. در گزینه ۴ نیز این مفهوم دیده می‌شود. مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: توصیه به نرم سخن گفتن / کسی با نرمی سخن می‌گوید سخن تلخ نمی‌شنود.

گزینه ۲: ناراحت بودن کاووس و با نرمی و ملایمت سخن گفتن او با سیاوش

گزینه ۳: قدرتمندان و زبردستان در هنگام توانایی رحم و مروت نمی‌کنند همان طور که آسیا تا می‌تواند به سنگ زیرین زور می‌آورد.

■ گزینه ۱ هم کاملاً با بیت سوال هم‌مفهوم است.

۲۲- پاسخ: گزینه ۲

برای رسیدن به پاسخ تک‌تک ابیات را بررسی می‌کنیم:

(الف) از وطن بیرون نیایید و به غربت روی نیارید تا به سختی نیفتید (وطن را بر غربت برگزیدن).

(ب) نشاط غربت، علاقه به وطن را از بین نمی‌برد. (وطن را بر غربت برگزیدن) / حب‌الوطن

(ج) این دنیا شایسته وطن کردن نیست و باید از آن عبور کنیم (دید ظاهر بینانه: در جایی وطن نکردن و دل بسته به وطن نبودن!).

(د) جان‌بازی در راه وطن

مشاهده می‌کنید که تقابلی بین مفاهیم وجود ندارد. بیت «الف» و «ب» هم‌مفهوم هستند. بیت «د» هم به نوعی اندک اشتراکی با بیت «ب» دارد و بیت «ج» هم در فضایی متفاوت است و ربطی به وطن ندارد. پس باید به نوعی دیگر به ابیات نگاه کنیم. در گزینه‌ها فقط تنها جواب قابل قبول بیت «ب» و «ج» است. چگونه؟ طراح از بیت «ج» این مفهوم را استنباط کرده‌است که خاک ماتمکده است و وطن کردن در آن ناپسند است پس به طور کلی باید از وطن و یک‌جا ماندن دوری کرد و وطن مایه ماتم است، پس به نوعی با بیت «الف» تقابل دارد.

۲۳- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱ مفهوم اصلی باقی گذاشتن نام نیک پس از مرگ است در حالی که در سایر گزینه‌ها سخن از این است که نتیجه عمل هرکس به خود او بازمی‌گردد و به نوعی هر چه کنی به خود کنی و از ماست که برماست.

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

در بیت سوال و گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ سخن از این است که خداوند به هر کس متناسب با شایستگی و استحقاق او عطا کرده‌است. در گزینه ۳ این مفهوم دیده نمی‌شود و بر روزی رسانی خداوند تاکید شده‌است. (هر چقدر فکر می‌کنم چرا این بیت برای این سوال انتخاب شده، عقلم به جایی نمی‌رسه!)

۲۵- پاسخ: گزینه ۴

در گزینه ۴ همانند بیت صورت سوال سخن از این است که مرگ با عزت از زندگی در ننگ بهتر است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: بمیرم بهتر است تا مورد سرزنش دشمنان قرار بگیرم؛ دلم را بردی و من را عاشق کردی، مرا بکش زیرا نمی‌خواهم مورد شماتت دشمنان قرار بگیرم.

گزینه ۲: مرگ اختیاری

گزینه ۳: دل‌نبتن به جهان فانی

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

إلی: به سوی (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / رسولاً: پیامبری (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / عصی: نافرمانی کرد (رد گزینه ۱) / الرسول: آن رسول (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

ک: مانند (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / صحة الإنسان: سلامتی انسان (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / لایمکن: امکان ندارد (رد سایر گزینه‌ها)

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

نفس: همان (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / کتا نذهب: می‌رفتیم (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / من قبل: از قبل (رد سایر گزینه‌ها) / دائماً: همیشه (رد گزینه ۱)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳

یؤمن: ایمان داشته باشد (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / لاشک: بی‌شک (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / قد استطاع: توانسته است (رد سایر گزینه‌ها) / أن یوصل: برساند (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

الإحتفاظ بالوحدة: حفظ وحدت (رد گزینه ۳) / لأمتنا المفکرة: برای امت متفکر ما (رد سایر گزینه‌ها) / ولكن: ولی (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / عملاءهم: مزدوران خود (رد سایر گزینه‌ها)

۳۱- پاسخ: گزینه ۳

یری: می‌بیند (رد سایر گزینه‌ها) / ک: همچون (رد گزینه ۴) / قمة الجبل: قله کوه (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / يراه: او را ... می‌بیند (رد گزینه ۱)

۳۲- پاسخ: گزینه ۱

رجال هاتین: مردان این (رد سایر گزینه‌ها) / کان ینهبون: به یغما می‌برند (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / الناس: مردم (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / ذلک: آن (رد گزینه ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) کان ... أَلْف : تألیف کرده بود

(۲) للاعبی: بازیکنان ... دارند

(۴) إن: اگر

۳۴- پاسخ: گزینه ۱

بالحلم: با بردباری / یكثر الأنصار: یاران زیاد می‌شوند

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

کشاورز: الفلاح (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / محصول: المحصول (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

■ ترجمه متن:

«انسان نمونه‌ای که برای پیروزی تلاش می‌کند انسانی است که به عالم مانند یک میدانی که در آن به غیر از حرکت و نشاط دیده نمی‌شود نگاه می‌کند؛ چرا که سستی و سکون و بی‌حرکتی مساوی مرگ است و هر موجودی که می‌خواهد پیروز شود ناچار است با عالم به عنوان یک مجموعه‌ای که در آن هم بالا هست هم پایین مواجه شود و هیچ چاره‌ای نیست که بخواهد از این دو فرار کند و امکان ندارد یکی را انتخاب کند و از یکی چشم‌پوشی کند! سختی‌هایی که سر راه طالب قرار می‌گیرند به‌طور مثال آن‌هایی هستند که کم یا زیاد یا مشابه در راه دیگران واقع می‌شوند! پس هرکس نفسش فراخ باشد زندگی را با آنچه در آن است، بدون زجر می‌پذیرد ولی هرکس زندگی‌اش بزرگ‌تر از وی باشد و کسی که شأن خود را کوچک کند پس زندگی بر او غلبه می‌کند پس در این هنگام این انسان با یأس زندگی می‌کند و دیگران را به دلیل اینکه آن‌ها در راه برآورده کردن نیازهایش نبودند لعن می‌کند!»

۳۶- پاسخ: گزینه ۱

(۱) زندگی با فرزندان انسان به صورت مشابه، مواجه می‌شود!

(۲) مقدار سختی‌ها با تمام فرزندان بشر مساوی است!

(۳) رخوت و نزول و صعود از چیزهایی است که از آن‌ها در زندگی گریزی نیست!

(۴) مأیوس در حالی که درباره برآورده کردن نیازهای دیگران فکر می‌کند، زندگی می‌کند!

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

(۱) نزول و صعود از اسباب انسان نمونه برای رسیدن به بزرگی است!

(۲) هرکس نفسش با وسعت باشد پس سختی‌ها را نمی‌بیند، مگر در راهش فقط!

(۳) هر سختی‌ای فقط در راه انسان مأیوس وجود دارد!

(۴) کسی که زندگی را با آنچه در آن است قبول می‌کند، احساس سختی نمی‌کند!

۳۸- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه صورت سؤال: «چه کسی است که پیروزی همراهش است؟»

(۱) کسی که زندگی بر او چیره می‌شود!

(۲) کسی که زندگی را فقط در یک وجه نمی‌بیند!

(۳) کسی که فقط به وقوع آنچه دوست دارد فکر می‌کند!

(۴) کسی که نشاط را از سنت‌های الهی می‌بیند!

۳۹- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه صورت سؤال: «سختی‌هایی که بر سر راه طالب قرار می‌گیرد، همان‌هایی است که بر سر راه دیگران قرار می‌گیرد!»

(۱) پیروزی برای کسی است که نمی‌خواهد!

(۲) شاید سختی فردا آسان شود!

(۳) دنیا دو روز است روزی با تو و روزی علیه تو!

(۴) دنیا پوشیده از بلایا است!

۴۰- پاسخ: گزینه ۲

جواب شرط ← فعل شرط

۴۱- پاسخ: گزینه ۴

علی وزن «تفعّل» ← علی وزن «تفعیل»

۴۲- پاسخ: گزینه ۲

مصدر «مطالَبَة» ← مصدر «طلب»

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

«المسافرین» جمع مذکر سالم و «واقفین» اسم فاعل مجزء هستند.

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

(۱) شبانه حرکت کرد: حرکت در شب (نه در صبح)!

(۲) مرداب: جایی که آب‌ها در آن باشند و بوی آب‌های آن بد باشد!

(۳) ابر: نوعی ابر است که فقط از آن باران می‌بارد!

(۴) تیم: گروهی از افراد که یک هدف دارند!

۴۵- پاسخ: گزینه ۳

ساعت یک ربع به دوازده می‌باشد. اما گزینه ۳ «یازده و نیم» است.

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

(۱) أحسن (۲) أشرف (۳) أوسط- خیر (۴) أفضل- ألین- أَلطف

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

«ل» امر به معنی «باید» می‌باشد که فقط در گزینه‌های ۱ این «ل» را داریم. در سایر گزینه‌ها «ل» بیان سبب (تعلیل) داریم.

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

ریشه فعل گزینه‌ها:

(۱) (غ ن ی) (۲) (ن ف ع) (۳) (ح ز ن) (۴) (ب ن ی)

۴۹- پاسخ: گزینه ۱

بعد از ادوات شرط دو فعل داریم که در گزینه ۱ این مسئله رعایت شده است. دقت داشته باشید که در گزینه ۲ «ما» نفی، در گزینه ۳ نیز «ما» نفی است. در گزینه ۴ «ما» اصلاً بر سر فعل نیامده است.

۵۰- پاسخ: گزینه ۳

در سایر گزینه‌ها «إكراماً»، «تأديباً» و «رغبة» مفعول مطلق هستند.

فرهنگ و معارف اسلامی

۵۱- پاسخ: گزینه ۱

در آیه صورت سؤال توجه به دنیا (توجه به اهداف فرعی) و بی‌بهرگی از آخرت (غفلت از اهداف اصلی) آمده است که این مطلب فقط در گزینه ۱ به وضوح بیان شده است.

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

صورت سؤال اشاره به گفت‌وگوی میان شیطان و گناهکار در قیامت می‌نماید که شیطان با بیان عبارت «من فقط شما را دعوت کردم و خودتان پذیرفتید. مرا سرزنش نکنید و خود را سرزنش کنید» اشاره به اختیار انسان دارد و بیان می‌کند که عامل اصلی گناه اختیار انسان است و عوامل بیرونی فقط زمینه‌ساز گناه هستند.

۵۳- پاسخ: گزینه ۱

قسمت اول گزینه‌های ۳ و ۴ اشاره به ضرورت در پرتو و عدل دارند اما «آفرینش نخستین انسان» نشان‌دهنده امکان معاد است. دقت کنید که نمایش قدرت الهی در زنده شدن مردگان یا همان خلقت مجدد استخوان‌ها مشهود است که در گزینه ۱ به آن اشاره شده است.

۵۴- پاسخ: گزینه ۴

«یوم یبعثون» همان قیامت است.

دقت کنید که گزینه ۱ به اعمال فرشتگان در دنیا اشاره دارد و گزینه ۲ هم به خوردن مال یتیم در دنیا اشاره می‌کند و گزینه ۳ بیانگر درخواست گناهکاران از خدا در برزخ است. اما گزینه ۴ بیانگر شهادت اعضای بدن در قیامت می‌باشد.

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ای کاش دوست بد انتخاب نمی‌کردیم چون او ما را از یاد خدا بازداشت.

(۲) ای کاش همراه و هم‌مسیر پیامبر بودیم.

(۴) چنین حسرتی نمی‌خورند.

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

اشاره به حدیث علوی تحت عنوان (مراقبت از عهد) می‌نماید که می‌فرمایند: «گذشت ایام آفاتی دارد که موجب از هم‌گسیختگی تصمیم‌ها و کارها می‌شود.»

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

دستیابی به اهداف بزرگ و موفقیت انسان، ثمره تقوا است. تقوا هم نتیجه روزه است که آیه گزینه ۲ به آن اشاره دارد.

۵۸- پاسخ: گزینه ۳

تبرج که به معنای عدم رعایت عفاف در آراستگی است به نظر قرآن کاری جاهلانه است.

از طرفی دور شدن از عفاف موجب غفلت انسان از اهداف اصلی زندگی می‌شود.

۵۹- پاسخ: گزینه ۴

قسمت اول چون به انسان اشاره می‌نماید و اکسیر حیات انسان یعنی همان حیات روح او را می‌خواهد عبارت «استجیبوا لله و للرسول» درست است.

قسمت دوم اشاره به حیات مادی دارد که توسط آب انجام می‌شود و فایده آن حیات و زندگی در جهان مادی «لنحی به بلده...» می‌باشد.

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

گفتار کسانی که در الهی بودن قرآن شک دارند = قرآن افترای پیامبر ﷺ به خداوند است.

مرحله آغازین تحدی = تحدی در حد یک کتاب است که عبارت «علی ان یاتوا بمثل هذا القرآن...» به آن اشاره دارد.

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

به حدیث شریف «أئی تارک فیکم الثقلین کتاب الله و عترتی اهل بیتی ما ان تمسکتهم بهما لن تضلوا ابدا (تمسک به ثقلین راه مصونیت ابدی از گمراهی است) و انهما لن یفترقا (جدا نشدن قرآن و اهل بیت از یکدیگر و اینکه امام و قرآن، لازم و ملزوم یکدیگرند) حتی...» توجه کنید.

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

پیامبر ﷺ می فرمود: اگر در بحبوحه جنگ، یکی از مشرکان خواست تا در مورد حقیقت اسلام مطالبی بداند، او در پناه اسلام است تا کلام خدا را بشنود، اگر اسلام را پذیرفت، او هم برادر دینی شماست و اگر قبول نکرد، او را به جایی که احساس امنیت می کند، برسانید و پس از آن از خدا برای غلبه بر او یاری بجوید.

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

«انقلبتم علی اعقابکم» بیانگر هشدار قرآن درباره بازگشت به جاهلیت است که امیرالمومنین ﷺ با روشن بینی و درک عمیق خود مصادیق این بازگشت به جاهلیت را این گونه پیش بینی کردند که:

به زودی پس از من، زمانی فرا می رسد که در آن زمان، چیزی پوشیده تر از حق و آشکارتر از باطل و رایج تر از دروغ بر خدا و پیامبرش نباشد. نزد مردم آن زمان، کالایی کم بهتر از قرآن نیست، وقتی که بخواهد به درستی خوانده شود و کالایی رایج تر و فراوان تر از آن نیست، آنگاه که بخواهند به صورت وارونه و به نفع دنیا طلبان معنایش کنند. در آن ایام، در شهرها، چیزی ناشناخته تر از معروف و خیر و شناخته شده تر از منکر و گناه نیست.»

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

آغاز امامت امام زمان (عج) از سال ۲۶۰ ه. ق است و پایان غیبت صغری با نامه امام به چهارمین نائب خاص اتمام یافت.

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

امام علی ﷺ «نه لیس لانفسکم ثمن الا الجنه (ارزش و بهای جان انسان بهشت است) فلا تبعوها الا بها (خود را به کمتر از آن نفروشید)» در حدیث دیگری از امیرالمومنین ﷺ می خوانیم: «خالق جهان در نظر آنان بزرگ است. از این جهت، غیر خدا در نظرشان کوچک است.»

۶۶- پاسخ: گزینه ۴

از جدول صفحه ۱۵۴، معیارهای همسر شایسته طرح شده است.

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

آیه شریفه صورت سؤال بیانگر فقر ذاتی موجودات در پیدایش است و بیت گزینه ۲ هم اشاره به مقدمه دوم می نماید «هرچیز که وجودش از خودش نیست باید وجود را از کسی بگیرد که ذاتاً موجود است.»

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

دقت کنید که آیه صورت سؤال توحید در ولایت را گفته و ائمه در مسیر و مجرای خدا ولی ما هستند و گزینه ۳، ویژگی های ولی و سرپرست مؤمنین را نشان می دهد.

۶۹- پاسخ: گزینه ۲

معلول: «لا تتخذوا عدوی و عدوکم اولیا تلقون الیهم بالموده» = با دشمنان خدا و مسلمین، مودت یا همان مهربانی نداشته باشید. علت: «و قد کفروا بما جاکم من الحق» = چون آن ها کافر هستند.

۷۰- پاسخ: گزینه ۴

دقت کنید که پاسخ به نیازهای برتر تضمین کننده سعادت انسان است و اخلاص یا همان قرار دادن زندگی در مسیر خدا «تقومو الله» هم موجب سعادت مندی انسان می شود.

بنا بر متن کتاب و درس ۱ یازدهم، تباهی عمر در سایه عدم شناخت هدف زندگی حاصل می شود.

۷۱- پاسخ: گزینه ۳

علل طولانی: دارای نقش وابسته در مرتبه های مختلف و غیرمستقل هستند.

۷۲- پاسخ: گزینه ۱

صورت سؤال اشاره به سنت امداد عام الهی برای دنیا طلبان دارد.

بررسی گزینه ها:

(۱) امداد عام (۲) ابتلاء (۳) سبقت رحمت بر غضب (۴) امداء و استدراج

۷۳- پاسخ: گزینه ۳

قسمت اول: ناامید کردن از رحمت الهی است.

قسمت دوم: تسویف و تأخیر در توبه سبب عادت به گناه می شود.

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

اشرافی گری، تجمل گرایی برخی مسئولین و فساد اداری و مالی، یکی از مهم ترین عوامل عقب ماندگی اقتصادی و فاصله طبقاتی است که علاوه بر آثار منفی اقتصادی، باعث بی اعتمادی عمومی و رواج تجمل گرایی و مصرف گرایی در میان مردم می شود. بنابراین، بر مسئولین و مدیران کشور واجب است که از این شیوه زندگی اجتناب کنند و با اسوه قرار دادن خود، دیگران را به سوی یک اقتصاد سالم دعوت کنند. مجموعه افراد جامعه نیز باید با پیروی از پیامبر اکرم ﷺ و امر به معروف و نهی از منکر روابط اقتصادی را سالم نگه دارند.

