



پاسخ تشریحی

آزمون سراسری

خارج از کشور سال ۱۴۰۰

● گروه آزمایشی علوم ریاضی

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینه ۱

واژه‌های نادرست:

هزیر: هوشیار، چابک / تقریظ: ستودن، نوشتن یادداشتی ستایش‌آمیز درباره یک کتاب / پدرام: آراسته، نیکو، شاد / شیراوژن: شیرافکن، دلاور / تزار: پادشاهان روسیه در گذشته

۲- پاسخ: گزینه ۳

در این سوال تنها واژه‌های «فرد» مورد پرسش قرار گرفته‌است:

التهاب: شعله‌ور شدن و برافروختن؛ مجازاً ناآرامی، بی‌قراری، اضطراب / علت: بیماری / خنیده: مشهور، معروف، نامدار؛ خنیده نام‌ترگشتن؛ مشهورتر شدن، پراوازه‌تر گردیدن / نوند: اسب تندرو

■ دقت بفرمایید که در این سوال ترتیب واژه‌ها مهم نیست! کلاً طراح با چاشنی شوخی و بانمکی سوال را طرح کرده‌است.

۳- پاسخ: گزینه ۲

متضاد هر کدام از واژه‌های صورت سوال:

بیت «الف»: بادی ≠ پایان

بیت «ب»: ممات ≠ زندگی

بیت «ج»: جنت ≠ دوزخ

بیت «د»: فاحش ≠ نهان

۴- پاسخ: گزینه ۴

در گزینه ۴، املای «سخره» به شکل نادرست «صخره» آمده‌است.

۵- پاسخ: گزینه ۱

«ذنخدان» نادرست است و شکل درست آن «زنخدان» است.

۶- پاسخ: گزینه ۳

موارد نادرست:

منسوب ← منسوب غربت ← قربت ثواب ← صواب

۷- پاسخ: گزینه ۴

عبارت گزینه ۴ از کتاب «تمهیدات» اثر «عین‌القضات همدانی» است.

۸- پاسخ: گزینه ۴

بررسی دو آرایه استعاره و مجاز در هر کدام از ابیات:

الف) استعاره: ندارد. / مجاز: سر مجاز از وجود و فکر و اندیشه است.

ب) استعاره: خواب مرداب تشخیص و استعاره است. / مجاز: ندارد.

ج) استعاره: شمشاد استعاره از قامت یار است. / مجاز: چمن مجاز از باغ و گلستان است.

د) استعاره: نسبت دادن تعمیر کردن به همت تشخیص و استعاره است. / مجاز: امروز و فردا به ترتیب مجاز از زمان حال و آینده است.

۹- پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۲، چهار ایهام دارد و سایر گزینه‌ها حداکثر یک ایهام دارند:

گزینه ۱: توام راهنمایی: ۱- تو راهنمایم هستی. ۲- تو راه را به من نمایی.

گزینه ۲: اسب: ۱- اسب شطرنج ۲- حیوان سواری / رخ: ۱- رخ شطرنج ۲- چهره / مات: ۱- مات شدن در شطرنج ۲- از ما تو را / وفات: ۱-

مردن ۲- وفای تو: ۴ ایهام

گزینه ۳: قرار: ۱- آرام و قرار ۲- وعده ملاقات

گزینه ۴: ایهام ندارد (ایهام تناسب دارد) ولی احتمالاً طراح «پروانه» را ایهام گرفته است: ۱- حشره زیبا ۲- مجوز

۱۰- پاسخ: گزینه ۳

بررسی آرایه‌های مقابل ابیات:

گزینه ۱: جناس: سر و سر / هر و سر / مجاز: سر مجاز از کل وجود انسان است.

گزینه ۲: ایهام: دستان: ۱- دست‌ها ۲- حيله و نیرنگ / استعاره: عنان کشیدن دل و پی گم کردن صبر استعاره مکینه است.

گزینه ۳: جناس: مهر و مهر / ایهام: ندارد.

گزینه ۴: اغراق: ترشدن آسمان از گریه شاعر. / تشبیه: «مزرع فلک» اضافه تشبیهی است. همچنین در مصراع دوم شاعر چشم خود را به فواره تشبیه کرده‌است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

جناس: سر و در: جناس ناهمسان - سر (عضو بدن) و سر (به خاطر): جناس همسان
مجاز: سر (اولین سر) مجاز از کل وجود است.
ایهام: سودا: ۱- خرید و فروش ۲- آرزو و هوس و عشق
کنایه: در سر چیزی رفتن: در راه چیزی خود را فداکردن - سر مو کنایه از مقدار بسیار اندک است.

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

بیت سوال ۷ جمله دارد: به حرص ار شربتی خوردم / مگیر از من / که بد کردم / بیابان بود / تابستان [بود] / آب سرد [بود] / استسقا [بود].
بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: همه آنی / همه حسنی / همه لطفی / همه ناز [هستی] / اگر به چنان حسن و لطافت نازی / سزدت: ۶ جمله
گزینه ۲: دلا / گفتم / غم خود خور / کار از دست بیرون شد / ای دل / تو را غم خوردن است / غمخواری چه می‌دانی؟: ۷ جمله
گزینه ۳: همه عزّی / همه جلالی / همه علمی / همه یقینی / همه نوری / همه سروری / همه جودی / همه جزایی: ۸ جمله
گزینه ۴: تو حکیمی / تو عظیمی / تو کریمی / تو رحیمی / تو نماینده فضل / تو سزاوار ثنایی: ۶ جمله
سوال غلط است. «واو»های بعد از تابستان و آب سرد، قطعاً حرف عطف هستند و بیت صورت سوال ۵ جمله دارد، ولی طراح اشتباه کرده است و آن‌ها را «واو» ربط در نظر گرفته است.

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

در بیت سوال در گروه «طعمه دام و دهان خوان هشتم» دو وابسته وابسته وجود دارد: «خوان» و «هشتم» که به ترتیب: مضاف‌الیه مضاف‌الیه و صفت مضاف‌الیه هستند. در گزینه ۳ نیز در گروه «شیرمرد عرصه ناوردهای هول» دو وابسته وابسته داریم: «ناوردها» و «هول» که به ترتیب: مضاف‌الیه مضاف‌الیه و صفت مضاف‌الیه هستند.
بررسی وابسته وابسته در سایر گزینه‌ها:
گزینه ۱: زهر زخم‌هایش: مضاف‌الیه مضاف‌الیه
گزینه ۲: آن کلید گنج مروارید او: هر دو مضاف‌الیه مضاف‌الیه
گزینه ۴: وابسته وابسته ندارد. در «حدیث آشنایش»، «آشنا» صفت و «ش» مضاف‌الیه خود هسته هستند.

۱۴- پاسخ: گزینه ۴

جمله مصراع اول بیت سؤال «چهارجزئی با مفعول و متمم» است: [خداوند] (نهاد) روشنایی را (مفعول) به خرد (متمم) نبخشد. در گزینه ۴ نیز جمله «چهارجزئی با مفعول و متمم» دیده می‌شود: روزی‌رسان (نهاد) قوت روز را (مفعول) به او (متمم) بداد.
بررسی تعداد اجزای مصراع دوم سایر ابیات:

۱) - نهاد (نهاد محذوف است)، آمد (فعل): جمله دوجزئی (متمم‌های این جمله اختیاری هستند و جزو اصلی جمله نیستند).
۲) پیلان: نهاد، روزی (مفعول)، نخوردند (فعل): سه جزئی با مفعول «به زور» جزو اصلی جمله نیست.
۳) دو جمله داریم: آن دل (نهاد) نژند (مسند) [است] (فعل): سه جزئی با مسند / او (نهاد) او = ش (مفعول) نژند (مسند) خواهد (فعل): چهارجزئی با مفعول و مسند.