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

هدف از مقابله سپاه اسلام به فرماندهی زهره بن عبدالله و سپاه ساسانیان به فرماندهی رستم فرخزاد، تلاش برای برقراری معیار چهارم تمدن اسلامی یعنی عدالت اجتماعی بوده است که آیه گزینه ۲ آن را نشان می دهد.

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: بعد از اینکه جسد همسرش را شناسایی کرده بود، پلیس‌ها از او خواستند تا متعلقات شخصی همسرش را جمع‌آوری کند.
نکته: به دلیل وجود قید after چون عملی بعد از عمل دیگر در گذشته رخ داده است، آن عمل زودتر را در قالب ماضی بعید می‌آوریم.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: در بعضی از گونه‌های ماهی، این جنس نر است که وظیفه مراقبت کردن از بچه‌ها را انجام می‌دهد، نه جنس ماده.
نکته: بعد از حرف اضافه همواره به فعل ing دار نیاز داریم که همان اسم مصدر است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: بیشتر پیشنهادات مطرح‌شده در جلسه خیلی مفید نبودند.
نکته: در اینجا نیاز به موصول داریم تا کلمه (پیشنهاد) را توصیف کند و چون حالت مجهول دارد بعد از موصول نیاز به فاعل نداریم.

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: چون نقاشی ارتباط بسیار نزدیکی با روابط میان افراد دارد، احتمالاً قدیمی‌ترین شکل هنری است که به وجود آمده است.
نکته: چون در این تست نقاشی را با تمام هنرهای دیگر مقایسه می‌کنیم، صفت برترین جواب این تست است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: در ۲۶ آگوست، او به آزمایشگاهش برگشت و روز بعد آن آزمایشاتش راجع به لامپ الکترونیکی‌اش را شروع کرد.

(۱) نسل‌ها (۲) آزمایشات (۳) ترکیبات (۴) اختراعات

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: آن مغازه همچنین کارهای هنری مانند: سفال، شیشه و وسایل تزئینی خانگی که توسط بیش از ۸۰ هنرمند ساخته شده است را می‌فروشد.

(۱) سفال (۲) گنج (۳) محصول (۴) ابزار، اسباب

۸۲- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: به منظور یافتن ایده ناب برای باغچه خودت چه راهی بهتر از اینکه باغچه دیگران را ببینی؟

(۱) راه‌حل (۲) الهام، ایده ناب (۳) تجربه (۴) تصور

۸۳- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: رئیس آتش‌نشانی از تیمش دفاع کرد و گفت که آن‌ها نهایت تلاش‌شان را کردند تا جان آن دختر را نجات دهند.

(۱) دفاع کردن (۲) مصرف کردن (۳) هشدار دادن (۴) انتقال دادن

۸۴- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: آیتم‌های منوی رستوران از غذاهای چینی مانند هات‌پات و دامپلینگز تا انواع پاستای ایتالیایی متغیر است.

(۱) متغیر بودن (۲) انتخاب کردن (۳) توسعه دادن، گسترش دادن (۴) تولید کردن

۸۵- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: خیلی از والدین احساس می‌کنند که می‌توانند در خانه آموزش مناسب‌تری ارائه دهند.

(۱) صادق (۲) جسمی (۳) مناسب (۴) تکراری

۸۶- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: چیزی که مدارس در مورد یک موضوع خاص و در یک سطح مشخص آموزش می‌دهند هنوز هم به شکل گسترده‌ای در میان ایالات و کشورها متغیر است.

(۱) به طور ناگهانی (۲) در حقیقت (۳) به طور کم‌کم، تدریجی (۴) به طور گسترده

۸۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: «اد» بیشتر رفیق‌هایش را در باشگاه دید. الان هفته‌ای یک بار آن‌ها جمع می‌شوند و با دوچرخه‌سواری در اطراف شهر با هم تمرین می‌کنند، همان‌طور که ضرب‌المثل داریم کبوتر با کبوتر، باز با باز.

(۱) کار نیکو کردن از پر کردن است.

(۲) باد آورده را باد می‌برد.

(۳) کبوتر با کبوتر، باز با باز

(۴) دو فکر بهتر از یک فکر است. (هر سری عقلی دارد.)

■ ترجمه Cloze Test:

وقتی که شما قرار است در رابطه با یک کتاب صحبت کنید لازم است که به دقت برای انجام آن آماده شوید. ابتدا باید کتابی را انتخاب کنید که از خواندن آن لذت ببرید و آن را خوب درک کنید. شما صحبت بهتری خواهید داشت اگر در رابطه با آنچه که صحبت می کنید احساس راحتی کنید. بعد از این که شما کتاب را انتخاب کردید در رابطه با آنچه می خواهید بگویید نکته برداری کنید. از برگه های یادداشت کوچک یا تکه های کاغذ استفاده کنید. سپس بر روی صحبت کردن از روی یادداشت ها تمرین کنید تا زمانی که بتوانید بدون خواندن یادداشت ها و بدون مکث زیاد صحبت کنید. حال باید زمان بندی کنید تا مطمئن شوید که صحبت شما بیش از حد طولانی یا کوتاه نباشد. در صورت لزوم سخن خود را تعدیل کنید تا به زمان بندی درستی برسید. در نهایت صحبت خود را با یک دوست تمرین کنید یا آن را ضبط کنید تا بتوانید به آن گوش دهید.

۸۸- پاسخ: گزینه ۲

توضیح: در این تست نیاز به یک حرف ربط داریم و چون فعل قبل گذشته است فعل بعدی نیز باید گذشته باشد.

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

(۱) تجدیدپذیر (۲) داوطلبانه (۳) متمایز، برجسته (۴) راحت

۹۰- پاسخ: گزینه ۴

توضیح: جمله ربطی به زمان گذشته ندارد زیرا در ادامه آن زمان حال آمده است و این تست کاربرد زمان حال کامل است.

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

(۱) تعریف (۲) دلیل (۳) مکث (۴) نکته

۹۲- پاسخ: گزینه ۱

توضیح: به دلیل وجود حرف ربط OF عبارت بعد از آن باید با عبارت قبل از آن برابر باشد.

■ ترجمه درک مطلب ۱:

من یک هوادار واقعی برای تلاش برای (حفظ) محیط زیست هستم و این ماه موعد ساعت سالانه زمین (بودجه بزرگ جهانی برای طبیعت) است. ساعت زمین رویدادی است که شما لامپ ها و برق غیر ضروری را بین ساعت ۸ تا ۹ شب خاموش می کنید و چیزهایی مثل تلویزیون، کامپیوتر و وسیله بازی تان. هرچند، شما تنها در خانه در تاریکی برای یک ساعت نمی نشینید بلکه مردم در گروه هایی جمع می شوند و بدون استفاده از برق خوش می گذرانند. کارهایی مثل رقصیدن، آتش بازی و برنامه های موسیقی محبوب هستند و شرکت در آن بسیار لذت بخش است. بسیاری از افراد سرشناس در رویداد ساعت زمین شرکت می کنند و امسال بسیار مهم است چراکه دهمین سالگرد این برنامه است. رویداد ساعت زمین تنها مربوط به صرفه جویی در مصرف برق نیست. افرادی که در این زمینه فعالیت دارند جنگلی را در اوگاندا کاشته اند، صفحه های خورشیدی در هندوستان ساخته اند و قانونی را در آرژانتین برای حفاظت از دریا تصویب کرده اند. من در ۵ سال اخیر هر ساله در رویداد ساعت زمین شرکت کرده ام و بخشی از فعالیت های بسیاری در مدرسه و دانشگاه بوده ام. سال گذشته، برای مثال دانشگاه من یک سینمای پدال زنی (دوچرخه ای) در محیط باز داشت. در سینمای پدال زنی (دوچرخه ای)، تنها راه برای ادامه تماشای فیلم رکاب زدن دوچرخه تان است. اگر همه توقف کنند، صفحه نمایش خاموش می شود! خوشبختانه تعداد ما آن قدر زیاد بود که کمک می کرد تا تماشای فیلم ادامه پیدا کند و ما این کار را نوبتی انجام می دادیم. هرچند بیرون در شب بسیار سرد بود، اما برای کسانی که رکاب نمی زدند شکلات داغ و پتو داشتیم. هر که آنجا بود، لذت بسیاری می برد.

۹۳- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: هدف اصلی نویسنده این متن چیست؟

(۱) معرفی یک رویداد خاص

(۲) مقایسه بعضی فعالیت های سرگرم کننده

(۳) پیدا کردن سرآغاز رویداد ساعت زمین

(۴) توصیف کردن بعضی راه های صرفه جویی در انرژی

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: طبق متن مردمی که در ساعت زمین شرکت می کنند

(۱) به طور خاص علاقه مند به محافظت کردن طبیعت در اوگاندا، هند و آرژانتین هستند.

(۲) بین ساعت ۸ و ۹ شب نباید بیرون بمانند.

(۳) از برق کمتری برای یک دوره مشخص زمانی استفاده می کنند.

(۴) تمام چراغ ها را برای یک ساعت خاموش می کنند.

توضیح: گزینه ۴ به این دلیل غلط است که گفته تمام چراغ ها در صورتی که در متن گفته همه چراغ های غیر ضروری.

۹۵- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: در متن اشاره می‌شود که در سینمای پدالی

- (۱) صفحه نمایش چند دفعه خاموش شد.
- (۲) همه نمی‌دانستند که چگونه رکاب بزنند.
- (۳) نویسنده بایستی دوچرخه‌اش را بدون توقف رکاب می‌زد.
- (۴) سرما باعث نشد که کسی احساس ناراحتی کند.

۹۶- پاسخ: گزینه ۴

کدام یک از گزینه‌های زیر بهترین توصیف را از گرایش نویسنده به ساعت زمین دارد؟

- (۱) آزرده‌خاطر (۲) نامطمئن (۳) متعجب (۴) سرگرم

■ ترجمه درک مطلب ۲:

چه تعداد سیاره در کهکشان ما وجود دارد؟ پاسخ‌گویی به این سؤال سخت است. آیا سیارات دیگری هستند که در آن‌ها حیات وجود داشته باشد؟ این دقیقاً همان چیزی است که مأموریت کپلر امید دارد که آن را کشف کند. ناسا تلسکوپ فضایی کپلر را که برای یافتن سیارات قابل زندگی طراحی شده بود در سال ۲۰۰۹ به فضا پرتاب کرد. تاکنون این تلسکوپ پنج سیاره جدید به اندازه زمین در ماورای منظومه شمسی مان کشف کرده است. این سیارات گرم‌تر از زمین هستند و تا آنجا که می‌دانیم بسیار گرم‌تر از آن است که بتوان بر روی آن زندگی کرد. تیم کپلر پیش‌بینی می‌کند که آن‌ها حداقل ۳ سال (و احتمالاً بیشتر) برای یافتن یک سیاره به مانند زمین وقت نیاز خواهند داشت. ساده‌ترین ملزومات برای اینکه یک سیاره قابل زندگی باشد (زندگی بر اساس کربن، مانند زمین) این است که آنجا آب مایع (نه یخ‌زده یا گاز) وجود داشته باشد. بنابراین فاصله سیاره از خورشید و در نتیجه دما مهم هستند. همچنین لازم است میزان مناسبی از هوا در آنجا وجود داشته باشد. اگر یک سیاره به اندازه مریخ (نصف اندازه زمین) کوچک باشد، گرانش ضعیف آن به معنای آن خواهد بود که نمی‌تواند دربردارنده مولکول‌های هوا باشد. اگر یک سیاره به اندازه نپتون (چهار برابر اندازه زمین) باشد، گرانش بسیار قوی و هوای بیش از اندازه‌ای دارد. بنابراین اندازه نیز مهم است.

هزینه مأموریت تقریباً ششصد میلیون دلار است. طبق برنامه‌ریزی قرار است این تلسکوپ تا سال ۲۰۱۳ به مشاهده خود ادامه دهد اما این زمان می‌تواند تمدید شود. آیا ما ناراحت خواهیم شد اگر بفهمیم در کهکشانمان تنها هستیم یا خوشحال خواهیم شد اگر بفهمیم که کهکشانمان را با گونه‌های دیگری از حیات شریک هستیم؟

۹۷- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: عمده متن راجع به چه چیزی بحث می‌کند؟

- (۱) ویژگی‌های پنج سیاره هم‌اندازه زمین
(۲) تلاشی برای پیدا کردن سیارات مثل زمین
(۳) منظومه شمسی ما و سیارات آن
(۴) درست کردن یک تلسکوپ فضایی

۹۸- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: متن نشان می‌دهد که مأموریت کپلر

- (۱) به وسیله یک مأموریت فضایی دیگر الهام گرفته شد.
- (۲) بعد از آن که شروع شد فوراً تمام نشد.
- (۳) به نظر نمی‌رسید که مانند بقیه مأموریت‌های فضایی موفق باشد.
- (۴) سیاراتی را پیدا کرد که هم‌دما با زمین بودند.

۹۹- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: کدام یک از گزینه‌های زیر بهترین توصیف را از عملکرد جمله خط کشیده شده پاراگراف ۲ دارد؟

- (۱) یک موقعیتی را توصیف می‌کند که شرط ذکر شده در جمله قبل را نمی‌تواند فراهم کند.
- (۲) تعریف لغتی که در جمله قبل آن است را انجام می‌دهد.
- (۳) یک راه‌حل برای مشکل توصیف شده در جمله قبل را فراهم می‌کند.
- (۴) از جمله قبل یک نتیجه می‌گیرد.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: در متن اطلاعات کافی برای پاسخ‌گویی به کدام سؤال وجود دارد؟

- (۱) چند سیاره در کهکشان ما وجود دارد؟
- (۲) چگونه ناسا می‌تواند هزینه مأموریت کپلر را کاهش دهد؟
- (۳) چه ویژگی‌هایی یک سیاره نیاز دارد تا بتواند زندگی را دربر بگیرد؟
- (۴) آیا ما ناراحت خواهیم شد اگر ما بفهمیم در کهکشانمان تنها هستیم یا خوشحال خواهیم شد اگر ما متوجه شویم که کهکشانمان را با گونه‌های دیگری از حیات شریک هستیم؟

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

اگر $x = \alpha$ ریشه معادله باشد، $x = -\alpha$ نیز ریشه معادله است. پس ریشه‌های معادله قرینه‌اند؛ بنابراین مجموع آن‌ها صفر است؛ یعنی $S = 0$. حال دقت کنید که با فرض $x^2 = t \geq 0$ می‌توان معادله را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$t^2 - 7t - 5 = 0 \xrightarrow{(*)} P' = -5 < 0$$

یعنی این معادله دو ریشه مختلف‌العلامت مانند $t_1 > 0$ و $t_2 < 0$ دارد، پس:

$$\begin{cases} x^2 = t_1 > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{t_1} \\ x^2 = t_2 < 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow S = 0 \\ P = x_1 x_2 = \sqrt{t_1} \times (-\sqrt{t_1}) = -t_1 \Rightarrow P^2 = t_1^2 \end{cases}$$

پس باید مربع ریشه مثبت معادله (*) را بیابیم. داریم:

$$t^2 - 7t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 20}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{7 + \sqrt{69}}{2} \Rightarrow P^2 = \frac{1}{4}(49 + 69 + 14\sqrt{69}) = \frac{59 + 7\sqrt{69}}{2}$$

$$2P^2 - 3SP + 2S = 59 + 7\sqrt{69} - 0 + 0 = 59 + 7\sqrt{69}$$

بنابراین:

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

$$A = \left| \begin{matrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{matrix} \right| = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2) = \log 10 \times \log \frac{5}{2} = \log \frac{5}{2}$$

ابتدا دقت کنید که:

ضمناً $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$ پس معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\log \frac{5}{2} \times \frac{\log(3x-2)}{\log \frac{5}{2}} = 1 \Rightarrow \log(3x-2) = 1 \Rightarrow 3x-2 = 10 \Rightarrow x = 4$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا دقت کنید که $147 = 3 \times 7^2 = 3 \times 21^2$ و $1323 = 3^3 \times 7^2 = 3 \times 21^2$ پس می‌توان نوشت:

$$\log_{21} 147 = \log_{21} \frac{21^2}{3} = \log_{21} 21^2 - \log_{21} 3 = 2 - \log_{21} 3$$

$$\log_{21} 1323 = \log_{21} 21^2 \times 3 = \log_{21} 21^3 + \log_{21} 3 = 3 + \log_{21} 3$$

$$(\log_{21} 3)^2 + (2 - \log_{21} 3)(3 + \log_{21} 3) = (\log_{21} 3)^2 + (4 - (\log_{21} 3)^2) = 4$$

بنابراین عبارت داده شده برابر است با:

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲

در نامعادله باید \geq بیاید.

به ازای $x > \frac{3}{2}$ مخرج همواره مثبت است. وقتی جواب، بازه $[2, 4]$ است، لازم است $x = 2$ و $x = 4$ ریشه‌های صورت باشند. $x = 4$ ریشه

$$x - 3\sqrt{x} + 2 = 0 \text{ است؛ پس } x = 2 \text{ ریشه } (m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4 = 0 \text{ است.}$$

$$(m^2 - 1) \times 4 - 4m \times 2 + 4 = 0 \xrightarrow{+4} (m^2 - 1) - 2m + 1 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m = 0 \Rightarrow m = 0, 2$$

حال دقت کنید که به ازای $m = 0$ نامعادله به صورت زیر است:

$$\frac{(-x^2 + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} (-x^2 + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2) \geq 0 \Rightarrow (2-x)(2+x)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) \geq 0$$

$$\xrightarrow{x > \frac{3}{2}} 2 \leq x \leq 4$$

بنابراین $m = 0$ قابل قبول است.

دقت کنید که به ازای $m = 2$ داریم:

$$\frac{(3x^2 - 8x + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} (x-2)(3x-2)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{3}{2}} x \in \left(\frac{3}{2}, 2\right] \cup [4, +\infty)$$

پس $m = 2$ قابل قبول نیست.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

$$\tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \times \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{2}{15} = \frac{8}{15}, \quad \sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \times \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{16}} = \frac{2}{17} = \frac{8}{17}, \quad \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\tan \alpha} = \frac{\frac{8}{17}}{\frac{8}{15}} = \frac{15}{17}$$

پس:

$$\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\frac{8}{15} - \frac{8}{17}}{\frac{8}{17} - \frac{15}{17}} = \frac{\frac{16}{255}}{-\frac{7}{17}} = -\frac{16}{105}$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۱

ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(\alpha) = 4 \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha = 4 \sin \alpha - 8 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha = 6 \sin \alpha - 8 \sin^3 \alpha = 2(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha)$$

می‌دانیم $\sin^3 \alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$ ، پس:

$$f(\alpha) = 2 \sin 3\alpha$$

بنابراین:

$$\Rightarrow f\left(\frac{4\pi}{9}\right) = 2 \sin \frac{4\pi}{3} = 2 \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$$

راه حل دوم:

به کمک رابطه تبدیل ضرب به جمع داریم:

$$f(\alpha) = 2(2 \sin \alpha \cos 2\alpha) + 2 \sin \alpha = 2(\sin 3\alpha + \sin(-\alpha)) + 2 \sin \alpha = 2 \sin 3\alpha \Rightarrow f\left(\frac{4\pi}{9}\right) = -\sqrt{3}$$

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۴

معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$2 \cos^2 \alpha \times 2 \cos^2 2\alpha \times 2 \cos^2 4\alpha = \frac{1}{8} \Rightarrow (\lambda \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha)^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow \lambda \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

دقت کنید که:

$$\lambda \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \frac{4}{\sin \alpha} \underbrace{(\sin \alpha \cos \alpha)}_{\sin 2\alpha} \cos 2\alpha \cos 4\alpha = \frac{4}{\sin \alpha} \underbrace{(\sin 2\alpha \cos 2\alpha)}_{\sin 4\alpha} \cos 4\alpha = \frac{2 \sin 4\alpha \cos 4\alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin 8\alpha}{\sin \alpha}$$

پس باید دو معادله زیر را حل کنیم:

$$\langle 1 \rangle \frac{\sin 8\alpha}{\sin \alpha} = 1 \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \sin 8\alpha = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} \lambda \alpha = 2k\pi + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{7} \\ \lambda \alpha = (2k+1)\pi - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{(2k+1)\pi}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0, \pm \frac{2\pi}{7}, \pm \frac{4\pi}{7}, \pm \frac{6\pi}{7}, \dots \\ \alpha = \pm \frac{\pi}{9}, \pm \frac{2\pi}{9}, \pm \frac{4\pi}{9}, \pm \frac{5\pi}{9}, \pm \pi, \dots \end{cases}$$

توجه کنید که $\alpha = \pm \pi$ غیر قابل قبول است، زیرا: $\sin \alpha \neq 0$

$$\langle 2 \rangle \frac{\sin 8\alpha}{\sin \alpha} = -1 \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \sin 8\alpha = -\sin \alpha = \sin(-\alpha) \Rightarrow \begin{cases} \lambda \alpha = 2k\pi - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{9} \\ \lambda \alpha = (2k+1)\pi + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{(2k+1)\pi}{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0, \pm \frac{2\pi}{9}, \pm \frac{4\pi}{9}, \pm \frac{6\pi}{9}, \pm \frac{8\pi}{9}, \dots \\ \alpha = \pm \frac{\pi}{7}, \pm \frac{2\pi}{7}, \pm \frac{4\pi}{7}, \pm \pi, \dots \end{cases}$$

بنابراین ماکزیمم جواب معادله در بازه $[0, \pi]$ برابر $\frac{8\pi}{9}$ است.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳

با فرض $P(x) = ax^2 + bx + c$ داریم: $P'(x) = 2ax + b$; پس:

$$P(x) \mid P'(x) \\ \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow P(x) = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)P'(x) - 2 \\ -2$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)(2ax + b) - 2 \Rightarrow ax^2 + bx + c = ax^2 + \left(2a + \frac{b}{2}\right)x + (b - 2)$$

$$\begin{cases} b = 2a + \frac{b}{2} \\ c = b - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4a \\ c = b - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4a \\ c = 4a - 2 \end{cases} \quad \text{پس:}$$

بنابراین: $P(x) = ax^2 + 4ax + (4a - 2)$. مجموع ضرایب $P(x)$ برابر است با: از آنجا که $a \in \mathbb{N}$ داریم:

$$a \geq 1 \Rightarrow 4a \geq 4 \Rightarrow 4a - 2 \geq 2 \Rightarrow P_{\min}(1) = 2$$

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۱

$$1, 2, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \dots$$

جملات دنباله را می‌نویسیم:

ملاحظه می‌شود که اگر جمله‌ای به صورت $\frac{a}{b}$ باشد، جمله قبل از آن به صورت $\frac{b}{a-b}$ است، لذا جمله قبل از آن نیز به صورت $\frac{a-b}{2b-a}$ است.

$$a_{100} = \frac{k}{m} \Rightarrow a_{99} = \frac{m}{k-m} \Rightarrow a_{98} = \frac{k-m}{2m-k} \quad \text{بنابراین:}$$

$$a_{100} = \frac{1}{a_{99}} + 1 = \frac{1}{\frac{1}{a_{98}} + 1} + 1 = \frac{1}{\frac{1+a_{98}}{a_{98}}} + 1 = \frac{a_{98}}{1+a_{98}} + 1 = \frac{1+2a_{98}}{1+a_{98}} \quad \text{راه حل دوم:}$$

$$\frac{1+2a_{98}}{1+a_{98}} = \frac{k}{m} \Rightarrow m + 2ma_{98} = k + ka_{98} \Rightarrow (2m-k)a_{98} = k-m \Rightarrow a_{98} = \frac{k-m}{2m-k} \quad \text{پس:}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1 \Rightarrow a_{n+1} - 1 = \frac{1}{a_n} \Rightarrow a_n = \frac{1}{a_{n+1} - 1} \quad \text{راه حل سوم:}$$

$$a_{99} = \frac{1}{a_{100} - 1} = \frac{1}{\frac{k}{m} - 1} = \frac{m}{k-m} \quad \text{حال با جای‌گذاری } n=98 \text{ و } n=99 \text{ داریم:}$$

$$a_{98} = \frac{1}{a_{99} - 1} = \frac{1}{\frac{m}{k-m} - 1} = \frac{k-m}{m - (k-m)} = \frac{k-m}{2m-k}$$

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۱

$$a_n = \begin{cases} 2^k & n = 0, 3, 6, 9; \quad k = 0, 1, 2, 3 \\ -2k + 4 & n = 1, 4, 7; \quad k = 0, 1, 2 \\ \left\lfloor \frac{n}{k+2} \right\rfloor + a & n = 2, 5, 8; \quad k = 0, 1, 2 \end{cases} \quad \text{پس:}$$

$$a + a_1 + a_2 + \dots + a_9 = (a + a_3 + a_6 + a_9) + (a_1 + a_4 + a_7) + (a_2 + a_5 + a_8) \\ = (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + 2 + 0) + \left(\left\lfloor \frac{2}{2} \right\rfloor + a + \left\lfloor \frac{5}{3} \right\rfloor + a + \left\lfloor \frac{8}{4} \right\rfloor + a\right) = 15 + 6 + 4 + 3a = 25 + 3a \\ 3a + 25 = 19 \Rightarrow a = -2 \quad \text{بنابراین:}$$

$$a_n = \left\lfloor \frac{2k+2}{k+2} \right\rfloor - 2 = \left\lfloor \frac{2(k+2)-4}{k+2} \right\rfloor - 2 = \left\lfloor 2 - \frac{4}{k+2} \right\rfloor - 2 = 2 + \left\lfloor \frac{-4}{k+2} \right\rfloor - 2 = 1 + \left\lfloor \frac{-4}{k+2} \right\rfloor \quad \text{پس به ازای } n = 2k+2 \text{ داریم:}$$

به ازای $k = 0, 1, 2, \dots, 9$ داریم: $n = 2, 4, 6, \dots, 20$; پس:

$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20} = \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{2} \right\rfloor\right) + \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{4} \right\rfloor\right) + \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{6} \right\rfloor\right) + \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{8} \right\rfloor\right) + \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{10} \right\rfloor\right) + \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{12} \right\rfloor\right) + \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{14} \right\rfloor\right) + \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{16} \right\rfloor\right) + \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{18} \right\rfloor\right) + \left(1 + \left\lfloor \frac{-4}{20} \right\rfloor\right) \\ = (1-2) + (1-2) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) = -2$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا دقت کنید که:

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 9 \cos^2 x \leq 9 \Rightarrow -1 \leq \sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} \leq 2$$

$$\Rightarrow 2^{-1} \leq \sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} \leq 2^2$$

$$\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} = (\sqrt[3]{1 - 9 \cos^2 x})^{-1}$$

ضمناً:

پس با تغییر متغیر $\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1}$ باید برد تابع $\frac{1}{2} \leq t \leq 4$; $y = t - \frac{1}{t}$ را بیابیم. تابع پیوسته است و داریم:

$$y' = 1 + \frac{1}{t^2} > 0$$

پس تابع اکیداً صعودی است و داریم:

$$\begin{cases} y_{\min} = y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2} \\ y_{\max} = y(4) = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4} \end{cases} \Rightarrow R_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right] \Rightarrow a = -\frac{3}{2}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow b - a = \frac{15}{4} + \frac{3}{2} = \frac{21}{4}$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|} > 0 \Rightarrow 6 + \sqrt{|x|} - |x| > 0$$

لازم است عبارت جلوی لگاریتم مثبت باشد:

$$6 + t - t^2 > 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 < 0 \Rightarrow (t+2)(t-3) < 0 \Rightarrow -2 < t < 3 \xrightarrow{t \geq 0} 0 \leq t < 3$$

با فرض $\sqrt{|x|} = t \geq 0$ داریم:

پس باید:

$$0 \leq \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow 0 \leq |x| < 9 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9 \Rightarrow D = (-9, 9)$$

همواره
برقرار

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۳

تابع حاصل از انتقال k واحد در راستای قائم و $k - 2$ واحد در جهت افقی بر روی $y = \sqrt{4 - x}$ را تابع $y = g(x)$ می‌نامیم. تابع g وارونش را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع کرده و با فرض این که نقطه برخورد تابع و وارونش بر روی $y = x$ قرار دارد، پس $g(1) = 1$. حال اگر تابع g را یک واحد به پایین انتقال دهیم تابع $h(x)$ حاصل می‌شود، یعنی:

$$h(x) = g(x) - 1$$

$$x = 1 \Rightarrow h(1) = g(1) - 1 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow h(1) = 0$$

پس تابع h در $x = 1$ محور x ها را قطع می‌کند.

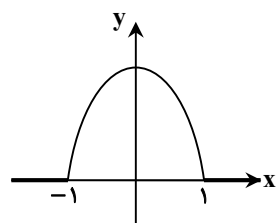
۱۱۴- پاسخ: گزینه ۳

ضابطه تابع gof را می‌یابیم.

$$\begin{cases} x < -1 \Rightarrow f(x) = -1 \Rightarrow \text{gof}(x) = g(-1) = 0 \\ -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow f(x) = x \Rightarrow \text{gof}(x) = g(x) = 1 - x^2 \\ x > 1 \Rightarrow f(x) = 1 \Rightarrow \text{gof}(x) = g(1) = 0 \end{cases}$$

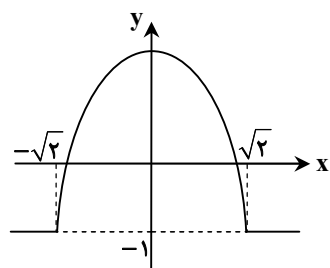
پس نمودار تابع gof چنین است:

تابع gof در نقاط مجموعه $A = \{\pm 1\}$ مشتق‌ناپذیر و در سایر نقاط مشتق‌پذیر است. حال ضابطه تابع fog را می‌یابیم:



$$\text{fog}(x) = f(1 - x^2) = \begin{cases} -1 & 1 - x^2 < -1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 > 2 \Rightarrow x < -\sqrt{2} \vee x > \sqrt{2} \\ 0 \leq x^2 \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \end{cases} \\ 1 - x^2 & -1 \leq 1 - x^2 \leq 1 \\ 1 & 1 - x^2 > 1 \Rightarrow x^2 < 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

پس نمودار تابع fog چنین است:



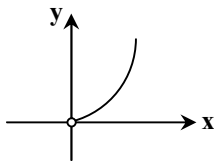
این تابع در نقاط مجموعه $B = \{\pm\sqrt{2}\}$ مشتق‌ناپذیر است؛ پس مجموعه نقاطی که تابع gof یا

fog در آن‌ها مشتق‌ناپذیر است، مجموعه ۴ عضوی زیر است:

$$A \cup B = \{-\sqrt{2}, -1, 1, \sqrt{2}\}$$

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ ؛ پس ضابطه تابع f با دامنه $D_f = (0, +\infty)$ به صورت زیر قابل بازنویسی است: $f(x) = x^{\log_3 9} = x^2 \quad x > 0$ که نمودار آن چنین است:



راه دوم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 9^{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 9^{-\infty} = 0$$

پس گزینه ۲ پاسخ است.

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1\right)}{(1 - \cos \sqrt{2x})^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1\right)^2}{(2 \sin^2 \frac{\sqrt{2x}}{2})^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}\right)^2}{\left(2\left(\frac{\sqrt{2x}}{2}\right)^2\right)^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{1}\right)^2}{\left(2 \times \frac{x}{2}\right)^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1-\sqrt{1-x^2})^2}{x^n}$$

$$1 - \sqrt{1-x^2} = (1 - \sqrt{1-x^2}) \times \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{1 + \sqrt{1-x^2}} = \frac{1 - (1-x^2)}{1 + \sqrt{1-x^2}} = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1-x^2}}$$

در صورت می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{x^2}{1 + \sqrt{1-x^2}}\right)^2}{x^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{x^2}{2}\right)^2}{x^n} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4}{x^n}$$

پس حد چنین است:

برای آنکه حاصل حد موجود و عددی مخالف صفر باشد، باید $n = 4$ و در این صورت حاصل حد برابر $a = \frac{1}{4}$ است و داریم $a + n = \frac{17}{4}$.

توجه: به‌ازای $n < 4$ ، حاصل حد موجود و برابر $a = 0$ است؛ لذا باید در سؤال قید شود $a \neq 0$. سؤال بی‌اشکال نیست.

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۱

وقتی $x \rightarrow \frac{-1^-}{2}$ ، در یک همسایگی چپ $x = -\frac{1}{2}$ داریم:

$$x < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x^2} < 12 \\ -\frac{2}{x^2} > -8 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{1}{2} = -\infty$$

پس می‌توان حد را به صورت زیر بازنویسی و حل کرد:

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۴

تابع تنها در ریشه‌های مخرج ناپیوسته است؛ پس باید مخرج دقیقاً دو ریشه داشته باشد. در این صورت مخرج چنین است:

$$ax^3 - bx + 2 = a(x-m)(x-n)^2$$

از طرفی تابع تنها دو مجانب دارد. اگر $a = 0$ باشد داریم $f(x) = \frac{-bx^2 + 2}{-bx + 2}$ که هم با شرط بالا، ناسازگار است و هم تابع دو مجانب موازی

محورهای مختصات ندارد؛ پس $a \neq 0$ (۱ نادرست است). در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx + 2} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ مجانب افقی}$$

پس باید تابع علاوه بر این مجانب فقط یک مجانب داشته باشد که آن مجانب هم قائم است. بنابراین لازم است صورت عامل $x - m$ و یا عامل

$(x - n)^2$ داشته باشد تا از ضابطه تابع فقط یک مجانب قائم حاصل شود ببینید:

$$f(x) = \frac{a(x-m)(x^2 + kx + l)}{a(x-m)(x-n)^2} \Rightarrow x = n \text{ مجانب قائم}$$

$$f(x) = \frac{a(x-n)^2(x+t)}{a(x-n)^2(x-m)} \Rightarrow x = m \text{ مجانب قائم}$$

و یا:

پس صورت و مخرج ریشه مشترک دارند. این ریشه را x_0 می‌نامیم:

$$\begin{cases} ax_0^3 - bx_0^2 + 2 = 0 \\ ax_0^3 - bx_0^2 + 2 = 0 \end{cases}$$

دو رابطه بالا را از هم کم می‌کنیم:

$$bx_0^2 - bx_0 = 0 \Rightarrow bx_0(x_0 - 1) = 0$$

اگر $b = 0$ ، مخرج نمی‌تواند دو ریشه داشته باشد. $x_0 = 0$ هم نمی‌تواند ریشه صورت و مخرج باشد؛ پس:

$$bx_0(x_0 - 1) = 0 \xrightarrow{x_0 \neq 0, b \neq 0} x_0 - 1 = 0 \Rightarrow x_0 = 1$$

بنابراین $x = 1$ ریشه صورت و مخرج است و داریم:

$$a - b + 2 = 0 \Rightarrow b = a + 2$$

در این صورت:

$$ax^3 - bx^2 + 2 = ax^3 - (a+2)x^2 + 2 = ax^3 - ax^2 - 2x^2 + 2 = ax^2(x-1) - 2(x-1)(x+1) = (x-1)(ax^2 - 2x - 2)$$

$$ax^3 - bx^2 + 2 = ax^3 - (a+2)x^2 + 2 = ax^3 - ax^2 - 2x^2 + 2 = ax(x-1)(x+1) - 2(x-1) = (x-1)(ax^2 + ax - 2)$$

بنابراین:

$$f(x) = \frac{(x-1)(ax^2 - 2x - 2)}{(x-1)(ax^2 + ax - 2)} = \frac{ax^2 - 2x - 2}{ax^2 + ax - 2}$$

با توجه به آنچه در ابتدای حل گفتیم یا باید صورت و مخرج عامل $(x-1)$ داشته باشند که در این صورت باید $ax^2 - 2x - 2$ و $ax^2 + ax - 2$ بر $x-1$ بخش پذیر باشند و این نشدنی است و یا باید $ax^2 + ax - 2$ مربع کامل باشد. در این صورت:

$$\Delta = a^2 + 8a = 0 \Rightarrow a = 0, -8 \xrightarrow{a \neq 0} a = -8 \xrightarrow{b = a + 2} b = -6$$

توجه: می‌توانیم به جای به دست آوردن a و b ، گزینه‌ها را بررسی کنیم.