■ متأسفانه طراح یا طراحان آزمون باز هم از انواع متمم که در کتاب درسی نظام جدید به هیچ عنوان مطرح نشده است، سوال داده‌اند. این مقدار از خطا و بی‌دقتی که در کنکورهای ۹۹ و ۱۴۰۰ در درس ادبیات دیده شد کاملاً بی‌سابقه است.

۱۵- پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۱: ماضی نقلی: نشسته‌اند. / مضارع اخباری: می‌آید.
گزینه ۲: واژه دوتلفظی: آسمان (آسمان و آسمان) / مفعول: پنجره را گشود. / دید: چند سینه سرخ مهاجر بر شاخسار عریان نشسته‌اند.
■ فعل «دید» همواره مفعول می‌خواهد و در اینجا مفعول آن کل جمله بعد است. دقت داشته باشید که مفعول فعل‌هایی مانند گفت، پرسید، خواست و ... می‌تواند یک جمله باشد.

گزینه ۳: جمله‌های ساده: فقط یک جمله ساده در شعر وجود دارد: باید پنجره را گشود. بقیه شعر کلاً یک جمله مرکب است. دید (جمله هسته) که چند سینه سرخ ... (جمله وابسته) / نقش تبعی: ندارد.

گزینه ۴: ترکیب‌های وصفی: چند سینه سرخ / شاخسار عریان / کدام سمت: ۴ ترکیب وصفی / ترکیب اضافی: سمت آسمان

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

بررسی نقش‌های هر کدام از کلمات:

آن پیر (نهاد) چه خوش (قید) فرمود (فعل) و در جهان (متمم) پندی (نهاد) خوش تر (مسند) از این (متمم اسم) نباشد (فعل).
اگر [آوا] (نهاد) از جور آیام (متمم) خونین دل (مسند) هستی (فعل) [آوا] (نهاد) چون لب جام (متمم) لب خندان (مفعول) بیاور (فعل).

۱۷- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۲ اصل سخن این است که اگر کسی توانایی و قدرت دارد، نباید از آن در راه نادرست استفاده کند. در سایر گزینه‌ها مفهوم مشترک این است که شباهت ظاهری دلیل یکسانی نیست (نکوهش قضاوت سطحی و ظاهری).

۱۸- پاسخ: گزینه ۱

مفهوم حدیث صورت سوال ناپایداری احوال روزگار است و این که پس از هر غم، شادی و پس از هر شادی، غم خواهد آمد که در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ این مفهوم دیده می‌شود. مفهوم گزینه ۱ این است که برای عاشق از بین رفتن عمرش اهمیت ندارد (چیزی جز معشوق و عشق برای عاشق اهمیت ندارد).

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

بررسی مفهوم هر کدام از ابیات:

(الف) وقتی با جلوه خود انجمن را مثل گلستان کردی = تجلی معشوق

(ب) عاشق آن چنان از وجود مادی خود دست کشیده است که در پاسخ معشوق، به جای آن که بگوید: من در پشت درم، می‌گوید: پشت در هم تو هستی. این یعنی پا گذاشتن بر وجود مادی خود و خود را فدا کردن.

(ج) ناپایداری و زوال پذیری زیبایی‌های مجازی

(د) تنها عاشقی که از وجود مادی خود دست بکشد و خود را نیست و نابود کند، به وصال می‌رسد = اتحاد عاشق و معشوق

(ه) عاشق هر کاری از دستش برمی‌آید انجام داده است اما هیچ کاری در شب تیره هجران اثربخش نیست و کاری از ناله سحری او بر نمی‌آید = استیصال و درماندگی عاشق

۲۰- پاسخ: گزینه ۴

مفهوم مشترک بیت سوال و گزینه (۴) پر بلا بودن راه عشق است و این که جفا و ستم لازمه عشق است (بلاکشی عاشقانه). مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) عاشق حتی اگر در راه عشق جان ببازد، از عشق رو بر نمی‌گرداند.

(۲) وقتی معشوق جلوه می‌کند، چاره‌ای جز عاشق شدن وجود ندارد.

(۳) تقابل عقل و عشق

۲۱- پاسخ: گزینه ۱

مفهوم مشترک عبارت صورت سوال و گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ این است که همه موجودات خدا را ستایش می‌کنند. در گزینه ۱ این مفهوم دیده نمی‌شود و شاعر می‌گوید: تو به من این اشتیاق را بخشیدی که با دیدن زیبایی‌ها تو را ستایش کنم.

۲۲- پاسخ: گزینه ۲

مفهوم مشترک بیت صورت سوال و گزینه ۲: کسی که دل بسته تعلقات دنیا است نمی‌تواند به کمال برسد.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) آسایش طلبی موجب گرفتاری و رنج است (پیامد آسایش و راحتی، رنج و گرفتاری است).

(۳) رد کردن نیازمندان از خود سبب دور کردن اقبال و دولت است.

(۴) ازلی بودن عشق / ویرانی دل عاشق تعمیرناپذیر است. / تقابل عقل و عشق

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

در بیت صورت سوال سخن از اثر گرفتن زمانه از غم‌ها و شادی‌های مردمان است. در میان ابیات سؤال در گزینه ۳ می‌توانیم به نوعی این مفهوم را ببینیم. اگر چه در این گزینه، شاعر بیشتر بر این مطلب تأکید کرده است که هر چه رفتار کنیم، روزگار و جهان با ما همان گونه رفتار می‌کند و به نوعی این جهان بازتاب اعمال ماست نه این که جهان از فعل ما اثر می‌پذیرد؛ اما در هر صورت از میان گزینه‌ها، این گزینه کمتر بی‌ربط است. مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) کسی که غم و شادی و روز و شبش برابر باشد، روزگارش سراسر بهار است.

(۲) سخن پخته و ارزشمند، انسان‌های خام و نادان را مغلوب می‌سازد.

(۴) دل آزاده در زمان غم و اندوه هم آسوده و شادمان است (برای آزاده غم و شادی یکسان است).

۲۴- پاسخ: گزینه ۴

مفهوم بیت سوال این است که خاموش دلیلی جهل و نادانی است. مقابل این مفهوم می‌شود: سکوت دلیل دانایی است یا سخن گفتن دلیل نادانی است. در هر صورت در بیت صورت سوال سکوت مذمت شده است و باید به دنبال بیتی بگردیم که در آن سکوت ستایش شده باشد که در گزینه ۴ بهتر از سایر گزینه‌ها این مطلب دیده می‌شود.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: سنجیده و درست و نیکو سخن گفتن

گزینه ۲: سنجیده‌گویی / سخن سنجیده سبب خواری است.