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۲

وقتی $x \rightarrow -\infty$ توان‌های بیشتر مؤثرند؛ بنابراین حد را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{a^2 x^2 \times a^4 x^4 \times \dots \times a^{100} x^{100}}}{a^{49} x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(ax)^{2+4+6+\dots+100}}}{a^{49} x^k}$$

دقت کنید که:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 100 = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 50) = 2 \times \frac{50 \times 51}{2} = 50 \times 51$$

پس حد داده شده به صورت زیر است:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(ax)^{50 \times 51}}}{a^{49} x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|^{51}}{a^{49} x^k}$$

چون حاصل حد فوق یک عدد متناهی غیر صفر است، باید $k = 51$. در این صورت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|^{51}}{a^{49} x^{51}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a|^{51} |x|^{51}}{a^{49} x^{51}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a|^{49} \times |a|^2 (-x)^{51}}{a^{49} x^{51}} = -a^2 \left(\frac{|a|}{a}\right)^{49}$$

حاصل عبارت بالا عددی منفی است، پس باید $a > 0$ و در این صورت:

$$-a^2 = -1 \Rightarrow a = \pm 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا دقت کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \cos^2 2x \times (-\sin 2x) \times 2 + 2ax}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \times 1 \times (-2x) \times 2 + 2ax}{x} = -12 + 2a$$

پس:

$$-12 + 2a = 2 \Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$$

در $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ حاصل حد مخرج صفر و حاصل حد، متناهی است؛ پس باید حد صورت هم صفر باشد، در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos^2 2x + 7x^2 + b) = 1 + 0 + b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$a + b = 6$$

بنابراین:

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۳

تابع پیوسته بوده و در یک همسایگی $x = 0$ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} -\sin 2x + 1 & x < 0 \\ \sin 2x + 1 & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2\cos 2x & x < 0 \\ 2\cos 2x & x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_-(0) = -2 \\ f'_+(0) = 2 \end{cases}$$

شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست بر منحنی در نقطه $(0, 1)$ به ترتیب برابر -2 و $+2$ است؛ پس معادلات آن‌ها چنین است:

نیم‌مماس چپ: $y - 1 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 1$

نیم‌مماس راست: $y - 1 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 1$

محل تلاقی این دو خط را با نیمساز ربع دوم و چهارم $y = -x$ می‌یابیم:

$$\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -x = -2x + 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow A(1, -1)$$

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -x = 2x + 1 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow B(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$$

پس:

$$AB = \sqrt{(1 + \frac{1}{3})^2 + (-1 - \frac{1}{3})^2} = \sqrt{2 \times (\frac{4}{3})^2} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$$

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۲

باید مشتق را تعیین علامت کنیم:

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2}(x^2 - 1)^{\frac{-1}{3}} \Rightarrow f'(x) = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2} \times (-\frac{1}{3})(x^2 - 1)^{\frac{-4}{3}} \times 2x = \frac{1}{\sqrt{x}} + x(x^2 - 1)^{\frac{-4}{3}} = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{x}{(x^2 - 1)^{\frac{4}{3}}} > 0$$

چون $x > 0$ ، مشتق همواره مثبت است؛ پس تابع در بازه‌هایی که مشتق پذیر است اکیداً صعودی است.

$D_f = [0, +\infty) - \{1\}$ و تابع در $x = 0, 1$ مشتق‌ناپذیر است؛ پس تابع در بازه‌های $(0, 1)$ و $(1, +\infty)$ اکیداً صعودی است. دقت کنید که

تابع در $x = 1$ مجانب قائم دارد و در دو طرف آن تعریف شده است؛ پس نمی‌تواند روی بازه $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ صعودی باشد.

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۴

باید بازه‌هایی را بیابیم که در آن‌ها $f'(x) \leq 0$.

$$f(x) = \frac{x^6}{x^3 - 8} \Rightarrow f'(x) = \frac{6x^5(x^3 - 8) - 3x^2(x^6)}{(x^3 - 8)^2} = \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3 - 8)^2} \leq 0$$

مخرج همواره مثبت است، پس باید:

$$\frac{x \neq 2}{x^6 - 32x^3} \leq 0 \Rightarrow x^3(x^3 - 32) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \sqrt[3]{32}, x \neq 2$$

از آنجا که $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ است تابع در $x = 2$ تعریف نشده (مجانب قائم) و مشتق‌ناپذیر است؛ پس تابع در بازه‌های $(0, 2)$ و $(2, \sqrt[3]{32})$ اکیداً نزولی است. طول بازه اول برابر $2 - 0 = 2$ و طول بازه دوم برابر است با:

$$\sqrt[3]{32} - 2 = \sqrt[3]{8 \times 4} - 2 = 2\sqrt[3]{4} - 2 = 2(\sqrt[3]{4} - 1) < 2$$

پس طول بازه مطلوب دومی است.

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۳

نقاط اکسترمم تابع را می‌یابیم:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = -1, 2$$

تابع در این دو نقطه بحرانی دارای اکسترمم نسبی است:

$$f(-1) = -2 - 3 + 12 + 1 = 8 \Rightarrow A(-1, 8)$$

$$f(2) = 16 - 12 - 24 + 1 = 19 \Rightarrow B(2, -19)$$

پس شیب خط AB برابر است با:

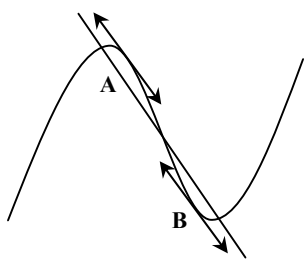
$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-19 - 8}{2 + 1} = \frac{-27}{3} = -9$$

باید نقاطی را بیابیم که در آن‌ها $f'(x) = -9$ است:

$$6x^2 - 6x - 12 = -9 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

معادله دو ریشه حقیقی دارد؛ پس تعداد نقاط مطلوب دو است.

راه حل دوم:



نمودار تابع مطابق شکل روبه‌رو است. واضح است که در دو نقطه از منحنی می‌توان مماس رسم کرد؛ به طوری که مماس با خط AB موازی باشد.

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۱

$P \Rightarrow (q \vee r)$	} $\Rightarrow n(S) = 7$
د د د	
د د ن	
د ن د	
ن د د	
ن د ن	
ن ن د	
ن ن ن	

اینکه گزاره ۲ نادرست باشد، یکی از سه حالت زیر است:

$P \Rightarrow (q \vee r)$	} $\Rightarrow n(A) = 3$
د د ن	
ن د ن	
ن ن ن	

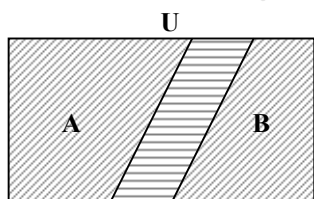
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{7}$$

بنابراین:

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۱

$$A \cup B = U \Rightarrow A' \cap B' = U' \Rightarrow A' \cap B' = \emptyset \quad (*) \quad C = (A - B) \cup (B - A) \Rightarrow C' = (A - B)' \cap (B - A)'$$

به کمک نمودار ون رابطه بالا واضح است:



$$\begin{aligned} (A - B)' &= B \\ (B - A)' &= A \\ C' &= B \cap A \quad (***) \end{aligned}$$

پس:

حال به سراغ رابطه سوم می‌رویم:

$$B = [(A' - B)' \cap C]' = [(A' \cap B)'] \cap C' \stackrel{(*)}{=} [(\emptyset)' \cap C]' = (U \cap C)' = C' \stackrel{(**)}{=} A \cap B \Rightarrow A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۳

$$P \text{ توان عدد اول} = \left[\frac{n}{P} \right] + \left[\frac{n}{P^2} \right] + \left[\frac{n}{P^3} \right] + \dots$$

برای محاسبه توان‌های عامل اول P در n! از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

اینک هریک از توان‌های عوامل اول ۲ تا ۱۹ را حساب می‌کنیم:

$$2 \text{ توان} = \left[\frac{20}{2} \right] + \left[\frac{20}{4} \right] + \left[\frac{20}{8} \right] + \left[\frac{20}{16} \right] = 10 + 5 + 2 + 1 = 18$$

$$3 \text{ توان} = \left[\frac{20}{3} \right] + \left[\frac{20}{9} \right] = 6 + 2 = 8$$

$$5 \text{ توان} = \left[\frac{20}{5} \right] = 4$$

$$7 \text{ توان} = \left[\frac{20}{7} \right] = 2$$

$$\left[\frac{20}{11} \right] = \left[\frac{20}{13} \right] = \left[\frac{20}{17} \right] = \left[\frac{20}{19} \right] = 1$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = 18 + 8 + 4 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 36$$

بنابراین داریم:

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۳

از روی جدول واضح است که میانه برابر ۱۳/۵ است.

اگر $a > 31$ ، تفاضل چارک اول و سوم از روی جدول می شود ۱۸ و برای آنکه ۱۷ شود باید $a = 30$ باشد، پس جدول به صورت زیر تغییر می کند.

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۰	۳۱
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۱	۵

$$\bar{x} = \frac{33 + 24 + 78 + 42 + 56 + 30 + 155}{22} = \frac{418}{22} = 19$$

$$\sigma^2 = \frac{3(11-19)^2 + 2(12-19)^2 + 6(13-19)^2}{22}$$

$$\frac{3(14-19)^2 + 2(28-19)^2 + 1(30-19)^2 + 5(31-19)^2}{22} = \frac{192 + 98 + 216 + 75 + 162 + 121 + 720}{22} = \frac{1584}{22} = 72$$

دقت شود که با افزودن مقداری ثابت به داده‌ها، واریانس تغییری نمی کند.

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۳

شماره گذاری به صورت زیر است:

○	○	○	○	○
۱	۰	۷	۰	۱
۲	۰	۸	۰	۲
	۰	۹	۰	۳
	۱	۰	۰	۴
	۱	۱	۰	۵
	۱	۲	۰	۶
	۱	۳	۰	۷
	۱	۴	۰	۸
	۱	۵	۰	۹
	۱	۶	۱	۰
	۱	۷	۱	۱
	۱	۸	۱	۲

طبیعتاً اولویت شماره گذاری به جهت اینکه $1 < 2$ با پسرهاست. پس اگر تا سن ۱۴ سالگی پسرها را بشماریم از ۰۷ تا ۱۴ تعداد ۸ حالت و از پایه ۰۱ تا ۱۲ تعداد ۱۲ پایه داریم که می شود:

$$12 \times 8 = 96$$

حال باید ۴ عضو دیگر جلو برویم تا به عضو صدم برسیم که واضح است که عضو صدم ۱۵ سال دارد:

○	○	○	○	○
۹۷	۱	۱	۵	۰
۹۸	۱	۱	۵	۰
۹۹	۱	۱	۵	۰
۱۰۰	۱	۱	۵	۰

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۲

فضای نمونه‌ای به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{کل اعداد خروجی} = 21 \times 20 = 420$$

اعداد تکراری در میان این ۴۲۰ عدد، عبارتند از:

$$\left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} (11, 1) | (11, 2) | \dots | (11, 9) \\ (1, 11) | (1, 12) | \dots | (1, 19) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{عدد ۹} \\ \left. \begin{array}{l} (21, 1) | (21, 2) | \dots | (21, 9) \\ (2, 11) | (2, 12) | \dots | (2, 19) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{عدد ۹} \\ (12, 1) \\ (1, 21) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{عدد ۱} \Rightarrow n(S) = 420 - 19 = 401$$

حال بین این اعداد مضرب ۶ عبارتند از اعداد زوجی که مجموع ارقامشان بر ۳ بخش پذیر است.

- حالت ۱: $۳k+۱ \equiv ۲ \Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow$ عدد ۷
- حالت ۲: $۳k+۲ \equiv ۴ \Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow$ عدد ۷
- حالت ۳: $۳k \equiv ۶ \Rightarrow k=۱$ تا $k=۷ \Rightarrow$ عدد ۷
- حالت ۴: $۳k+۱ \equiv ۸ \Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow$ عدد ۷
- حالت ۵: $۳k+۲ \equiv ۱۰ \Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow$ عدد ۷
- حالت ۶: $۳k \equiv ۱۲ \Rightarrow k=۱$ تا $k=۷ \Rightarrow$ عدد ۷
- حالت ۷: $۳k+۱ \equiv ۱۴ \Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow$ عدد ۷
- حالت ۸: $۳k+۲ \equiv ۱۶ \Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow$ عدد ۷
- حالت ۹: $۳k \equiv ۱۸ \Rightarrow k=۱$ تا $k=۷ \Rightarrow$ عدد ۷
- حالت ۱۰: $۳k+۱ \equiv ۲۰ \Rightarrow k=۰$ تا $k=۶ \Rightarrow$ عدد ۷

مجموعاً ۷۰ حالت شد، اما دقت کنید که در رقم یکسان ۴ عدد و ۱۱۴ در دو حالت ۲ و ۷ و در رقم یکان ۶ عدد ۲۱۶ در دو حالت ۳ و ۸ وجود دارد که یکبار باید حساب شود. پس تا اینجا $۶۸ = ۷۰ - ۲ = ۶۸$ عدد شد؛ از طرفی اعداد ۶۶ و ۱۲۱۲ و ۱۸۱۸ به دلیل از کنار هم قرارگیری ۲ عدد یکسان وجود ندارند، بنابراین تعداد اعداد خواسته شده با شرایط مطلوب برابر با:

$$n(A) = 68 - 3 = 65$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{65}{401}$$

در نتیجه:

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۲

اعداد مربع کامل و مضرب ۱۸ به فرم $k^2 \times 3^2 \times 2^2$ هستند که اگر بخواهیم پنج رقمی باشند باید داشته باشیم:

$$10000 \leq 2^2 \times 3^2 \times k^2 \leq 99999$$

$$\xrightarrow{\div 36} 2778 \leq k^2 \leq 2777$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} 17 \leq k \leq 52$$

$$\Rightarrow k \text{ تعداد} = 52 - 17 + 1 = 36$$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر عدد N را به عوامل اول به صورت $P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} P_3^{\alpha_3} \dots P_n^{\alpha_n}$ تجزیه کنیم، تعداد مقسوم علیه‌های مثبت آن برابر است با:

$$(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1) \dots (\alpha_n + 1)$$

$$x = 2^m \times 5^n \Rightarrow \text{تعداد مقسوم علیه‌های مثبت} = (m+1)(n+1)$$

بنابراین داریم:

$$\frac{x}{40} = \frac{2^m \times 5^n}{2^3 \times 5} = 2^{m-3} \times 5^{n-1}$$

تعداد مقسوم علیه‌های مثبت $(m-2)(n)$

$$(m+1)(n+1) = n(m-2) + 12 \Rightarrow nm + m + n + 1 = nm - 2n + 12 \Rightarrow m + 3n = 11$$

دقت کنید که برای صحیح بودن عدد $\frac{x}{40}$ باید $m \geq 3$ و $n \geq 1$ باشد، پس با حدس و آزمایش خواهیم داشت:

$$m + 3n = 11 \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow x_{\min} = 2^5 \times 5^2 = 32 \times 25 = 800$$

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۳

$$aba \equiv 0 \Rightarrow a + 10b + 100a \equiv 0 \Rightarrow 101a + 10b \equiv 0 \xrightarrow{-96a} 5a + 10b \equiv 0 \xrightarrow{\div 5, (5, 12)=1} a + 2b \equiv 0$$

حال برای پیدا کردن کوچکترین عدد با بستی a کمترین مقدار باشد. با توجه به اینکه $2b$ زوج است a نمی‌تواند ۱ باشد پس حداقل a باید ۲ باشد:

$$a = 2 \Rightarrow 2 + 2b \equiv 0 \Rightarrow 2b \equiv -2 \xrightarrow{\div 2, (2, 12)=2} b \equiv -1 \equiv 5 \Rightarrow b = 5$$

پس کمترین عدد، $aba = 252$ است.

و برای آنکه aba بزرگترین عدد باشد باید a بیشترین مقدار باشد و باز هم چون $2b$ زوج است a نمی‌تواند ۹ باشد و بیشترین مقدار a برابر ۸ است:

$$a = 8 \Rightarrow 8 + 2b \equiv 0 \Rightarrow 2b \equiv -8 \xrightarrow{\div 2, (2, 12)=2} b \equiv -4 \equiv 8$$

بیشترین عدد، $aba = 888$ است.

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{252 + 888}{2} = 570$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۲

$$q - 3 = r \Rightarrow r = q - 3$$

$$a = 11q + \underbrace{q - 3}_r = 12q - 3$$

$$0 \leq r \leq 11 - 1 \Rightarrow 0 \leq q - 3 \leq 10 \Rightarrow 3 \leq q \leq 13 \Rightarrow q \in \{3, 4, 5, \dots, 13\}$$

$$a > 9 \Rightarrow 12q - 3 > 9 \Rightarrow q > 1 \Rightarrow n(S) = 11$$

پس تعداد q برابر ۱۱ است.