گزینه ۳: اول اندیشه بعد گفتار

۲۵- پاسخ: گزینه ۱ یا ۴

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ همانند بیت سؤال سخن از برتری مرگ بر زندگی با ننگ است؛ اما در گزینه ۴ این مفهوم دیده نمی‌شود.

■ کلید اولیه سنجش گزینه ۱ بوده است که قطعاً نادرست است.

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

رزقناکم: به شما روزی دادیم (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / یوم: روزی (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / بیع: فروشی (رد سایر گزینه‌ها) / خلّة: دوستی (رد گزینه‌های ۲ و ۳)

۲۷- پاسخ: گزینه ۳

قد تَوَثَّرَ ... تأثیراً عمیقاً: گاهی چنان تأثیر عمیقی می‌گذارد (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / کلمات: کلماتی (رد گزینه ۴) / شخص: شخصی (رد گزینه ۲) / فی: در (رد گزینه ۴)

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

کثیر من: بسیاری از (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / لا یضیعون: تلف نمی‌کنند (رد گزینه ۳) / أوقاتهم: اوقاتشان (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / سنویّاً: سالانه (رد گزینه ۱)

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

یمكن: امکان دارد (رد سایر گزینه‌ها) / شارکک: همراهیت کرد (رد گزینه ۱) / لن تنسی: فراموش نخواهی کرد (رد سایر گزینه‌ها)

۳۰- پاسخ: گزینه ۳

لسانه: زبان او (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / أفضل: بهترین (رد سایر گزینه‌ها) / یستطیعون: می‌توانند (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / أحسن الطریق: بهترین روش (رد گزینه‌های ۱ و ۴)

۳۱- پاسخ: گزینه ۲

دعا ... إلی: به ... فراخواند (رد گزینه ۱) / إلتزام: پایبندی (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / و هو ...: در حالی که (رد سایر گزینه‌ها) / ما کان قد فکّر: فکر نکرده بود (رد گزینه‌های ۳ و ۴)

۳۲- پاسخ: گزینه ۲

أهمّ: مهم‌ترین (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / تَوَثَّرَ: اثر می‌گذارد (رد سایر گزینه‌ها) / حیاة: زندگی (رد گزینه ۳)

۳۳- پاسخ: گزینه ۴

(۱) نعوّد: عادت می‌دهیم

(۲) یصبح: می‌شود

(۳) نُجذب: جذب می‌شویم

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

(۱) کاد... یبکی بکاء: نزدیک بود که قطعاً گریه کند

(۲) لمن لا یحدّث: کسی که سخن نمی‌گوید

ترجمه درست گزینه ۴: «دانشمندان کسانی هستند که به وسیله علوم سودمند، عقل‌های مردم را نورانی می‌کنند!»

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

استاد: الأستاذ (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / امتحان: الإمتحان (رد سایر گزینه‌ها) / برای دانش‌آموزان: للطّلاب (رد سایر گزینه‌ها)

■ ترجمه متن:

«انسان گاهی احساس می‌کند که مبتلا به رنج و غم است، بنابراین توصیه می‌شود که بعضی کارها را انجام دهد. از جمله:

۱- صحبت با خانواده و دوستان، هنگامی که انسان احساس می‌کند همنشین گروهی از دوستانی است که او را دوست دارند، احساس قدرت و توانایی وی افزایش می‌یابد!

۲- در بعضی موارد شرکت در ورزش، زیرا گاهی اوقات بر فعالیت یک ماده شیمیایی در بدن تأثیر می‌گذارد که به ماده خوشبختی مشهور است و این به نفع برخی از مبتلایان است!

۳- گوش دادن به صداهای آرام و محبوب مانند قرآن، صداهای در طبیعت و موسیقی، زیرا آرامش را در فرد افزایش می‌دهد همان‌طور که به کاهش فشار خون و بهبود ضربان قلب کمک می‌کند!

۴- نوشتن دلایل غم و اندوه، زیرا در تسکین دردها مفید هستند!

۳۶- پاسخ: گزینه ۴

(۱) برخی صداها در کاهش آشفتگی‌ها تأثیر دارند!

(۲) همراه بد نمی‌تواند به قلب انسان آرامش برساند!

(۳) گاهی ورزش به جای دارو عمل می‌کند!

(۴) انسان در این دوران دائماً احساس غم و بلا می‌کند!

۳۷- پاسخ: گزینه ۳

توصیه‌های متن را مشخص کنید:

- (۱) در مورد زندگی خود با دیگران صحبت کن و دردهای خود را ذکر کن!
- (۲) به اخبار گوش ده و فیلم تماشا کن!
- (۳) قدرت‌های خود را از طریق یک دوست صمیمی احساس کن!
- (۴) تمرینات و دروس خود را مشتاقانه بنویس!

۳۸- پاسخ: گزینه ۱

- (۱) هیچ آرامشی با تنبلی نیست!
- (۲) با کنار گذاشتن فکر، اندوه را ترک کنید!
- (۳) تسکین پس از ناملایمات!
- (۴) داروی غم و اندوه صبر بر آن است!

۳۹- پاسخ: گزینه ۱

- «مطالعات دانشمندان که بر بهبودی بیماران تأثیر می‌گذارد!»
- (۱) تأکید می‌کند- ورزش- برخی آن‌ها و نه همگیشان
 - (۲) ثابت کرده است- صداها همگی- به سرعت
 - (۳) فکر می‌کنند- نوشتن روزانه- در تمام اوقات
 - (۴) ظاهر می‌شود- کاهش خون بسیار- و در آن شکی نیست

۴۰- پاسخ: گزینه ۲

ماضیه «تأثّر» علی وزن «تفعلّ» ← ماضیه «أثّر» علی وزن «فعلّلت»

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

حروفه کلّها أصلية و ليس له حرف زائد ← لها حرف زائد

۴۲- پاسخ: گزینه ۳

معرفة ← نكرة

۴۳- پاسخ: گزینه ۲

«ثمانون» جمع مذکر سالم است و «نون» پایان آن باید فتحه بگیرد.

۴۴- پاسخ: گزینه ۱

- (۱) روزنامه‌نگار: کسی که همیشه روزنامه روزانه می‌خواند!
- (۲) مصحف: به کتابی گفته می‌شود که در آن کلام خاصی نوشته شده است!
- (۳) روزنامه: گروهی از ورق‌ها که روزانه منتشر می‌شوند!
- (۴) روزنامه‌ها: در آن اخبار مختلفی و غیر آن بر حسب سیاست روزنامه است!

۴۵- پاسخ: گزینه ۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) «قبل: پذیرفت» متضاد «رفض: رد کرد» می‌باشد.

(۲) «علم: دانش» متضاد «جهل: نادانی» است؛ نه «جاهل: نادان».

(۳) جمع «صدیقة»، «صدیقات» می‌باشد.

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

هرگاه «خیر» به معنای «خوب‌تر، خوب‌ترین» باشد، اسم تفضیل است؛ در غیر این صورت اسم تفضیل نیست.

در گزینه ۴ «خیر» به معنای «خوبی» می‌باشد؛ لذا اسم تفضیل نیست.

۴۷- پاسخ: گزینه ۳

- (۱) «ب ن ي»
- (۲) «ب ي ن»
- (۳) «ب ي ن» / «ص د ق» در این فعل «نون»، نون وقایه است. (۴) «م ن ي» / «و ص ل»

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

در این گزینه، «ما» به معنای «چیزی که» می‌باشد. اما در سایر گزینه‌ها «ما» نفی ماضی می‌باشد.

۴۹- پاسخ: گزینه ۱

«مدحاً» در این گزینه مفعول مطلق نوعی است؛ زیرا «جیداً» صفت آن است.

در گزینه‌های ۲ و ۴ اصلاً مفعول مطلق نداریم.

در گزینه ۳ «عمرأ» مفعول مطلق تأکیدی است.

۵۰- پاسخ: گزینه ۴

این سؤال مربوط به مبحث استثناء در کتاب‌های نظام قدیم بوده است. صورت سؤال «حصر» را می‌خواهد.

در گزینه ۴ مستثنی‌منه محذوف است. اما در سایر گزینه‌ها به ترتیب «شیئاً»، «أحد» و «أكثر» مستثنی‌منه هستند.

فرهنگ و معارف اسلام

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

«من آمن بالله و اليوم الآخر» بیانگر اعتقاد به معاد است که موجب ایجاد شور و نشاط در زندگی می‌شود. این شور و نشاط به این دلیل است که انسان می‌داند هیچ یک از کارهای نیک او در آن جهان بی‌پاداش نمی‌ماند (اعتقاد به عدل الهی که در آیه «ام نجعل المتقین کالفجار» به آن اشاره شده است)؛ زیرا هر غمی را که از دل غمگینی پاک می‌کند و هر خدمتی را که به محرومی می‌کند و هر باری را که از دوش مؤمنی برمی‌دارد، در پیشگاه خداوند دارای اجر و مزد است. حتی کسی آن را نبیند یا در آن کار موفق نشود و یا در برابر کارهایش تقدیر و تشکری از سوی دیگران صورت نگیرد، ناامید و افسرده نمی‌شود، زیرا می‌داند که خداوند او و تلاش‌هایش را می‌بیند و نیز اطمینان دارد که اگر در این مسیر ظلمی به او بشود و نتواند داد خود را از ظالمان بستاند، قطعاً در جهان دیگری خداوند آن‌ها را به سزای اعمال شان خواهد رساند.

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

این مطلب که دنیا ظرفیت جزا و پاداش کامل را ندارد، بیانگر ضرورت معاد بر اساس عدل الهی است که آیه گزینه ۴ با قیاس میان گروه‌های متضاد بیانگر عدل الهی است.

۵۳- پاسخ: گزینه ۱

نیکوکاران در بهشت اخروی (قیامت) خدا را سپاس می‌گویند که حزن و اندوه را از آنان زدوده و از رنج و درماندگی، دور کرده است. بهشت سرای سلامتی (دارالسلام) است؛ یعنی هیچ نقصانی، غصه‌ای، ترسی، بیماری‌ای، جهلی، مرگ و هلاکتی، و خلاصه، هیچ ناراحتی و رنجی در آنجا نیست.

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

توصیه لقمان حکیم به فرزندش در راستای تقویت عزم و اراده و افزایش صبر و تحمل است که آیه شریفه «واصبر علی ما اصابک ان ذلک من عزم الامور» بیانگر آن است.

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

برخی می‌گویند: اگر قلب انسان با خدا باشد، کافی است و عمل به دستورات او ضرورتی ندارد، آنچه اهمیت دارد، درون و باطن انسان است، نه ظاهر او. اما این توجیه، با کلام خداوند سازگار نیست. خداوند، عمل به دستوراتش را که توسط پیامبر ارسال شده است، شرط اصلی دوستی با خود اعلام می‌کند: «قل ان کنتم تحبون الله فاتبعونی یحببکم الله»

۵۶- پاسخ: گزینه ۲

اگر کسی به چیز حرامی روزه خود را باطل کند؛ مثلاً دروغی را به خدا نسبت دهد، کفاره جمع بر او واجب می‌شود. یعنی باید هر دو کفاره یادشده را انجام بدهد. البته اگر هر دو برایش ممکن نباشد، می‌تواند هر کدام را که ممکن است، انجام دهد.

۵۷- پاسخ: گزینه ۳

قانون حجاب «یدنین علیهن من جلابیبهن» کمک می‌کند تا جامعه به جای آنکه ارزش زن را در ظاهر و قیافه وی خلاصه کند، به شخصیت، استعدادها و کرامت ذاتی وی توجه کند. این امر موجب می‌شود سلامت اخلاقی جامعه بالا رود؛ حریم و حرمت زنان حفظ شود و آرامش روانی وی افزایش یابد.

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

«ان الانسان لفی خسر» بیانگر ضرر و زیان ناشی از عدم کشف راه درست زندگی است. این مطلب نشان می‌دهد که انسان اختیار دارد و با اختیار می‌تواند راه مناسبی را انتخاب کند و به همین دلیل دچار خسران و زیان شود.

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

در برنامه واحد دین (اسلام) از انسان خواسته می‌شود تا با اندیشه در خود و جهان هستی (تفکر که یک ویژگی فطری است)، به ایمان قلبی دست یابد.

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

حدیث صورت سؤال بیانگر جامعیت و همه‌جانبه بودن قرآن است که گزینه ۴ هم به این مطلب اشاره دارد.

۶۱- پاسخ: گزینه ۱

دستور «بلغ ما انزل الیک...» بیانگر مسئولیت دریافت و ابلاغ وحی است که به واسطه آن امکان هدایت مردم فراهم می‌شود. دقت کنید که آیه «لعلک باخع نفسك» نشان‌دهنده تلاش پیامبر برای هدایت مردم می‌باشد.

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

امیرالمؤمنین (علیه السلام) آینده‌سریچی از دستورات امام و اختلاف و تفرقه میان مسلمانان را که موجب سوار شدن بنی‌امیه بر تخت سلطنت بود؛ می‌دید و آنان را از چنین روزی بیم می‌داد.

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

درست است که ائمه شیوه‌های مختلفی برای مبارزه داشتند (برای مثال امام حسن (علیه السلام) با معاویه صلح کردند اما امام حسین (علیه السلام) علیه یزید قیام کردند) اما مانند یک انسان ۲۵۰ ساله بودند یعنی مکمل یکدیگر بودند و هدف مشترک داشتند.

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

امام زمان (عج) خطاب به اسحاق بن یعقوب فرمودند: «و اما الحوادث الواقعة فارجعوا فيها الى رواه حديثنا (رجوع به فقها در روایاتهای جدید- معلول) فانهم حجتی علیکم و انا حجه الله علیهم (آن‌ها حجت من بر شما هستند و من حجت خدا بر آن‌ها هستم- علت)» دقت کنید که این سؤال استدلال و علت رجوع به فقها را خواسته است.

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

عبارت (لذین احسنوا الحسنی و زیاده) بیانگر این مطلب است که کارهای نیک چند برابر (زیاده) محاسبه می‌شود یعنی مبنای پاداش‌دهی خداوند، فضل است. مطلبی که گزینه ۱ هم به آن اشاره دارد که می‌گوید کار نیک ده برابر (عشر امثالها) محاسبه می‌شود.

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

دقت کنید که رسیدن به انس و آرامش در خانواده با ازدواج ایجاد می‌شود که عبارت (من انفسکم ازواج) بیانگر یکسانی منزلت زن و مرد و اهمیت ازدواج است که می‌تواند انسان را به آرامش یا همان (لتسکنوا الیها) برساند.