حال باید $a - 9$ بر ۲۴ بخش پذیر باشد، پس:

$$a - 9 \equiv 0 \Rightarrow 12q - 3 - 9 \equiv 0 \Rightarrow 12q \equiv 12$$

$$\xrightarrow{+12} \xrightarrow{+12} q \equiv 1 \Rightarrow q = 2k + 1$$

یعنی q باید فرد باشد، پس:

$$q \in \{3, 5, 7, 9, 11, 13\} \Rightarrow n(A) = 6$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{11}$$

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۳

$$(10 - m)! \equiv 36 \equiv 0 \Rightarrow m \in \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow \max(m) = 4$$

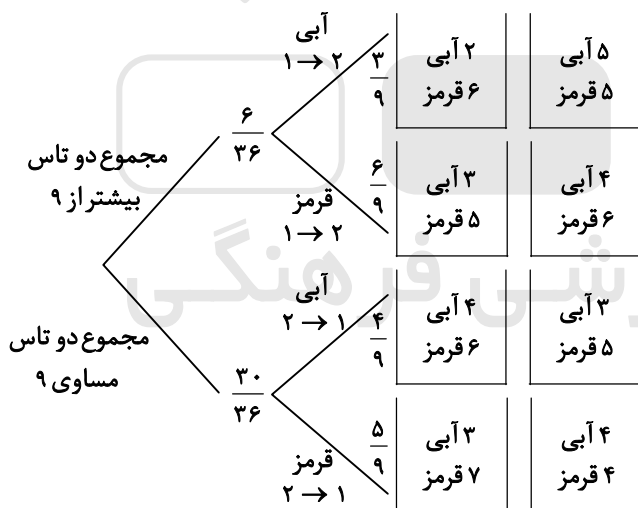
پس باید باقیمانده تقسیم 4^{123} بر ۱۵ را حساب کنیم:

$$4^2 \equiv 16 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان ۶۱}} 4^{122} \equiv 1 \xrightarrow{\times 4} 4^{123} \equiv 4$$

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{احتمال} = \frac{6}{36} \Rightarrow \text{احتمال} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

حال به کمک نمودار درختی داریم:



$$\Rightarrow \text{احتمال قرمز در ظرف با مهره بیشتر} = \frac{5}{10}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال قرمز در ظرف با مهره بیشتر} = \frac{6}{10}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال قرمز در ظرف با مهره بیشتر} = \frac{6}{10}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال قرمز در ظرف با مهره بیشتر} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{6} \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \right) + \frac{5}{6} \left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} + \frac{5}{9} \times \frac{7}{10} \right) = \frac{173}{270}$$

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۴

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{10}{x_4}$$

$$x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow \binom{10+3-1}{3-1} = \binom{12}{2} = 66, \quad x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5 \Rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

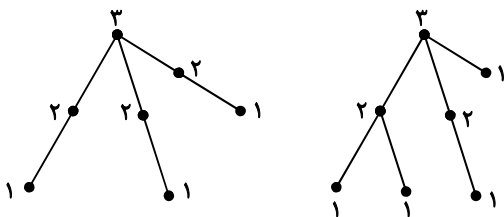
$$x_4 = 5 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 2 \Rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6, \quad x_4 = 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 \Rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

$$66 + 21 + 6 + 3 = 96$$

تعداد کل جوابها برابر است با:

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۲

گراف مد نظر به شکل روبه‌رو است:



بنابراین:

$$q_{\min} = 6$$

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به تعریف مربع لاتین داریم:

(۱) $a_{۳۱}$ به طور یکتا می‌شود ۴

(۲) $a_{۵۳}$ به طور یکتا می‌شود ۲

(۳) به طور منحصر به فرد داریم: $\begin{cases} a_{۴۵} = ۵ \\ a_{۴۱} = ۳ \end{cases}$

(۴) به طور یکتا داریم: $\begin{cases} a_{۳۱} = ۵ \\ a_{۲۵} = ۲ \end{cases}$

(۵) به طور منحصر به فرد داریم: $\begin{cases} a_{۱۴} = ۵ \\ a_{۵۴} = ۳ \end{cases}$

(۶) $a_{۱۲} = a$ نمی‌تواند ۱ و ۲ باشد، پس $a = ۴$ است و داریم: $\begin{cases} a_{۱۵} = ۱ \\ a_{۵۵} = ۴ \end{cases}$

آنگاه $a_{۵۲}$ بطور یکتا فقط با ۵ بر خواهد شد و در نتیجه خواهیم داشت:

$a_{۱۱}$	a	۳	$a_{۱۴}$	$a_{۱۵}$
$a_{۲۱}$	۳	۱	۴	$a_{۲۵}$
$a_{۳۱}$	۲	۵	۱	۳
$a_{۴۱}$	۱	۴	۲	$a_{۴۵}$
b	$a_{۵۲}$	$a_{۵۳}$	$a_{۵۴}$	$a_{۵۵}$

۲	a	۳	۵	۱
۵	۳	۱	۴	۲
۴	۲	۵	۱	۳
۳	۱	۴	۲	۵
b	۵	۲	۳	۴

$$b = ۱ \Rightarrow (a, b) = (۴, ۱)$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۲

هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینه ۱: این مجموعه اصلاً احاطه‌گر نیست، زیرا رأس g را احاطه نمی‌کند.

گزینه ۲: این مجموعه یک مجموعه احاطه‌گر مینمال است، زیرا با حذف هریک از رئوس دیگر احاطه‌گر نیست.

گزینه ۳: این مجموعه نیز اصلاً احاطه‌گر نیست، زیرا رئوس e و g را احاطه نمی‌کند.

گزینه ۴: این مجموعه نیز اصلاً احاطه‌گر نیست، زیرا رأس g احاطه نمی‌شود.

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۱

$$\vec{a} = (-1, \alpha, 1) \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2+1}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2+\alpha^2}} \Rightarrow \alpha = 0$$

پس $\vec{a} = (-1, 0, 1)$ و داریم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i}(0 - \frac{2}{3}) - \vec{j}(-2 + \frac{4}{3}) + \vec{k}(-\frac{2}{3} - 0)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\frac{2}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{2}{3}\vec{k} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$$

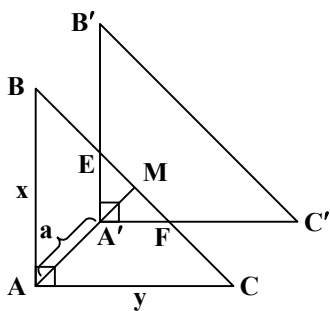
$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \frac{2}{3}(-1, 1, -1) \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \frac{2}{3}\vec{c}$$

زاویه بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ با محور z ها، همان زاویه بردار \vec{c} با محور z ها است. بنابراین:

$$\cos \theta = \frac{-1}{|\vec{c}|} = \frac{-1}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۱

میانه وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه برابر با نصف وتر است، پس:



$$AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

فرض می‌کنیم اندازه بردار انتقال \overline{AT} برابر a باشد، پس: $AA' = a$ و داریم:

$$\triangle MAC : A'F \parallel AC \Rightarrow \frac{MA'}{MA} = \frac{A'F}{AC} \Rightarrow \frac{4-a}{4} = \frac{A'F}{y} \Rightarrow A'F = \left(\frac{4-a}{4}\right)y$$

$$\triangle MAB : A'E \parallel AB \Rightarrow \frac{MA'}{MA} = \frac{A'E}{AB} \Rightarrow \frac{4-a}{4} = \frac{A'E}{x} \Rightarrow A'E = \left(\frac{4-a}{4}\right)x$$

$$S_{A'EF} = \frac{1}{16}S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2}A'F \cdot A'E = \frac{1}{16} \times \frac{1}{2}AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4-a}{4}\right)^2 xy = \frac{1}{16}xy \Rightarrow \left(\frac{4-a}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{4-a}{4} = \pm \frac{1}{4} \Rightarrow 4-a = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=5 \end{cases}$$

توجه کنید که $a=5$ غیر قابل قبول است، زیرا در این حالت بین مثلث اولیه و انتقال یافته آن مساحتی به وجود نمی‌آید. پس: $a=3$

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۱

سطر سوم ماتریس سمت چپ را در ماتریس وسط ضرب می‌کنیم، داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

دوباره سطر سوم ماتریس اول را در ماتریس دوم ضرب می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow 7+1-5=3$$

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۴

اگر در یک ماتریس جای سطرها و ستون‌های آن ماتریس را عوض کنیم، ترانزپوز آن ماتریس به دست می‌آید. ترانزپوز A را با A^T نشان می‌دهیم، پس داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B \cdot A^T \cdot A = 52I \Rightarrow B \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix}$$

$$B \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix} \times \frac{1}{42-16} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 52 & 0 \\ 0 & 52 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -8 & 28 \end{bmatrix}$$

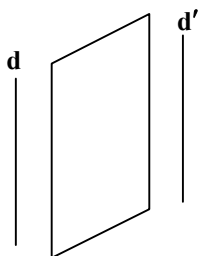
بیشترین درایه ماتریس B برابر ۲۸ است.

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۲

طبق شکل روبه‌رو، مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، روی صفحه‌ای که موازی این دو خط و دقیقاً وسط آن دو خط واقع است قرار دارند. بنابراین گزینه ۱ نادرست است. در مورد گزینه‌های ۳ و ۴ دقت کنید که:

■ مجموعه نقاطی از صفحه که از یک نقطه و یک خط که از آن نقطه نمی‌گذرد به یک فاصله باشند، روی منحنی سهمی شکل قرار دارند. چنین نقاطی در فضا تشکیل سهمی نمی‌دهند.

■ مجموعه نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های هر نقطه آن از دو نقطه ثابت در صفحه به یک اندازه باشند، روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند. چنین نقاطی در فضا تشکیل بیضی نمی‌دهند. بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



۱۴۶- پاسخ: گزینه ۲

رأس و کانون سهمی را می‌یابیم: $(x-1)^2 = 12y + 6 \Rightarrow (x-1)^2 = 12(y + \frac{1}{2}) \Rightarrow F(1, -\frac{1}{2})$

سهمی قائم و رو به بالاست، پس داریم: $fa = 12 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow F'(1, -\frac{1}{2} + 3) \Rightarrow F'(1, \frac{5}{2})$

نقاط F و F' کانون‌های بیضی هستند، بنابراین مرکز بیضی نقطه وسط FF' است: $O' = \frac{F+F'}{2} \Rightarrow O'(1, \frac{-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}}{2}) \Rightarrow O'(1, 1)$

فاصله مرکز بیضی تا مبدأ مختصات برابر است با: $OO' = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

۱۴۷- پاسخ: گزینه ۱

اگر شش ضلعی محاط شده در مثلث، شش ضلعی منتظم باشد، آنگاه مثلث باید متساوی‌الاضلاع باشد، زیرا:

$\hat{B}\hat{S}R = \hat{B}\hat{R}S = 60^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow BS = BR = SR = a$

به طریق مشابه داریم:

$AM = AN = MN = CP = CQ = PQ = a \Rightarrow AB = AC = BC = 3a$

بنابراین با توجه به اینکه طول ضلع مثلث ۱۵ می‌باشد، طول ضلع ۶ ضلعی برابر $\frac{15}{3} = 5$ می‌شود.

۱۴۸- پاسخ: گزینه ۴

شکل زیر را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم $M\hat{O}y = \alpha$ پس $x\hat{O}M = 2\alpha$ و داریم:

$\sin 2\alpha = \frac{MN}{OM} \Rightarrow MN = OM \sin 2\alpha$

$\sin \alpha = \frac{MP}{OM} \Rightarrow MP = OM \sin \alpha$

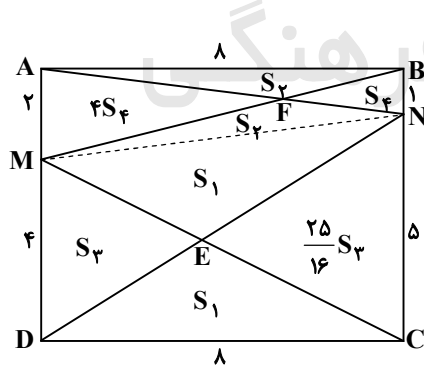
$\frac{MN}{MP} = \frac{OM \sin 2\alpha}{OM \sin \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \cos \alpha = 2 \times \frac{OP}{OM} = \frac{2OP}{OM}$

۱۴۹- پاسخ: گزینه ۱

در دوزنقه‌های AMNB و DMNC طبق قضیه شبه پروانه داریم:

$S_{MNE} = S_{EDC} = S_1$

$S_{FMN} = S_{AFB} = S_2$



دو مثلث EMD و ENC متشابه با نسبت تشابه $\frac{5}{4}$ هستند، پس:

$S_{EMD} = S_2 \Rightarrow S_{ENC} = \frac{25}{16} S_2$

$S_{MDC} = S_1 + S_3 = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$

$S_{DNC} = S_1 + \frac{25}{16} S_2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20 \Rightarrow \begin{cases} S_1 + S_3 = 16 \\ S_1 + \frac{25}{16} S_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow S_1 = \frac{80}{9}$

دو مثلث AFM و FBN نیز متشابه با نسبت تشابه $\frac{1}{2}$ هستند، پس:

$S_{FBN} = S_2 \Rightarrow S_{FAM} = 4S_2$

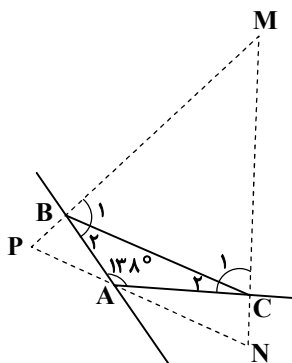
$S_{ABM} = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8 \Rightarrow \begin{cases} S_2 + 4S_2 = 8 \\ S_2 + S_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow S_2 = \frac{8}{3}$

$S_{ABN} = \frac{1}{2} \times 8 \times 1 = 4 \Rightarrow \begin{cases} S_2 + S_2 = 4 \end{cases}$

$S_{MENF} = S_1 + S_2 = \frac{80}{9} + \frac{8}{3} = \frac{104}{9}$

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۱

طبق شکل مقابل، کوچک‌ترین زاویه بین دو نیمساز خارجی، بین دو نیمساز خارجی رئوس B و C به وجود می‌آید.



$$\hat{C}_1 = \frac{180^\circ - \hat{C}_2}{2}, \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{B}_2}{2}$$

در مثلث MBC داریم:

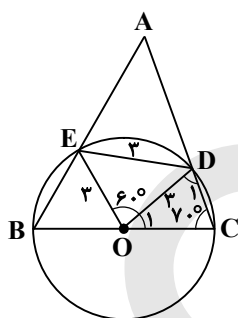
$$\hat{M} = 180^\circ - (\hat{C}_1 + \hat{B}_1) = 180^\circ - \left(\frac{180^\circ - \hat{C}_2}{2} + \frac{180^\circ - \hat{B}_2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \hat{M} = 180^\circ - \frac{360^\circ - (\hat{C}_2 + \hat{B}_2)}{2} = \frac{1}{2}(\hat{C}_2 + \hat{B}_2)$$

$$\Rightarrow \hat{M} = \frac{1}{2}(180^\circ - 138^\circ) = 21^\circ$$

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۳

چون شعاع دایره ۳ واحد و ED = ۳ است، پس مثلث OED متساوی‌الاضلاع است.



$$\hat{EOD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ED} = 60^\circ$$

$$OC = OD \Rightarrow \hat{D}_1 = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

$$\widehat{DC} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{EDC} = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$$

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{AC}{BC} = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{3}BC$$

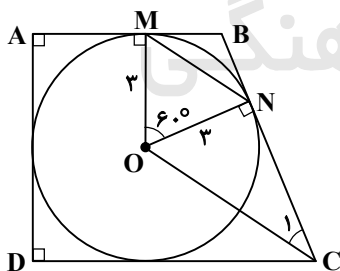
$$AC^2 = BC \cdot CD$$

$$\Rightarrow \frac{CD - BC}{BC} = \frac{3 - 1}{1} \Rightarrow \frac{DB}{BC} = 2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3}BC)^2 = BC \cdot CD \Rightarrow 3BC^2 = BC \cdot CD \Rightarrow 3BC = CD \Rightarrow \frac{CD}{BC} = \frac{3}{1}$$

۱۵۳- پاسخ: گزینه ۱

در شکل زیر، چهارضلعی OMBN دارای ۲ زاویه قائمه است، پس:



$$\hat{MON} + \hat{MBN} = 180^\circ \Rightarrow \hat{MON} + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{MON} = 60^\circ$$

چون OM = ON، پس مثلث OMN متساوی‌الاضلاع به ضلع ۳ است و داریم:

$$S_{\Delta OMN} = \frac{OM^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{3^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

در دوزنقه زوایای مجاور به ساق‌ها مکمل‌اند، بنابراین:

$$\hat{MBN} + \hat{NCD} = 180^\circ \Rightarrow 120^\circ + \hat{NCD} = 180^\circ \Rightarrow \hat{NCD} = 60^\circ$$

OC نیمساز زاویه NCD است، پس $\hat{C}_1 = 30^\circ$ و داریم:

$$\hat{ONC} : \hat{C}_1 = 30^\circ \Rightarrow ON = \frac{1}{2}OC \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}OC \Rightarrow OC = 6$$

$$\cos \hat{C}_1 = \frac{NC}{OC} \Rightarrow NC = OC \cdot \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ONC} = \frac{1}{2}ON \cdot NC = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{OMNC} = S_{\Delta OMN} + S_{\Delta ONC} = \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$$

۱۵۴- پاسخ: گزینه ۴

نقطه برخورد قطرهای $x+y=1$ و $x-y=3$ ، مرکز دایره است. پس:

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=1-x=1-2=-1 \Rightarrow \text{مرکز } O(2, -1)$$

چون خط $4x+3y+5=0$ بر دایره مماس است، پس فاصله مرکز دایره تا این خط برابر شعاع دایره است.

$$\text{شعاع } R = \frac{|4 \times 2 + 3(-1) + 5|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|8-3+5|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

فاصله نقطه $M(4, -2)$ تا مرکز دایره را می‌یابیم.

$$OM = \sqrt{(4-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} > 2$$

نقطه M خارج دایره است، پس کمترین فاصله نقطه M تا دایره به صورت زیر است:

$$AM = OM - OA = OM - R = \sqrt{5} - 2$$

۱۵۵- پاسخ: گزینه ۳

چون دو دایره فقط یک مماس مشترک دارند، پس دو دایره مماس داخل هستند و داریم:

$$R = a^2 - 2, R' = 6a - 1$$

$$\text{خط مرکزین } = d = |R - R'|$$

$$a^2 - 6a - 1 = \pm 6$$

$$a^2 - 6a - 1 = 6 \Rightarrow a^2 - 6a - 7 = 0 \Rightarrow (a-7)(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=7 \\ a=-1 \end{cases}$$

$a = -1$ غیر قابل قبول است، زیرا در این حالت R و R' عددی منفی خواهند شد.

$$a^2 - 6a - 1 = -6 \Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=5 \end{cases}$$

$a = 1$ نیز غیر قابل قبول است زیرا در این حالت R عددی منفی خواهد شد.