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

شعر صورت سؤال بیانگر تجلی خدا در عالم هستی و دیدن او در هر چیزی است. مطلبی که آیه (الله نور السماوات و الارض) هم همین مطلب را نشان می‌دهد.

یکی از پیام‌ها و مفاهیم اصلی آیه (الله نور...) این است که هر چیزی در جهان در حد خودش نشان‌دهنده صفات الهی است.

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

رابطه علت و معلولی میان ابعاد توحید نظری، عبارت است از:

(۱) خالقیت (۲) مالکیت (۳) ولایت (۴) ربوبیت

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

هر سبکی از زندگی، ریشه در اندیشه‌های خاصی داشته و از جهان‌بینی ویژه‌ای سرچشمه می‌گیرد. شناخت آن ریشه‌ها کمک فراوانی به تصمیم‌گیری درست ما خواهد کرد. سبک زندگی دینی هم ریشه در جهان‌بینی توحیدی دارد.

۷۰- پاسخ: گزینه ۲

یکی از تقویت‌کننده‌های اخلاص، ترک گناه و انجام واجبات است که در میان واجبات روزه اثر بسیار خاص و ویژه‌ای روی اخلاص دارد. حکمت، به معنای علم محکم و استوار و به دور از خطاست که هدف درست و راه رسیدن به آن را نشان می‌دهد و مانع لغزش‌ها و تباهی‌ها می‌شود. انسان حکیم، به درجاتی از بصیرت و روشن‌بینی می‌رسد که می‌تواند در شرایط سخت و پیچیده، حق را از باطل تشخیص دهد و گرفتار باطل نشود. خداوند در قرآن کریم، علاوه بر آنکه لقمان را به داشتن حکمت، توصیف کرده، سفارش‌های ارزنده و حکیمانه‌ای از ایشان نقل کرده است.

۷۱- پاسخ: گزینه ۳

تفکر و تصمیم: هرکدام از ما همواره تصمیم‌هایی می‌گیریم و برای این تصمیم‌ها ابتدا اندیشه می‌کنیم و جوانب آن را می‌سنجیم و سپس دست به عمل می‌زنیم. گاهی نیز دچار تردید می‌شویم که از میان چندین راه و چندین کار، کدام یک را انتخاب کنیم. دست آخر، پس از بررسی‌های لازم، یکی را برگزیده و عمل می‌کنیم.

احساس رضایت یا پشیمانی: هرگاه در کاری موفق شویم، احساس رضایت و خرسندی وجودمان را فرا می‌گیرد. این احساس رضایت نشانه آن است که آن کار را از خود و نتیجه‌اراده و تصمیم عاقلانه خود می‌دانیم. گاه نیز در کاری مرتکب اشتباه می‌شویم و به خود یا دیگری زیان می‌رسانیم. در این هنگام احساس پشیمانی می‌کنیم و با خود می‌گوییم ای کاش آن کار را انجام نمی‌دادم. این احساس پشیمانی نشانگر آن است که من توان ترک آن کار را داشته‌ام.

۷۲- پاسخ: گزینه ۱

سنت امداد عام برای دنیاطلبان آن است که بدون کم و کاست به دنیا می‌رسند اما در آخرت جز آتش دوزخ ندارند.

حدیث امیرالمومنین (علیه السلام) مبنی بر اینکه: «چه بسا احسان پیاپی کسی را گرفتار کند...» بیانگر سنت املا و استدراج است.

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

آیه صورت سؤال مخصوص کسانی است که به خدا ایمان دارند و به او تمسک می‌جویند، مشمول رحمت دو فضل الهی و هدایت می‌شوند که این مطلب نشان‌دهنده سنت توفیق یا همان امداد خاص می‌باشد.

بررسی سنت‌های موجود در گزینه‌ها:

(۱) ابتلا (۲) سبقت رحمت بر غضب (۳) تأثیر اعمال بر زندگی (۴) توفیق

۷۴- پاسخ: گزینه ۲

آغازگر تزکیه نفس توبه است که عبارت «التوبه تطهر القلوب...» به آن اشاره دارد.

مایه روشنی چشم‌ها، توصیف پاداش‌های وصف‌ناشدنی است. پاداش وصف‌ناشدنی یکی از میوه‌ها و ثمرات درخت اخلاص است.

۷۵- پاسخ: گزینه ۴

امام خمینی (ره): «نکته مهمی که همه ما باید به آن توجه کنیم و آن را اصل و اساس سیاست خود با بیگانگان قرار دهیم، این است که دشمنان ما و جهان‌خواران تا کی و تا کجا ما را تحمل می‌کنند و تا چه مرزی استقلال و آزادی ما را قبول دارند. به یقین، آنان مرزی جز عدول از همه هویت‌ها و ارزش‌های معنوی و الهی‌مان نمی‌شناسند.»

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: نیروی پلیس تصمیم گرفت که دوربین‌های کنترل سرعت را در طول جاده نصب کند، زیرا در طی سال اخیر هفت تصادف مرگ‌بار در این مسیر رخ داده بود.

توضیح: در مواقعی که به رویدادی در گذشته اشاره می‌شود که پیش‌تر از عمل دیگری در گذشته رخ داده، از زمان گذشته کامل استفاده می‌شود. از آنجایی که زمان جمله اول گذشته ساده است (تصمیم گرفتن) و این عمل پس از وقوع عمل دیگری در گذشته (وجود تصادفات) صورت گرفته است، گزینه ۲ پاسخ درست است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: یک خانوادهٔ زبانی گروهی از زبان‌های مختلف است که دارای ریشه‌ای مشترک و مجموعه واژگان، دستور زبان و ساختار آوایی مشابه هستند.

توضیح: برای توصیف یک اسم و نشان دادن مالکیت آن می‌توان از حرف اضافهٔ **with** به معنای «دارای» استفاده کرد.

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: ما یک هفته در استانبول به سر بردیم و پس از آن یک ماه در یک روستا اقامت داشتیم. خود روستاییان بسیار مهمان‌نواز بودند. توضیح: پس از فاعل می‌توان از ضمیر موصولی (**who**) و یا ضمائر تأکیدی (**self-pronouns**) استفاده کرد. با توجه به تکرار **they** (ضمیر فاعلی) پس از **who** و مفهوم جمله (نا تمام در صورت استفاده از ضمیر موصولی)، گزینه ۴ نادرست است، بنابراین تنها گزینه ۳ می‌تواند پاسخ درست تست باشد.

۷۹- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: پنسیلین به دو صورت عمل می‌کند، هم باکتری‌ها را می‌کشد و هم مانع از رشد آن‌ها می‌شود. توضیح: با توجه به اینکه این تست یک جمله مرکب است و با توجه به معنی جمله، متوجه می‌شویم که حرف ربط مناسب آن **and** می‌باشد. در این صورت بایستی دو قسمت پیش و پس از **and** به موازات هم باشند، یعنی ساختاری مشابه داشته باشند. در نتیجه گزینه ۳ که در آن هم از حرف اضافهٔ **by** استفاده شده، پاسخ درست است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: زندگی در یک خانهٔ سرد و یا نمناک، احتمال ابتلای شما به سرفه و عفونت‌های قفسهٔ سینه را افزایش می‌دهد.

(۱) عادات‌ها (۲) حملات (۳) گوناگونی‌ها (۴) عفونت‌ها

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: موشی را به یک فیل نشان دهید و آن فیل به راه خودش ادامه خواهد داد، اما زنبورهای عصبانی قادر هستند کل گلهٔ فیل‌ها را وادار به فرار کنند.

(۱) گله، دسته (۲) ابزار، وسیله (۳) ساده، دشت (۴) ناحیه، منطقه

۸۲- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: کودک ممکن است در صورتی که یک فرد غریبه او را در آغوش بگیرد و یا حتی برای لحظه‌ای به دست فرد ناآشنایی سپرده شود، زیر گریه بزند.

(۱) دریافتن (۲) ترکیدن، زیر ... زدن (خنده، گریه)

(۳) تبدیل کردن (۴) اندازه گرفتن

به ترکیب (**burst into tears**) به معنای «زیر گریه زدن، گریه سر دادن» توجه کنید.

۸۳- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: ۸۰ درصد والدین بر این باورند که تماشای تلویزیون برای جامعه و به‌ویژه کودکان، مضر است.

(۱) عجیب، بیگانه (۲) خانگی، اهلی، داخلی (۳) قدر تمند (۴) مضر

۸۴- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: برای اینکه صحبت کردن به یک زبان را به‌خوبی بیاموزید، بایستی در کشوری که به آن زبان صحبت می‌شود زندگی کنید.

(۱) به‌طور فزاینده (۲) به‌طور قابل توجه / جالب توجه (۳) به‌خوبی، درست (۴) احتمالاً

۸۵- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه:

- چیزی از تصادف را به خاطر می‌آوری؟

- خیر، همه چیز به‌ناگهان اتفاق افتاد.

(۱) با آرامش، به آرامی (۲) با احتیاط، با دقت (۳) ناگهان، یکباره (۴) داوطلبانه

۸۶- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: این نظریه مطرح است که اهمیت دادن به محیط زیست ضرورتی ندارد، چراکه طبیعت از خودش مراقبت خواهد کرد، البته که این امر صحت ندارد.

(۱) مراقبت کردن (۲) ساختن، آشتی کردن (۳) شامل ... شدن (۴) معادل ... بودن، نشانه چیزی بودن
نکته: به چنین ترکیباتی افعال مرکب یا اصطلاح گفته می شود که معنای آن ها بسته به حرف اضافه ای که پس از آن ها می آید، متفاوت است.

۸۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: دوستان سابقم قول دادند که پس از نقل مکان هر روز با من تماس بگیرند و ما ارتباطمان را به همان شکل که بود، حفظ خواهیم کرد؛ اما چندین ماه از زمانی که من نقل مکان کرده ام می گذرد و اصلاً خبری از آن ها نشنیده ام. حدس می زنم درست است که می گویند از دل برود هر که از دیده برفت.

(۱) باد آورده را باد می برد (۲) کار نیکو کردن از پر کردن است
(۳) از دل برود هر که از دیده برفت (۴) جوجه را آخر پاییز می شمارند
نکته: به چنین ترکیباتی «ضرب المثل» گفته می شود که معنای اصلی آن ها متفاوت از معنای (ظاهری) تک تک کلمات در کنار یکدیگر می باشد و باید معنای اصطلاحی آن ها را آموخت.

■ ترجمه Cloze Test ■

تحقیقات نشان می دهد که بهترین روش برای اجرای انواع خاصی از پروژه ها به کارگیری تعدادی افراد است که در قالب یک گروه، با هم بر روی پروژه کار کنند. دلیل اصلی اینکه چرا یک گروه بهتر از تنها یک فرد می باشد، این است که افراد یک گروه دارای محدودۀ دانش و مهارت وسیع تری هستند. علاوه بر آنچه گفته شد، زمانی که کمک و ذهن های متمرکز بیشتری در پروژه فراهم باشد، آن (پروژه) معمولاً سریع تر تکمیل خواهد شد. بعلاوه، مطالعات نشان می دهد که کار کردن در قالب یک تیم، بر روی خلاقیت نیز تأثیرگذار است. افرادی که در یک گروه فعالیت می کنند نسبت به افرادی که به تنهایی مشغول به کار هستند، ریسک های بیشتری می پذیرند. هر فرد گروه احساس آزادی بیشتری برای آزمایش راه حل های متنوع می کند، زیرا تمام گروه مسئول خواهد بود، نه فرد خاصی در آن. در نتیجه گروه قادر است مسائل را به روشی بهتر حل کند.

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: در این جمله یک فرد با یک گروه مقایسه شده است، بنابراین از ساختار comparative adjective استفاده می کنیم، در نتیجه گزینه ۴ پاسخ درست است.

۸۹- پاسخ: گزینه ۲

(۱) دایره (۲) محدوده، بازه (۳) هدف (۴) بخش، قسمت

۹۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: از آنجایی که پروژه چیزی را کامل نمی کند، بلکه کامل می شود، در میابیم که ساختار جمله مجهول است که باید از to be + p.p استفاده شود. توجه داشته باشید که قیدهای تکرار (usually) پس از افعال کمکی و وجهی (can) و پیش از فعل اصلی جمله قرار می گیرند.

۹۱- پاسخ: گزینه ۴

(۱) با ارزش (۲) دقیق (۳) عمومی (۴) مسئول

۹۲- پاسخ: گزینه ۲

(۱) با این حال (۲) در نتیجه (۳) با اینکه (۴) در حالی که

■ ترجمه درک مطلب ۱: ■

آشپزی کردن برای افراد خام خوار دشوار است. همانند گیاه خواران، آن ها نیز گوشت نمی خورند؛ ولی سایر محصولات حاصل از حیوانات، مانند تخم مرغ، شیر و حتی گاهی عسل نیز مصرف نمی کنند. دلایل مختلفی برای اینکه برخی افراد انتخاب می کنند تا خام خوار باشند وجود دارد، همچون منافع و حقوق حیوانات و یا به عنوان سبکی برای تغذیه سالم تر. اما اخیراً دلیل دیگری نیز مطرح شده است که توجه بسیاری را به خود جلب کرده است. ماه پیش، تحقیق مهمی ارائه شد که به تأثیرات مواد غذایی مصرفی ما بر روی محیط زیست می پردازد. در این تحقیق کشف شد که مصرف گوشت کمتر یکی از مهم ترین کارهایی است که ما می توانیم در جهت کمک به سیاره خود انجام دهیم. همان طور که می دانید، حجم وسیعی از منابع کره زمین صرف پرورش دام برای برداشت گوشت آن ها می گردد. در برخی مناطق، جنگل ها را ریشه کن می کنند تا فضای کافی برای حیوانات (دام) و رشد خوراک دام فراهم کنند. آن ها آب زیادی را نیز مصرف می کنند. و به ویژه این فعالیت ها باعث تولید حجم زیادی گاز کربن می شود. گاوها مسئول انتشار حدود ۱۶ درصد از گازهای گلخانه ای هستند. تحقیقات حاکی از آن است که جهت پیشگیری از آسیب دائمی به سیاره خود، به طور میانگین جمعیت کل جهان بایستی ۷۵ درصد مصرف گوشت قرمز و ۵۰ درصد مصرف تخم مرغ را کاهش دهند. البته که همه قرار نیست خام خوار شوند یا به طور کامل دست از مصرف گوشت بکشند. اما هر چند وقت یک بار جایگزین کردن وعده گوشت قرمز با لوبیا و یا گوشت مرغ با نخود، ایده چندان بدی به نظر نمی رسد.