پس $a = 7$ و $a = 5$ قابل قبول است و میانگین این دو عدد برابر است با:

$$\frac{5+7}{2} = 6$$

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۱

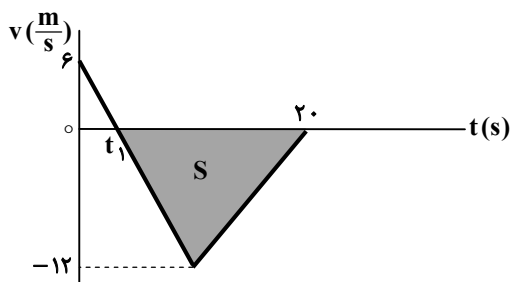
■ در واپاشی بتا، به‌طور کلی ذره β درون هسته مادر وجود ندارد؛ بلکه از تبدیل یک نوترون به پروتون یا برعکس به وجود می‌آید. اغلب هسته‌ها با واپاشی بتا در حالت ناپایدار قرار می‌گیرند و با گسیل گاما به حالت پایه می‌روند. (درستی الف و نادرستی پ)

■ ذره β^+ جرم یکسانی با الکترون دارد اما بار الکتریکی آن‌ها متفاوت است. این ذره هنگامی به وجود می‌آید که یکی از پروتون‌های هسته وامی باشد و به یک نوترون و پوزیترون (β^+) تبدیل می‌شود. (درستی ب و نادرستی ت)

بنابراین دو مورد «الف» و «ب» درست هستند.

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۲

مدت زمانی که متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، $t_1 < t < 20$ s است.

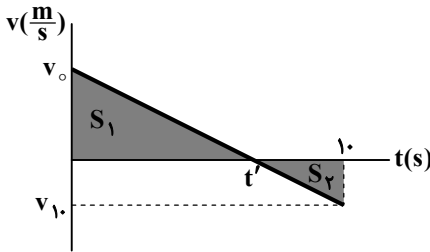


$$l = |S| = \frac{(20-t_1) \times 12}{2} = 6(20-t_1)$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{6(20-t_1)}{20-t_1} = 6 \frac{m}{s}$$

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۴

چون در این بازه زمانی، اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط روی خط راست متفاوت است، به این معناست که جهت حرکت عوض شده و سرعت ثانویه منفی است.



$$v_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} \Rightarrow v / \Delta t = \frac{|S_1| - |S_2|}{10} \Rightarrow |S_1| - |S_2| = 75 \text{ m} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{10} = 8 / 5 \Rightarrow |S_1| + |S_2| = 85 \text{ m} \quad (2) \text{ رابطه}$$

از روابط (۱) و (۲) می توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} |S_1| - |S_2| = 75 \text{ m} \\ |S_1| + |S_2| = 85 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow 2|S_1| = 160 \Rightarrow |S_1| = 80 \text{ m}, |S_2| = 5 \text{ m}$$

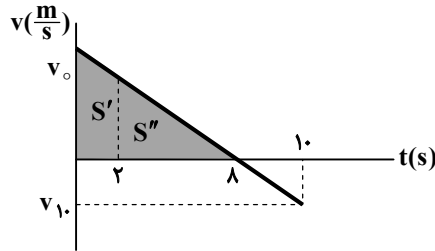
از تشابه دو مثلث با مساحت های S_1 و S_2 داریم:

$$\frac{|S_1|}{|S_2|} = \left(\frac{t'}{10-t'}\right)^2 \Rightarrow \frac{80}{5} = \left(\frac{t'}{10-t'}\right)^2 \Rightarrow 4 = \frac{t'}{10-t'} \Rightarrow t' = 8 \text{ s}$$

$$S'_1 + S''_2 = S_1 = 80 \text{ m}$$

$$\frac{S''_2}{S_1} = \left(\frac{8-2}{8}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{S''_2}{80} = \frac{9}{16} \Rightarrow S''_2 = 45 \text{ m}$$

$$S'_1 = S_1 - S''_2 = 80 - 45 = 35 \text{ m}$$



مساحت زیر نمودار $v-t$ در ۲ ثانیه اول حرکت برابر با جابه جایی است و چون سرعت متحرک در این بازه تغییر جهت نداده، اندازه جابه جایی و مسافت طی شده نیز یکسان است:

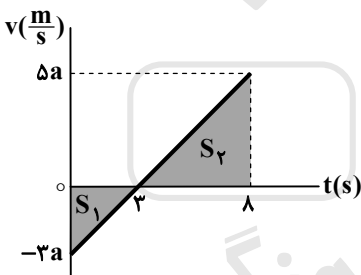
$$\ell_{(0-2s)} = S'_1 = 35 \text{ m}$$

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۳

شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در هر لحظه، سرعت متحرک را نشان می دهد؛ بنابراین در لحظه $t = 3 \text{ s}$ ، شیب خط مماس یعنی سرعت متحرک برابر صفر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_3 = 3a + v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = -3a \quad (1) \text{ رابطه} \\ v_8 = 8a + v_0 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} v_8 = 8a - 3a = 5a \quad (2) \text{ رابطه} \end{cases}$$

حالا نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می کنیم:



$$S_1 = \frac{3 \times (-3a)}{2} = -\frac{9}{2}a$$

$$S_2 = \frac{5 \times 5a}{2} = \frac{25}{2}a$$

$$\frac{\Delta x_{(0-8s)}}{\ell_{(0-8s)}} = \frac{|S_2| - |S_1|}{|S_2| + |S_1|} = \frac{\frac{25}{2}a - \frac{9}{2}a}{\frac{25}{2}a + \frac{9}{2}a} = \frac{8a}{17a} = \frac{8}{17}$$

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۳

مکان متحرک در لحظه های $t_1 = 3 \text{ s}$ و $t_2 = 5 \text{ s}$ برابر با $x_3 = x_5 = 0$ است؛ بنابراین داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 3v_0 + x_0 \\ 0 = \frac{1}{2}a(5)^2 + 5v_0 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{2}a + 3v_0 = \frac{25}{2}a + 5v_0 \Rightarrow -8a = 2v_0 \Rightarrow v_0 = -4a \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} 0 = at - 4a \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

حالا لحظه تغییر جهت متحرک را حساب می کنیم:

با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در بازه زمانی $3 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s}$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v_3 + v_4}{2} \times \Delta t \Rightarrow (-1) - 0 = \frac{v_3 + 0}{2} \times 1 \Rightarrow v_3 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow -2 = 3a + v_0 \xrightarrow{v_0 = -4a} -2 = 3a - 4a = -a \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{9}{2} \times 2 - 8 \times 3 + x_0 \Rightarrow x_0 = 15 \text{ m}$$

مسافت طی شده در بازه زمانی $t_1 = 0 \text{ s}$ تا $t_2 = 5 \text{ s}$ را به دست می آوریم:

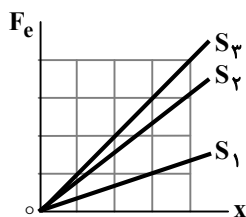
$$\ell = |x_4 - x_0| + |x_5 - x_4| = |-1 - 15| + |0 - (-1)| = 17 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17 \text{ m}}{5 \text{ s}}$$

تندی متوسط در این بازه برابر است با:

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار داده شده و استفاده از قانون هوک داریم:



شیب خط نمودار $F_e = kx \Rightarrow k = (F_e - x)$

$$\begin{cases} k_3 = \frac{4}{4} = 1 \\ k_2 = \frac{2}{4} \end{cases} \Rightarrow k_2 = \frac{2}{4} k_3 \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\begin{cases} k_3 = 1 \\ k_1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{3} k_3 \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} k_1 = \frac{1}{3} \times \frac{4}{4} k_2 = \frac{1}{3} k_2$$

$$F_e = kx \Rightarrow 30 = k_2 \times 4 \Rightarrow k_2 = \frac{30}{4} = 7.5 \frac{N}{cm}$$

$$\frac{F_{e1}}{F_{e2}} = \frac{k_1}{k_2} \times \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow 1 = \frac{1}{9} \times \frac{x_1}{4} \Rightarrow x_1 = 36 \text{ cm}$$

$$\frac{F_{e2}}{F_{e1}} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow 1 = \frac{4}{3} \times \frac{x_2}{36} \Rightarrow x_2 = 9 \text{ cm}$$

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۴

در مرحله اول حرکت (قبل از پاره شدن نخ) داریم:

$$F_N = mg$$

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.2 \times 5 \times 10 = 10 \text{ N}$$

$$F_{net} = F - f_k = ma_1 \Rightarrow 15 - 10 = 5a_1 \Rightarrow a_1 = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times (2)^2 = 2 \text{ m}$$

در مرحله دوم، هنگامی که نخ پاره می شود، تندی مکعب $2 \frac{m}{s}$ است و در راستای افقی، فقط نیروی اصطکاک بر مکعب وارد می شود.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_2 = 1 \times 2 = 2 \frac{m}{s}$$

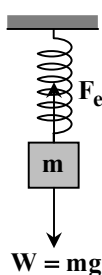
$$F_{net} = 0 - f_k = ma_2 \Rightarrow -10 = 5a_2 \Rightarrow a_2 = -2 \frac{m}{s^2}$$

مکعب پس از طی مسافت Δx_2 می ایستد:

$$v^2 - v_2^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow 0 - (2)^2 = 2 \times -2 \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 1 \text{ m}$$

$$\Delta x_{total} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 3 \text{ m}$$

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۲



$$F_{net} = mg - F_e = ma$$

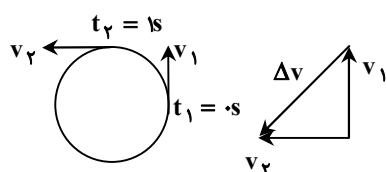
$$\begin{cases} 50 - 20 \cdot (L_1 - L_0) = 5 \times 2 \\ 50 - 20 \cdot (L_2 - L_0) = 5 \times -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 - L_0 = \frac{1}{5} \text{ m} \\ L_2 - L_0 = \frac{11}{40} \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow L_2 - L_1 = \frac{11}{40} - \frac{1}{5} = \frac{3}{40} \text{ m} = 0.75 \text{ cm}$$

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۱

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{4\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

متحرک در مدت $\frac{T}{4}$ ، یک ربع دایره را طی می کند:



$$\Delta t = \Delta s = \frac{T}{4}$$

$$\Delta v = \sqrt{2} v = 10\pi\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 10\pi\sqrt{2} \frac{m}{s^2}$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{100\pi^2}{20} = 5\pi^2 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{a_{av}}{a_c} = \frac{10\pi\sqrt{2}}{5\pi^2} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۲

$$x = 0.02 \cos \frac{\pi}{2} t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s, \Delta t = \frac{25}{12} - \frac{1}{12} = 2s = \frac{T}{2}$$

در مدت $\frac{T}{2}$ ، مسافت طی شده یعنی l دو برابر دامنه نوسان است.

$$l = 2A = 0.04m = 4cm \quad s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{4cm}{2s} = 2 \frac{cm}{s}$$

۱۶۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{3}{2}\lambda = 0.3m \Rightarrow \lambda = 0.2m$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 0.2 = 10T \Rightarrow T = \frac{2}{100}s$$

$$\Delta t = nT \Rightarrow \frac{9}{400} = n \times \frac{2}{100} \Rightarrow n = \frac{9}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{9}{8}T = T + \frac{1}{8}T$$

پس از این مدت، ذره A در حال حرکت به سمت مرکز نوسان بوده و حرکتش تندشونده است. توجه کنید که تندی آن بیشینه نیست، زیرا هنوز به مرکز نوسان نرسیده است. در این لحظه، ذره B در حال دور شدن از مرکز نوسان بوده و حرکتش کندشونده است.

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} x &= 4 \cos \omega t \\ -2 &= 4 \cos \frac{2}{15} \omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cos \frac{2}{15} \omega = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{15} \omega = \begin{cases} \frac{2\pi}{3} & \text{غلق} \\ \frac{4\pi}{3} & \checkmark \end{cases}$$

$$\omega = \frac{4\pi}{\frac{2}{15}} = 10\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.2s$$

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{100} \times \frac{16}{10000} \times 100\pi^2 = \frac{1}{25} J$$

۱۶۸- پاسخ: گزینه ۱

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 92 - 28 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \frac{6}{4} = 1.5 = 1.5 - (2 \times 0.5)$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 10^{1.5} - 2 \log 2 = \log 10^{1.5} - \log 4 = \log \frac{10^{1.5}}{4} = \log \frac{2}{5} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{2}{5} \times 10^6$$

۱۶۹- پاسخ: گزینه ۴

$$f_1 + f_2 = 375 \xrightarrow{f_n = n f_1} f_1 + 2f_1 = 3f_1 = 375 \Rightarrow f_1 = 125 \text{ Hz}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 125 = \frac{1 \times v}{2 \times 0.4} \Rightarrow v = 100 \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 100 = \sqrt{\frac{F \times 0.4}{0.1}} \Rightarrow F = 250 \text{ N}$$

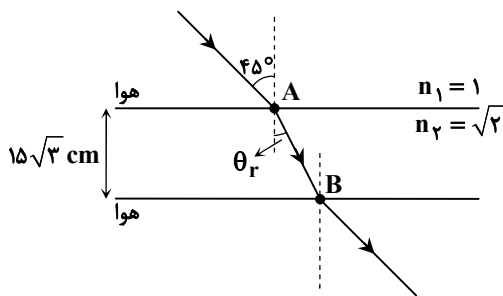
۱۷۰- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} \theta_i = 53^\circ \\ \theta_i - \theta_r = 16^\circ \end{cases} \Rightarrow \theta_r = 37^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \frac{1}{\lambda}} \Rightarrow 4\lambda_1 - \frac{1}{\lambda} = 3\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = 0.5 \mu\text{m} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_1 = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{-7}} = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه ۳



$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

$$\cos \theta_r = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$$

$$\Rightarrow AB = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$AB = v \times t \xrightarrow{v = \frac{c}{n}} 30 \times 10^{-2} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} \times t \Rightarrow t = \sqrt{2} \times 10^{-9} \text{ s} = \sqrt{2} \text{ ns}$$

۱۷۲- پاسخ: گزینه ۲

$$K_{\max} = hf - W_0 = hf - hf_0 = 4/125 \times 10^{-19} - 4 \times 10^{-15} \times 1/6 \times 10^{-19} \times \frac{5}{\lambda} \times 1.5 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = 1/25 \times 10^{-20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_{\max}^2 = 1/25 \times 10^{-20} \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{25}{9} \times 10^{-10} \Rightarrow v_{\max} = \frac{5}{3} \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{6} \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۷۳- پاسخ: گزینه ۴

علت تفاوت در شدت خطوط طیف گسیلی اتمهای هیدروژن گونه توسط مدل اتمی بور توجیه نمی‌شود.

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{(2)^2} - \frac{1}{(3)^2} \right) = \frac{5}{3600} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{3600}{5} = 720 \text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{(2)^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = 400 \text{ nm} \end{cases} \Rightarrow \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = 720 - 400 = 320 \text{ nm}$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۱

$$E = E_U - E_L = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow E = E_R \left(\frac{1}{(1)^2} - \frac{1}{(2)^2} \right) = \frac{3}{4} E_R = \frac{3}{4} \times 13/6 = 10/2 \text{ eV}$$

$$E = 10/2 \text{ eV} \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/632 \times 10^{-18} \text{ J}$$

۱۷۶- پاسخ: گزینه ۳

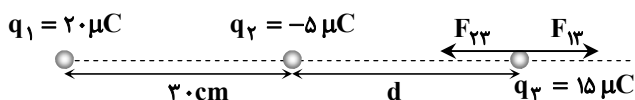
$$\text{تعداد نیمه عمر: } n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{22920}{5730} = 4$$

$$N_0 \xrightarrow{\frac{T_{1/2}}{2}} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{\frac{T_{1/2}}{2}} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{\frac{T_{1/2}}{2}} \frac{N_0}{8} \xrightarrow{\frac{T_{1/2}}{2}} \frac{N_0}{16}$$

$$\frac{N}{N_0} \times 100 = \frac{1}{16} \times 100 = \%6.25$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ۲

چون بارهای q_1 و q_2 ناهمنام هستند، بنابراین برای ایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار سوم $q_3 = 15 \mu\text{C}$ در محلی روی خط واصل بین دو بار و در خارج فاصله بین آنها و نزدیک به بار با اندازه کوچک‌تر، برابر با صفر می‌شود؛ یعنی:

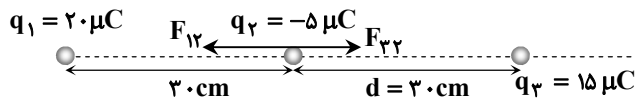


$$F = \frac{k|qq'|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{13} = \frac{k|q_1 q_3|}{(3+d)^2} \\ F_{23} = \frac{k|q_2 q_3|}{d^2} \end{cases} \xrightarrow{F_{13} = F_{23}} \frac{k|q_1 q_3|}{(3+d)^2} = \frac{k|q_2 q_3|}{d^2} \Rightarrow \frac{20}{(3+d)^2} = \frac{5}{d^2}$$

$$\Rightarrow 4 = \left(\frac{3+d}{d} \right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{3+d}{d} \Rightarrow 2d = 3+d \Rightarrow d = 3 \text{ cm}$$

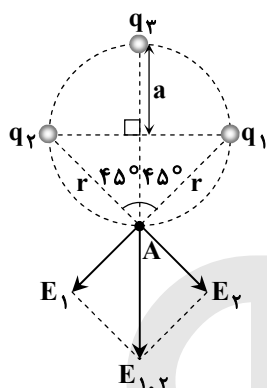
حالا برابند نیروهای وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{12} = \frac{k|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(0.3)^2} = 10 \text{ N} \\ F_{23} = \frac{k|q_2 q_3|}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 15 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(0.3)^2} = 7.5 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow F_{T2} = F_{12} - F_{23} = 10 - 7.5 = 2.5 \text{ N}$$



۱۷۸- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر صفر است، باید دو بار q_1 و q_2 با یکدیگر همنام و هم‌اندازه و هر دو با بار q_3 ناهمنام باشند. فرض می‌کنیم q_2 مثبت و q_3 منفی باشد. حالا میدان الکتریکی هر یک از بارهای q_1 و q_2 را رسم می‌کنیم. مطابق شکل مشاهده می‌کنید که زاویه بین این دو میدان 90° است؛ بنابراین برابند آن‌ها رو به پایین و اندازه آن برابر است با:



$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2} \xrightarrow{r=a\sqrt{2}} E_1 = \frac{k|q_1|}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{k|q_1|}{2a^2}$$

$$E_2 = E_1 = \frac{k|q_2|}{2a^2}$$

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2} \frac{k|q_1|}{2a^2}$$

چون برابند میدان خالص در نقطه A صفر است، میدان الکتریکی حاصل از بار q_3 باید هم‌اندازه با $E_{1,2}$ و رو به بالا باشد؛ بنابراین داریم:

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{(2a)^2} = \frac{k|q_3|}{4a^2} \xrightarrow{E_3 = E_{1,2}} \frac{k|q_3|}{4a^2} = \frac{k|q_1|}{2a^2} \times \sqrt{2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{|q_1|} = 2\sqrt{2}$$

توجه: اگر q_1 و q_2 را منفی و q_3 را مثبت فرض می‌کردیم، باز هم به همین جواب می‌رسیدیم.

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۳

چون نیروی بین دو بار، پس از تماس با یکدیگر کاهش یافته، پس علامت دو بار مخالف یکدیگر است:

$$\text{قبل از تماس: } \begin{cases} q_1 > 0 \\ |q_2| > q_1 \end{cases}$$

$$\text{بعد از تماس: } \begin{cases} |q'_1| = |q'_2| = \frac{|q_2| - q_1}{2} \end{cases}$$

$$F = \frac{k|q q'|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \times \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \Rightarrow 0.8 = 1 \times \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{(|q_2| - q_1)^2}{4|q_1 q_2|} \Rightarrow (|q_2| - q_1)^2 = \frac{16}{5}|q_1 q_2|$$

فرض می‌کنیم $|q_2| = nq_1$ باشد ($n > 1$)، بنابراین داریم:

$$(n-1)^2 q_1^2 = \frac{16}{5} \times n q_1^2 \Rightarrow (n-1)^2 = \frac{16}{5} n \Rightarrow n^2 - 5/2 n + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0.2 \\ n = 5 \end{cases} \checkmark$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{بار هر کره بعد از اتصال: } q' = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{20 - 4}{2} = 8 \mu\text{C}$$

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{1A} = \frac{20 \times 10^{-6}}{4\pi \times 25 \times 10^{-4}} \\ \sigma_{2A} = \frac{8 \times 10^{-6}}{4\pi \times 25 \times 10^{-4}} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{1A} - \sigma_{2A} = \frac{12 \times 10^{-6}}{\pi \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-4} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = 400 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

۱۸۱- پاسخ: گزینه ۱

وسیله اندازه گیری، ریزسنج بوده و اندازه خطای آن برابر دقت اندازه گیری آن یعنی 0.001mm است (چون وسیله اندازه گیری دیجیتالی است)؛ پس گزینه ۱ درست است.

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۲

با جدا کردن بار مثبت از صفحه منفی و انتقال آن به صفحه مثبت بار خازن افزایش می یابد.

$$Q_1 = q$$

$$Q_2 = q + 3 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} \Rightarrow 4/5 = \frac{1}{2C} ((q + 3 \times 10^{-3})^2 - q^2) = 10^5 (q^2 + 6 \times 10^{-3} q + 9 \times 10^{-6} - q^2)$$

$$\Rightarrow 2/5 = 6 \times 10^5 q \Rightarrow q = 6 \times 10^{-3} \text{ C} = 6 \text{ mC}$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه ۱

چون $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است، جریان پادساعتگرد بوده و داریم:

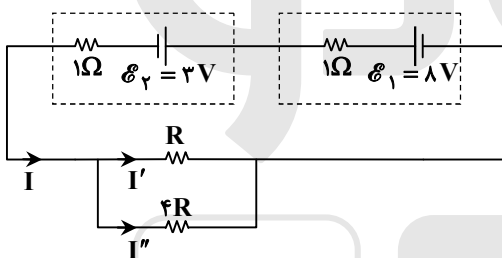
$$V_2 = \mathcal{E}_2 + Ir_2 \Rightarrow 3/5 = 3 + (I \times 1) \Rightarrow I = \frac{1}{2} \text{ A}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + (r_1 + r_2)} = \frac{8 - 3}{R_{eq} + 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{eq} = 8 \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R \times 4R}{R + 4R} = \frac{4}{5} R = 8 \Rightarrow R = 10 \Omega$$

دو مقاومت R و $4R$ موازی اند:

$$I'R = I'' \times 4R \Rightarrow I' = 4I'' \quad \text{رابطه (۱)}$$



$$I' + I'' = I = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \Delta I'' = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I'' = 0.1 \text{ A} \quad \text{و} \quad I' = 0.4 \text{ A}$$

$$P_R = I'^2 R = \frac{16}{100} \times 10 = 1.6 \text{ W}$$

۱۸۴- پاسخ: گزینه ۲

پس از قطع کلید k_1 ، ولتسنج V_1 با مقاومت بالا، با مجموعه ولتسنج V_2 و لامپ L_2 متوالی می شود. عدد ولتسنج V برابر \mathcal{E} است. جریان عبوری از ولتسنج V_1 صفر است؛ بنابراین از لامپ L_2 نیز جریانی عبور نمی کند؛ در نتیجه اختلاف پتانسیل ولتسنج V_2 برابر صفر است و عدد ولتسنج V_1 برابر \mathcal{E} است.

۱۸۵- پاسخ: گزینه ۳

$$P_{R_3} = I^2 R_3$$

$$P_{R_2} = \left(\frac{I}{3}\right)^2 R_2 = \frac{1}{9} I^2 \times 12 = \frac{4}{3} I^2$$

$$P_{R_3} = 6 P_{R_2} \Rightarrow I^2 R_3 = 6 \times \frac{4}{3} I^2 \Rightarrow R_3 = 8 \Omega$$

۱۸۶- پاسخ: گزینه ۴

$$R = 0 \xrightarrow{\text{دو سر مقاومت } 16 \Omega \text{ اتصال کوتاه می شود.}} R_{eq} = 0 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{0 + r} = \frac{12}{1/5} = 6 \text{ A} \Rightarrow V_{\text{مولد}} = 12 - 6 \times 1/5 = 10.8 \text{ V}$$

$$R = 18 \Omega \Rightarrow R_{eq} = \frac{18 \times 6}{18 + 6} = 4.5 \Omega \Rightarrow I = \frac{12}{4.5 + 1/5} = 2 \text{ A} \Rightarrow V_{\text{مولد}} = 12 - 2 \times 1/5 = 11.6 \text{ V}$$

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۱

$$q_\alpha = 2e$$

$$F = qvB \sin 90^\circ = ma$$

$$\Rightarrow F = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 5.0 \times 10^6 \times B = 6/68 \times 10^{-27} \times 4 \times 10^5 \Rightarrow B = 1/67 \times 10^{-4} \text{ T} = 1/67 \text{ G}$$

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۴

میدان حاصل از دو سیم موازی حامل جریان‌های همسو بین آن‌ها و نزدیک به سیم حامل جریان کمتر، صفر است.

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۱

در صورتی نیروی خالص وارد بر بار بیشینه است که نیروهای الکتریکی و مغناطیسی وارد بر آن همسو باشند و چون بار مثبت است، نیروی الکتریکی وارد بر آن $(F_e = Eq)$ هم جهت میدان الکتریکی و برون‌سو است. برای آنکه نیروی مغناطیسی وارد بر بار $(F_B = qvB)$ برون‌سو باشد، با توجه به جهت \vec{B} (سمت چپ)، \vec{v} باید به سمت بالا باشد تا جهت \vec{F}_B وارد بر آن با توجه به قاعده دست راست برون‌سو شود.

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۴

چه هنگام وصل کلید و چه هنگام کاهش مقاومت رئوستا، جریان در مدار سمت چپ در حال افزایش بوده و مثل نزدیک شدن سیم‌پیچ سمت چپ به سیم‌پیچ سمت راست عمل می‌کند و شار عبوری از سیم‌پیچ سمت راست افزایش می‌یابد که طبق قانون لنز، جریان طوری القا می‌شود (جهت ۲) تا مانع از این افزایش شار شود.

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\frac{1}{2} L_A I_A^2}{\frac{1}{2} L_B I_B^2} = \frac{\mu_0 N_A^2 A_A}{\mu_0 N_B^2 A_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A}\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{B_A}{B_B} = \frac{\frac{\mu_0 N_A I_A}{\ell_A}}{\frac{\mu_0 N_B I_B}{\ell_B}} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۴

$$W_{mg} = -mgh = -6 \times 10^4 \times 10 \times 6 \times 10^2 = -3/6 \times 10^8 \text{ J}$$

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^4 \times 6400 = 19/2 \times 10^7 \text{ J}$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^4 \times (4 \times 6400) + 6 \times 10^4 \times 10 \times 6 \times 10^2 = 112/8 \times 10^7 \text{ J}$$

$$E_2 - E_1 = 112/8 \times 10^7 - 19/2 \times 10^7 = 9/36 \times 10^8 \text{ J}$$

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۱

$$P_{z_2} + \rho_2 g h_2 = P_0 + \rho_2 g h_1$$

$$\Rightarrow P_{z_2} - P_0 = \rho_2 g h_1 - \rho_1 g h_2 = 1000 \times 10 \times 0/9 - 1200 \times 10 \times 0/5 = 9000 - 6000 = 3000 \text{ Pa}$$

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} 10^5 = P_0 + \rho g h_1 \\ 1/0.6 \times 10^5 = P_0 + \rho g h_2 \end{cases} \Rightarrow (1/0.6 - 1) \times 10^5 = 6000 = \rho_{\text{مایع}} \times 10 \times 0/15 \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$10^5 = P_0 + 4000 \times 10 \times \frac{5}{100} \Rightarrow P_0 = 98000 \text{ Pa} = 98 \text{ kPa}$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۴

$$Q_F = mL_F = 20 \times 336 = 6720 \text{ J}$$

$$\Delta F = 1/8 \times \Delta \theta \Rightarrow 50 - 32 = 1/8 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 10^\circ \text{C}$$

$$Q = mc \Delta \theta = 20 \times 4/2 \times 10 = 840 \text{ J}$$

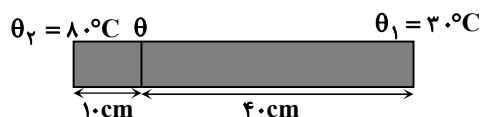
$$Q_{\text{کل}} = Q_F + Q = 6720 + 840 = 7560 \text{ J}$$

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۲

$$H = \frac{kA \Delta \theta}{\ell} = \frac{400 \times 5 \times 10^{-4} \times (80 - 20)}{50 \times 10^{-2}} = 2.0 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k \times A (\theta - 80)}{10} = \frac{k \times A (20 - \theta)}{40}$$

$$\Rightarrow 4\theta - 220 = 20 - \theta \Rightarrow 5\theta = 240 \Rightarrow \theta = 48^\circ \text{C}$$



۱۹۷- پاسخ: گزینه ۳

$$T_L = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$T_H = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

$$K = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{|Q_H| - Q_L} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{300}{400 - 300} = 3$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۱

$$\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0$$

$$\Delta U_{\text{دروزی}} = W + \underset{\text{صفر}}{Q} \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$$

موارد «الف» و «ب» درست هستند.

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۳

$$P_{1\text{جگ}} - P_0 = 5 \times 10^4 \Rightarrow P_{1\text{جگ}} = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{2\text{جگ}} - P_0 = 10 \times 10^4 \Rightarrow P_{2\text{جگ}} = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1/5 \times 10^5 \times V_1}{T_1} = \frac{2 \times 10^5 \times 2V_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{8}{3} \Rightarrow U_2 = \frac{8}{3} \times 600 = 1600 \text{ J}$$

انرژی درونی گاز تابع دمای مطلق گاز است:

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta U_{AC} = Q_{AC} + W_{AC} = \frac{\gamma}{\gamma} P(V_C - V_A) - P(V_C - V_A) \Rightarrow 1000 = \frac{5}{2} \times 10^5 (V_C - 3 \times 10^{-3}) \Rightarrow V_C = 7 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

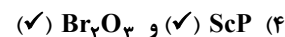
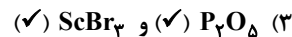
$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC} \Rightarrow 1000 = Q_{ABC} - \frac{2 \times 10^5 + 1 \times 10^5}{2} (4 \times 10^{-3}) \Rightarrow Q_{ABC} = 1600 \text{ J}$$

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۲



بررسی گزینه‌ها:



توجه: در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴، یکی از ترکیبات یونی اسکاندیم داده شده که همگی درست هستند؛ بنابراین تنها با چک کردن این ترکیب‌ها، می‌توانستیم به گزینه ۲ برسیم.

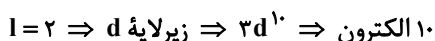
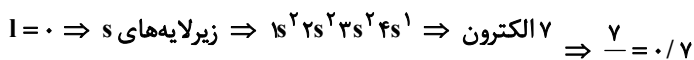
۲۰۲- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

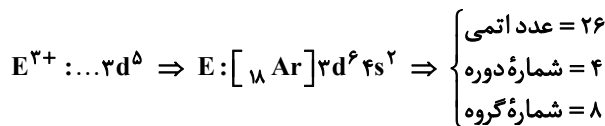
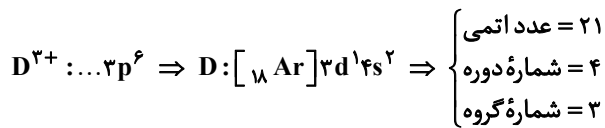
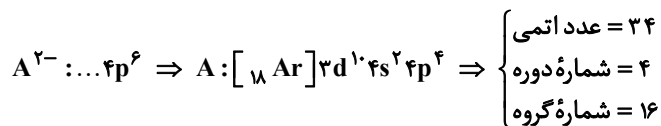
بررسی عبارت‌های دوم و چهارم:

عبارت دوم: ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها به حاصل $(n+1)$ وابسته است.

عبارت چهارم:



۲۰۳- پاسخ: گزینه ۴



عنصر A مربوط به گروه ۱۶ است و عنصر S نیز هم گروهی آن می باشد. بررسی گزینه های نادرست:

(۱) عنصر E در گروه ۸ و عنصر D در گروه ۳ قرار دارد.

(۲) واکنش پذیری عنصرهای D و E که جزء عنصرهای دسته d هستند، از واکنش پذیری فلزهای قلیایی کمتر است.

(۳) عنصر A یک نافلز از گروه ۱۶ است و ویژگی های شیمیایی آن با عنصرهای گروه ۱۸ متفاوت است.

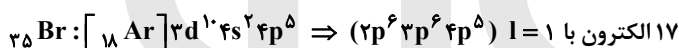
۲۰۴- پاسخ: گزینه ۴

عبارت های «پ»، «ت» و «ث» درست هستند.

عنصر قبل از کریپتون، عنصر برم (35Br) است که در دوره چهارم و گروه ۱۷ قرار دارد.

(پ) در گروه ۱۷، از بالا به پایین خاصیت نافلزی عنصرها کاهش می یابد.

(ت) در دمای اتاق، برم مایع و عنصرهای واسطه دوره چهارم، جامد هستند.



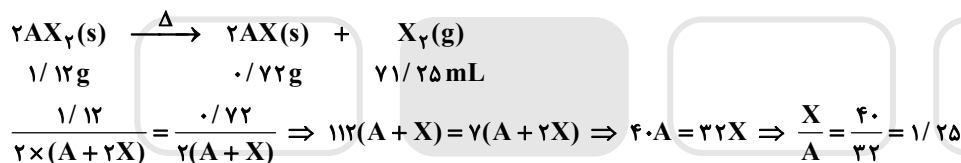
(ث)

بررسی عبارت های نادرست:

(الف) عنصر A در گروه ۱۶ و عنصر 35Br در گروه ۱۷ قرار دارد.

(ب) هر دو عنصر X و 35Br در دوره چهارم قرار دارند. در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می یابد.

۲۰۵- پاسخ: گزینه ۲



۲۰۶- پاسخ: گزینه ۱



۲۰۷- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{حجم مکعب} = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3$$

$$\text{جرم مکعب} = 64 \text{ cm}^3 \times \frac{7/5 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = 48 \text{ g Mn}$$

$$\text{تعداد مول Mn} = \frac{48 \text{ g}}{55 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \approx 0.87 \text{ mol}$$

$$0.87 \times 7 = 6.1/1$$

هر مول منگنز ($25 \text{Mn} : [18 \text{Ar}] 3d^5 4s^2$)، دارای ۷ مول الکترون ظرفیتی است:

۲۰۸- پاسخ: گزینه ۱

عبارت های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

(پ) مولکول آب به دلیل توانایی برقراری پیوند هیدروژنی، نقطه جوش بالاتری نسبت به هیدروژن سولفید دارد.

(ت) HCl قطبی و F_2 ناقطبی است؛ به همین دلیل HCl نقطه جوش بالاتری دارد.

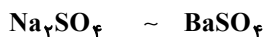
۲۰۹- پاسخ: گزینه ۱

با جذب x گرم آب، درصد آب در نمونه به ۲۰ رسیده است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{درصد نهایی آب} = \frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم نمونه}} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{10+x}{100+x} \times 100 \Rightarrow 100+x = 50+5x \Rightarrow x = 12/5 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی نمک} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم نمونه نهایی}} \times 100 = \frac{88}{100+12/5} \times 100 = 78/2$$

برای قسمت دوم، با توجه به معادله واکنش خواهیم داشت:

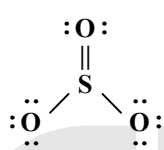


$$\frac{35/5 \times \frac{88}{100}}{1 \times 142} = \frac{x}{1 \times 233} \Rightarrow x = 51/26 \text{ g BaSO}_4$$

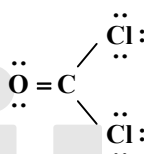
۲۱۰- پاسخ: گزینه ۳

موارد «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:



(پ) اتم اکسیژن، ۸ تایی نشده است:



(ب) اتم اکسیژن، ۱۰ تایی شده است:

۲۱۱- پاسخ: گزینه ۲

$$S(A) = 0.97\theta + 35 \Rightarrow \begin{cases} \theta = 0 \Rightarrow S(A) = 35 \\ \theta = 40 \Rightarrow S(A) = 73/8 \end{cases}$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \frac{S(A)}{S(B)} = 1 \Rightarrow S(B) = 35$$

$$\Rightarrow S(B) = -0.125\theta + 35$$

$$\theta = 40 \Rightarrow \frac{S(A)}{S(B)} = 2/46 \Rightarrow S(B) = \frac{73/8}{2/46} = 30$$

$$\theta = 50 \Rightarrow \begin{cases} S(A) = 0.97(50) + 35 = 83/5 \\ S(B) = -0.125(50) + 35 = 28/75 \end{cases}$$

$$\frac{\text{غلظت مولار محلول سیرشده B}}{\text{غلظت مولار محلول سیرشده A}} = \frac{\text{مول B}}{\text{مول A}} = \frac{28/75}{83/5} = 1/0.3$$

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

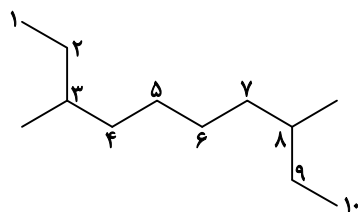
(پ) آلکان داده شده مانند ۳- اتیل دکان، ۱۲ کربنی است.