۹۳- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: بحث اصلی متن چیست؟

- (۱) برخی تولیدات حیوانی
(۲) اهمیت مصرف گوشت کمتر
(۳) منافع مشترک خام‌خواران و گیاه‌خواران
(۴) رابطه میان خوراک و سلامتی ما

۹۴- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: با توجه به اطلاعات مطرح شده در متن، کدام یک از موارد زیر جزو دلایلی که مردم تصمیم می‌گیرند خام‌خوار شوند، نیست؟

- (۱) آن‌ها می‌خواهند منحصر به فرد باشند.
(۲) آن‌ها می‌خواهند از حیوانات حمایت کنند.
(۳) آن‌ها تمایل دارند رژیم غذایی سالم‌تری داشته باشند.
(۴) آن‌ها مایل هستند به محافظت از محیط‌زیست کمک کنند.

۹۵- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: واژه «they» در متن به اشاره دارد.

- (۱) حیوانات (۲) جنگل‌ها (۳) منابع (۴) انتشار کربن

۹۶- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: در متن اشاره شده است که پرورش حیوانات به‌عنوان غذا

- (۱) قابل‌بیشگیری نیست، زیرا آن یک شغل پول‌ساز است.
(۲) به‌اندازهٔ پرورش لوبیا و نخود اهمیت دارد.
(۳) برخلاف آنچه مطالعات نشان می‌دهد، چندان ایدهٔ بدی نیست.
(۴) تأثیرات مخربی بر روی سیارهٔ ما دارد.

■ ترجمه درک مطلب ۲:

نادیده گرفتن رشد محبوبیت اخیر آووکادو دشوار است. با توجه به آنچه از سفرهای اخیر خود به دور اروپا کشف کرده‌ام، آووکادو در کشورهایی علاوه بر زادگاه من محبوبیت یافته است. اکنون آووکادو در بیشتر کافه‌ها و رستوران‌ها سرو می‌شود، مخصوصاً زمانی که برای یک وعدهٔ صبحانه یا ناهار لذیذ همراه با تخم‌مرغ پخت شود. در سفر اخیر خود به برلین، از خوردن یک کیک شکلاتی آووکادو که یک انتخاب مغذی‌تر و سالم‌تر از حالت عادی آن به نظر می‌رسید، بسیار لذت بردم. آن را در یک کافهٔ سنتی قدیمی خریداری کردم. امتحانش کردم و خیلی خوشمزه بود. روزی دیگر، به کافه‌ای رفتم که در منوی آن آووکادو در تمامی آشکال و حالات ارائه شده بود. ترکیب نان تُست، مربای گوجه‌فرنگی و حموس فوق‌العاده بود. به فکر فرو رفتم؛ آیا این جنون آووکادو با استفاده از واقعیت‌های علمی قابل توجیه است؟ پس تصمیم گرفتم مقداری تحقیق کنم: آووکادو چه مزایایی برای سلامتی دارد؟

خب، دلایل تقریباً زیادی دربارهٔ اینکه چرا آووکادو یک اَبَرخوراک است، وجود دارد. آووکادو سرشار از ویتامین‌ها و مواد معدنی مهم است. دارای مزایای زیادی برای سلامتی می‌باشد. به شیوه‌های متنوع به زیباترین‌ها مانند ما کمک می‌کند. به دستگاه هاضمهٔ ما کمک می‌کند، بدین معنی که باعث کاهش وزن می‌گردد. باعث می‌شود پوست ما سالم‌تر و جوان‌تر به نظر برسد و موی ما قوی‌تر بماند. آووکادو بر اندام‌های داخلی بدن ما نیز تأثیر مثبتی دارد! به جلوگیری از بیماری‌های قلبی کمک می‌کند، زیرا به حفظ کلسترول خون در سطوح پایین کمک می‌کند. آووکادو همچنین منجر به محکم‌سازی استخوان‌ها و نگه داشتن سطح قند خون در یک حد سالم می‌گردد.

۹۷- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: بحث اصلی متن پیرامون چه موضوعی است؟

- (۱) یک رویداد جالب (۲) انواع مختلف آووکادو در اروپا
(۳) یک میوهٔ محبوب و مزایای آن بر روی سلامتی (۴) چرا یک نوع میوه به‌عنوان یک اَبَرخوراک معرفی شده است

۹۸- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: کدام یک از موارد زیر نگرش نویسنده نسبت به آووکادو را بهتر توصیف می‌کند؟

- (۱) احساسی (۲) مثبت (۳) متعادل (۴) نگران

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: با توجه به متن، نویسنده

- (۱) به سفری رفت تا دربارهٔ آووکادو تحقیق کند.
(۲) آووکادو را تنها در کافهٔ موردعلاقهٔ خود میل کرد.
(۳) تصمیم گرفت دربارهٔ آووکادو اطلاعاتی به‌دست آورد.
(۴) در سفرهای خود به دور اروپا، ترکیبات جدیدی از آووکادو را به مردم معرفی کرد.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: با توجه به پاراگراف دوم، کدام یک از جمله‌های زیر دربارهٔ آووکادو نادرست است؟

- (۱) آووکادو قند خون را در یک سطح ایمن نگاه می‌دارد.
(۲) آووکادو حاوی ویتامین‌ها و مواد معدنی مهمی است.
(۳) درون و برون بدن ما توسط آووکادو تحت تأثیر قرار می‌گیرد.
(۴) آووکادو بیماری قلبی را با کنترل سطح کلسترول خول، درمان می‌کند.

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۱

$$\log_a c + \log_b c = \frac{1}{\log_c a} + \frac{1}{\log_c b} = \frac{\log_c b + \log_c a}{\log_c a \log_c b} = \frac{\log_c ab}{\log_c a \log_c b}$$

ابتدا دقت کنید که:

$$\frac{\log_c ab}{\log_c a \log_c b} = 1 \Rightarrow \log_c a \log_c b = \log_c ab$$

پس:

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

$$\log_2(4^x + 15) = x + 3 \Rightarrow 4^x + 15 = 2^{x+3} \Rightarrow 4^x + 15 = 2^x \times 2^3 \Rightarrow 4^x + 15 = 8 \times 2^x$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 8 \times 2^x + 15 = 0 \Rightarrow (2^x - 3)(2^x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 3 \Rightarrow x_1 = \log_2 3 \\ 2^x = 5 \Rightarrow x_2 = \log_2 5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_2 3 + \log_2 5 = \log_2 15$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

لازم است زیر رادیکال‌ها نامنفی باشد، بنابراین داریم:

$$1) -x^2 + 4x^2 + 25x - 100 \geq 0 \Rightarrow -x^2(x-4) + 25(x-4) \geq 0 \Rightarrow (x-4)(-x^2 + 25) \geq 0 \Rightarrow (x-4)(5+x)(5-x) \geq 0$$

x		-5		4		5	
		+	+	-	+	+	-

$$\Rightarrow x \leq -5 \text{ یا } 4 \leq x \leq 5 \quad (I)$$

$$2) -x^2 + 6x - 8 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(-x+4) \geq 0$$

x		2		4	
		-	+	+	-

$$\Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \quad (II)$$

لازم است ریشه متعلق به اشتراک جواب‌های به‌دست آمده باشد. اشتراک این دو جواب $\{4\}$ است؛ پس معادله نمی‌تواند ریشه‌ای غیر از $x = 4$ داشته باشد. به‌ازای $x = 4$ معادله به تساوی درست $2 + 4 = 6$ تبدیل می‌شود، پس $x = 4$ تنها ریشه معادله است.