(ت) در ترکیب داده شده، ۶ گروه CH_3 و ۴ گروه CH_2 وجود دارد:

$$\frac{6}{4} = 1/5$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف)

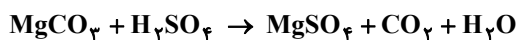


۳، ۸- دی‌متیل دکان

(ب)

$$\frac{\text{جرم مولی آلکان (C}_{12}\text{H}_{26}\text{)}}{\text{جرم مولی پروپین (C}_3\text{H}_4\text{)}} = \frac{170}{40} = 4/25$$

۲۱۳- پاسخ: گزینه ۱



$$\frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0.210}{1 \times 84} = \frac{x \times 0.1}{1 \times 1} \Rightarrow x = 0.25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

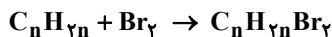
$$\text{جرم } \text{H}_2\text{SO}_4 \text{ در } 100 \text{ میلی لیتر محلول} = 0.1 \text{ L} \times \frac{0.25 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \times \frac{98 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 2.45 \text{ g}$$

۲۱۴- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست‌اند.

عبارت اول: گاز اتن، سنگ بنای صنایع پتروشیمی است.

عبارت دوم:



$$0.25 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n} \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}} \times \frac{160 \text{ g Br}_2}{1 \text{ mol Br}_2} = 40 \text{ g}$$

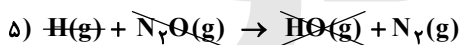
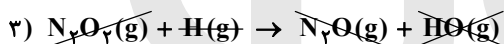
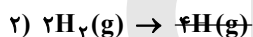
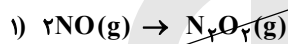
عبارت سوم: در آلکن‌ها، کربن‌های پیوند دوگانه، هر کدام به سه اتم دیگر متصل هستند.

عبارت چهارم:

$$\text{دومین عضو آلکان‌ها: } \text{C}_7\text{H}_{16} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 100 \text{ g} \Rightarrow \frac{100}{100} = 1$$

$$\text{دومین عضو آلکین‌ها: } \text{C}_3\text{H}_4 \Rightarrow \text{جرم مولی} = 40 \text{ g} \Rightarrow \frac{40}{40} = 1$$

۲۱۵- پاسخ: گزینه ۴



$$\Delta H = [2\Delta H(\text{N}=\text{O}) + 2\Delta H(\text{H}-\text{H})] - [\Delta H(\text{N}\equiv\text{N}) + 4\Delta H(\text{O}-\text{H})] = [(2 \times 607) + (2 \times 436)] - [944 + (4 \times 463)] = -710 \text{ kJ}$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

عبارت اول: در یک گروه از بالا به پایین و در یک دوره از راست به چپ، خصلت فلزی عنصرها بیشتر می‌شود.

عبارت دوم: تمایل به گرفتن الکترون یا خصلت نافلزی، در یک گروه از بالا به پایین کاهش می‌یابد.

عبارت سوم: در یک گروه از بالا به پایین و در یک دوره از راست به چپ، شعاع اتمی عنصرها بزرگ‌تر می‌شود.

عبارت چهارم: شعاع اتمی X از Z بیشتر است.

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۱

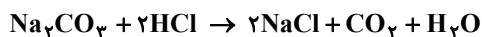
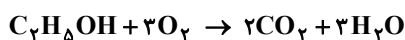
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow c = \frac{24/6 \times 100}{0.5 \times 100 \times 20} = 2/46 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$$



$$24/6 \text{ kJ} \times \frac{3 \text{ mol O}_2}{295 \text{ kJ}} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 8 \text{ g O}_2$$

۲۱۸- پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده‌شده، درست هستند.



■ به‌ازای هر مول اتانول، ۲ مول CO_2 معادل $44/8 = 5.5$ لیتر CO_2 تولید می‌شود.

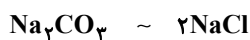


$$\frac{7/5 \times \frac{x}{100}}{2 \times 1} = \frac{60/75}{1 \times 18} \Rightarrow x = 90 \text{ (بازده درصدی)}$$

■ فرض می‌کنیم در هر دو واکنش، m گرم واکنش‌دهنده کربن‌دار مصرف شود.

$$I \begin{cases} C_2H_5OH \sim 2CO_2 \\ \frac{m}{1 \times 46} = \frac{x}{2 \times 1} \Rightarrow x = \frac{m}{23} \Rightarrow \frac{x}{x'} = \frac{106}{23} = 4/6 \end{cases}$$

$$II \begin{cases} Na_2CO_3 \sim 2CO_2 \\ \frac{m}{1 \times 106} = \frac{x'}{1 \times 1} \Rightarrow x' = \frac{m}{106} \end{cases}$$



$$\frac{100 \times \frac{x}{100}}{1 \times 106} = \frac{1/5}{2 \times 1} \Rightarrow x = 79/5$$

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۱

$$? s = 1 \text{ mol } KClO_3 \times \frac{1s}{1 \text{ mol } KClO_3} = 1 \cdot s$$

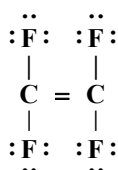
$$O_2 \text{ مول نهایی } = 1 \text{ mol } KClO_3 \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KClO_3} = 1/5 \text{ mol } O_2$$

$$[O_2] \text{ نهایی} = \frac{1/5 \text{ mol}}{5L} = 1/3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۲۲۰- پاسخ: گزینه ۳

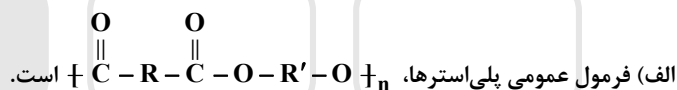
عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

(ب)



$$\frac{\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی}} = \frac{12}{6} = 2$$

بررسی عبارت‌های نادرست:



ت) بسته به نوع و مقدار کاتالیزگرهای مورد استفاده، جرم مولی پلی‌اتن حاصل متفاوت خواهد بود.

۲۲۱- پاسخ: گزینه ۳

در سه مورد اول، مولکول‌های داده‌شده فرمول مولکولی یکسانی دارند و ایزومر یا همپار هستند. در مورد آخر، یکی از مولکول‌ها ۶ اتم کربن و دیگری ۷ اتم کربن دارد و قطعاً فرمول مولکولی یکسانی ندارند.

۲۲۲- پاسخ: گزینه ۴

$$\dots \rightarrow 2A \text{ معادله واکنش} \quad \bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{2}$$

$$t = 0 - 20s \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow \log[A] = 0/85 \Rightarrow [A] = 10^{0/85} = 1 \\ t = 20s \Rightarrow \log[A] = 0/3 \Rightarrow [A] = 10^{0/3} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{R}(A) = \frac{-\Delta[A]}{\Delta t} = -\frac{(1-1) \text{ mol} \cdot L^{-1}}{20s} = \frac{1}{4} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \Rightarrow \bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{2} = \frac{1}{8} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

$$t = 13 - 20s \Rightarrow \begin{cases} t = 13s \Rightarrow \log[A] = 0/48 \Rightarrow [A] = 10^{0/48} = 1 \\ t = 20s \Rightarrow [A] = 1 \end{cases} \Rightarrow \bar{R}(A) = \frac{-(1-1) \text{ mol} \cdot L^{-1}}{7s} = \frac{1}{7} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

$$\frac{\bar{R}(\text{واکنش})(0-20s)}{\bar{R}(A)(13-20s)} = \frac{1/8}{1/7} = \frac{7}{8} = 0/875$$

۲۲۳- پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده شده درست‌اند.

■ HCl اسید قوی و HF اسید ضعیف است؛ بنابراین شمار مول‌های اولیه HCl باید کمتر باشد تا غلظت یون هیدرونیوم دو محلول و pH آن‌ها یکسان شود.

■ در محلول HCl، مولکول یونیده نشده وجود ندارد و اما در محلول HF، علاوه بر یون‌ها، مولکول‌های یونیده نشده اسید نیز وجود دارد.

■ با توجه به اینکه هر دو اسید جزو اسیدهای تک‌پروتون‌دار هستند و pH محلول آن‌ها یکسان است، غلظت کل یون‌ها در محلول آن‌ها و در نتیجه رسانایی دو محلول برابر است.

■ در محلول HCl برخلاف محلول HF، مولکول‌های یونیده نشده اسید وجود ندارد؛ بنابراین مجموع شمار گونه‌ها در محلول HCl کمتر است.

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۲

در ترکیب داده شده، هم گروه عاملی هیدروکسیل (OH-) و هم گروه عاملی آمیدی (C=O-N-) وجود دارد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های کربن}}{\text{شمار اتم‌های اکسیژن}} = \frac{۱۲}{۳} = ۴ \quad (۱)$$

$$\frac{\text{شمار پیوندهای یگانه}}{\text{شمار پیوند دوگانه}} = \frac{۲۸}{۵} = ۵/۶ \quad (۳)$$

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیونده}} = \frac{۱۶}{۸} = ۲ \quad (۴)$$

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) شیر برخلاف شربت معده، مخلوط ناهمگن از نوع کلوئید است.

(پ) کلوئیدها پایدارند و ته‌نشین نمی‌شوند.

۲۲۶- پاسخ: گزینه ۱

جرم مولی پروپان (C₃H₈) و دی‌متیل اتر (CH₃OCH₃) به هم نزدیک بوده و دی‌متیل اتر قطبی است؛ بنابراین نقطه جوش بالاتری داشته و در شرایط یکسان، آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) با توجه به مقایسه خلصت نافلزاتی اتم‌های کربن، هیدروژن و اکسیژن (O > C > H) می‌توان گفت هم اتم کربن مرکزی در پروپان و هم اتم اکسیژن در دی‌متیل اتر، بار جزئی منفی دارد.

(۳) پروپان ناقطبی و دی‌متیل اتر قطبی است و نقشه پتانسیل آن‌ها با هم متفاوت است.

(۴) دی‌متیل اتر، قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند، در حالی که پروپان ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

■ در ۲۵۰ میلی‌لیتر از محلول پتاسیم هیدروکسید، $\frac{۱}{۴} = ۲ \times ۰/۷ = ۱/۴$ گرم KOH (معادل با $\frac{۱/۴}{۵۶} = ۰/۰۲۵$ مول) وجود دارد. هر مول KOH،

یک مول HCl را خنثی می‌کند.

$$[\text{OH}^-] = [\text{KOH}] = \frac{۰/۷ \text{ g}}{۵۶ \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = ۰/۱ \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [\text{H}^+] = ۱۰^{-۱۳}$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = \frac{۱۰^{-۱}}{۱۰^{-۱۳}} = ۱۰^{۱۲}$$



غلظت مولی: ۰/۱ ۰/۱ ۰/۱

$$[\text{یون‌ها}] = ۰/۲ \frac{\text{mol}}{\text{L}} \xrightarrow{\times ۰/۵ \text{ L}} = ۰/۱ \text{ mol}$$

■ با اضافه کردن ۱/۴ گرم پتاسیم هیدروکسید دیگر، جرم و مول KOH سه برابر شده و در نتیجه غلظت مولی محلول و OH⁻ هم سه برابر خواهد شد.

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{pH}(\text{HA}) = \text{pH}(\text{HD}) \Rightarrow [\text{H}^+](\text{HA}) = [\text{H}^+](\text{HD}) \xrightarrow{[\text{H}^+] = M\alpha} \frac{[\text{HD}]}{[\text{HA}]} = \frac{\alpha(\text{HA})}{\alpha(\text{HD})} = \frac{\frac{12}{100}}{\frac{2/5}{100}} = \frac{12}{2/5} = 4/8$$

$$[\text{H}^+] = M\alpha = 0.005 \times 12 = 6 \times 10^{-4}$$

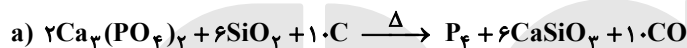
$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(6 \times 10^{-4}) = 4 - \log 6 = 4 - (\log 2 + \log 3) = 4 - (0.3 + 0.48) = 3.22$$

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۴

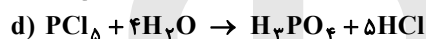
همه عبارتهای داده شده درست هستند.

- در فرایند هال، گاز گلخانه‌ای CO_2 هم تولید می‌شود.
- آلومینیم فلزی فعال بوده و سطح آن به سرعت اکسید می‌شود، اما به دلیل چسبیده و متراکم بودن اکسید، این فلز خورده نمی‌شود.
- در برخی از سلول‌های الکترولیتی مانند سلول فرایند هال، کاتد و آند از یک جنس هستند.
- نافلزها، اکسند هستند و در سمت راست جدول دوره‌ای قرار دارند.
- از برقکافت آلومینیم اکسید، می‌توان آلومینیم و از برقکافت آب، می‌توان گاز هیدروژن تهیه کرد.

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۲



$$\text{مجموع ضرایب} = 2 + 6 + 10 + 1 + 6 + 10 = 35$$



$$\text{مجموع ضرایب} = 1 + 4 + 1 + 5 = 11$$

$$\text{تفاوت مجموع ضرایب} = 35 - 11 = 24$$

واکنش‌های a و c به دلیل داشتن عنصرهای آزاد C و I_2 از نوع اکسایش-کاهش هستند، اما در واکنش‌های b و d، عدد اکسایش هیچ عنصری تغییر نکرده است و این واکنش‌ها از نوع اکسایش-کاهش نیستند.

۲۳۱- پاسخ: گزینه ۳

عبارتهای اول، دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت چهارم: در یک واکنش اکسایش-کاهش، یون‌های فلزی لزوماً کاهش نمی‌یابند، به‌طور مثال یون Cu^+ می‌تواند به یون Cu^{2+} اکسایش یابد.

۲۳۲- پاسخ: گزینه ۴

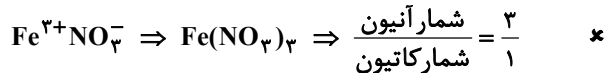
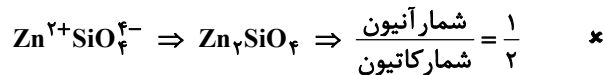
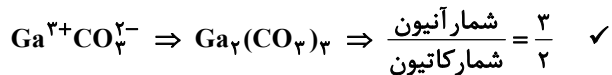
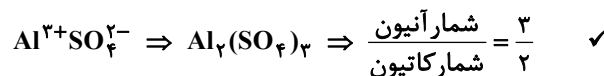
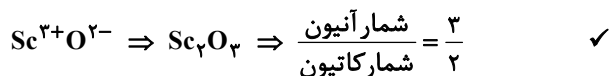
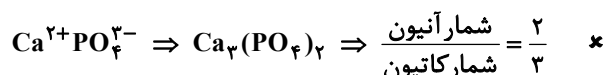
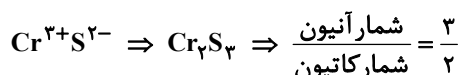
با توجه به نمودارها، مقدار ΔH واکنش I (گرمای آزاد شده به‌ازای تشکیل ۲ مول AD) از مقدار ΔH واکنش II (گرمای آزاد شده به‌ازای تشکیل ۱ مول X) کمتر است. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) حداقل انرژی لازم برای انجام واکنش I است که از حداقل انرژی لازم برای واکنش II بیشتر است.

(۲) به‌ازای مصرف ۲ مول E، b کیلوژول گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین به‌ازای مصرف ۱ مول از آن، $\frac{b}{2}$ کیلوژول گرما آزاد خواهد شد.

(۳) در واکنش II که $|\Delta H|$ بزرگ‌تر است، فرآورده‌ها نسبت به واکنش دهنده‌ها، پایداری بیشتری دارند.

۲۳۳- پاسخ: گزینه ۲



۲۳۴- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به برابر بودن تعداد مول‌های گازی در دو سمت معادله واکنش، حجم ظرف در محاسبات ثابت تعادل بی تأثیر است.



(الف) تعادل: $0.2 \quad 0.2 \quad 0.4 \Rightarrow K = \frac{[Z]^2}{[X_2][Y_2]} = \frac{0.4^2}{0.2 \times 0.2} = 4$

(ب) تعادل: $0.3-x \quad 0.6-x \quad 2x \Rightarrow K = 4 = \frac{(2x)^2}{(0.3-x)(0.6-x)}$

$$\Rightarrow 4x^2 = 4(0.18 - 0.9x + x^2) \Rightarrow 0.18 = 0.9x \Rightarrow x = 0.2$$

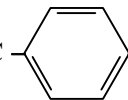
$$X_2 \text{ مول} = 0.3 - x = 0.1$$

$$Y_2 \text{ مول} = 0.6 - x = 0.4$$

$$Z \text{ مول} = 2x = 0.4$$

۲۳۵- پاسخ: گزینه ۱

ترفتالیک اسید ($\text{HOOC}-\text{C}_6\text{H}_4-\text{COOH}$)، یکی از مونومرهای سازنده PET است.

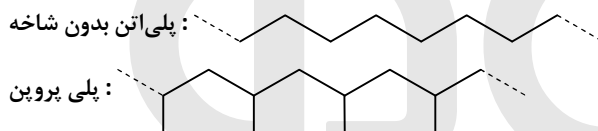


بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) ترفتالیک اسید قطبی بوده و انحلال‌پذیری آن در آب از پارازایلن ناقطبی، بیشتر است.

(۳) اتیلن گلیکول برخلاف بنزن و گازوئیل در نفت خام وجود ندارد.

(۴) در پلی پروپن، شاخه فرعی متیل وجود دارد:



مؤسسه آموزشی فرهنگی