۱۰۴- پاسخ: گزینه‌های ۲ و ۳

گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم. توجه کنید که به‌دلیل وجود \sqrt{x} ، باید $x \geq 0$ باشد.

$$m = -1 \Rightarrow P = \frac{\overbrace{(4x+4)}^{\text{مثبت}}(2x-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{2x-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \geq 0$$

x		0		1		3/2		4
P		-	-	+	+	+	-	+

$$\Rightarrow \text{جواب: } \left(1, \frac{3}{2}\right] \cup (4, +\infty)$$

$$m = \frac{1}{3} \Rightarrow P = \frac{\left(-\frac{8}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4\right)(2x-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \geq 0 \xrightarrow{\times(-\frac{9}{4})} P = \frac{(2x^2 + 3x - 9)(2x-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x+3)(2x-3)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \leq 0$$

عبارت $(2x-3)^2$ همواره نامنفی است، پس $x = \frac{3}{2}$ یکی از جواب‌های نامعادله است. از طرفی به‌دلیل $x \geq 0$ ، عبارت $x+3$ مثبت است، پس:

$$(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) < 0 \Rightarrow 1 < x < 4$$

$x = \frac{3}{2}$ در بازه $(1, 4)$ قرار دارد، پس این بازه جواب نامعادله است.

$$m = 1 \Rightarrow P = \frac{(-4x+4)(2x-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \geq 0$$

x		0		1		3/2		4
P		-	-	-	+	+	-	-

$$\Rightarrow \text{جواب: } \left[\frac{3}{2}, 4\right)$$

$$m = \frac{5}{3} \Rightarrow P = \frac{\left(\frac{40}{9}x^2 - \frac{28}{3}x + 4\right)(2x-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \geq 0 \xrightarrow{\times(\frac{9}{4})} P = \frac{(10x^2 - 21x + 9)(2x-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{(5x-3)(2x-3)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \geq 0$$

عبارت $(2x-3)^2$ همواره نامنفی است، پس:

$$\frac{x-\frac{3}{2}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \geq 0 \Rightarrow P \quad \begin{array}{c|ccccccc} x & & 0 & \frac{3}{2} & 1 & 2 & \\ \hline & & - & + & - & + & \\ & & & & \text{ت} & \text{ن} & \end{array} \Rightarrow \text{جواب: } \left[\frac{3}{2}, 1\right) \cup (2, +\infty) \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳

راه حل اول:

مخرج مشترک گرفته و ساده می کنیم:

$$\frac{\sin \theta}{1-\cos \theta} + \frac{1+\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + (1-\cos^2 \theta)}{(1-\cos \theta)\sin \theta} = \frac{2\sin^2 \theta}{(1-\cos \theta)\sin \theta} = \frac{2\sin \theta}{1-\cos \theta} = \frac{2 \times 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\sin \theta}{1-\cos \theta} + \frac{1+\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} + \frac{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۲

می دانیم $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ ، پس می توان نوشت:

$$2\sin x(1-2\sin^2 x) + \sin x = 1 \Rightarrow 3\sin x - 4\sin^3 x = 1$$

سمت چپ معادله برابر $\sin 3x$ است، پس:

$$\sin 3x = 1 \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}$$

بنابراین مجموع این سه ریشه برابر $\frac{15\pi}{6} = \frac{5\pi}{2}$ است.

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۴۴۴

$$2\cos^2 \frac{\alpha}{2} \times 2\cos^2 \alpha \times 2\cos^2 2\alpha = \frac{1}{8} \Rightarrow 64\cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \alpha \cos^2 2\alpha = 1 \Rightarrow 8\cos \frac{\alpha}{2} \cos \alpha \cos 2\alpha = \pm 1$$

دو طرف را در $\sin \frac{\alpha}{2} \neq 0$ ضرب می کنیم:

$$4 \underbrace{\left(2\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}\right)}_{\sin \alpha} \cos \alpha \cos 2\alpha = \pm \sin \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 4 \underbrace{(\sin \alpha \cos \alpha)}_{\sin 2\alpha} \cos 2\alpha = \pm \sin \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \sin 4\alpha = \sin \left(\pm \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4\alpha = 2k\pi \pm \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{2}\alpha = 2k\pi \\ \frac{9}{2}\alpha = 2k\pi \end{cases} \\ 4\alpha = (2k+1)\pi \mp \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{2}\alpha = (2k+1)\pi \\ \frac{7}{2}\alpha = (2k+1)\pi \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{2}\alpha = k\pi \\ \frac{9}{2}\alpha = k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2k\pi}{7} \\ \alpha = \frac{2k\pi}{9} \end{cases}$$

باید $\sin \frac{\alpha}{2} \neq 0$ ، یعنی $\alpha \neq 2k\pi$ ، پس ریشه ها در بازه $[0, 2\pi]$ عبارتند از:

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2\pi}{7}, \frac{4\pi}{7}, \frac{6\pi}{7}, \dots, \frac{12\pi}{7} & \text{جواب ۶} \\ \alpha = \frac{2\pi}{9}, \frac{4\pi}{9}, \frac{6\pi}{9}, \dots, \frac{16\pi}{9} & \text{جواب ۸} \end{cases}$$

پس معادله در بازه $[0, 2\pi]$ ۱۴ جواب دارد. اما جواب در گزینه ها نیست.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۴

$$P(x) = (x^2 + 2x)Q(x) + 3x + 1$$

رابطه تقسیم را می‌نویسیم:

$$P'(x) = (2x + 2)Q(x) + (x^2 + 2x)Q'(x) + 3$$

از دو طرف مشتق می‌گیریم:

$$P'(-2) = -2Q(-2) + (4 - 4)Q'(-2) + 3 = -2(3) + 3 = -3$$

با جای گذاری $x = -2$ داریم:

باقی‌مانده $P'(x)$ بر $x + 2$ برابر $P'(-2)$ است: پس باقی‌مانده برابر (-3) است.

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۲

جملات دنباله می‌نویسیم:

$$\{a_n\}: \frac{1}{-1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{7}$$

بنابراین جمله n ام دنباله برابر $a_n = \frac{2n-1}{2n-3}$ است. در این دنباله داریم:

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{199} = \frac{1}{-1} \times \frac{3}{1} \times \frac{5}{3} \times \dots \times \frac{199}{197} = -199$$

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۲

مطابق مفروضات مسئله $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_9 = a_{19}$ ، بنابراین:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_9 &= (a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8) + (a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9) \\ &= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + 2 + 0) + \left(\left[\frac{2}{2}\right] + a\right) + \left(\left[\frac{5}{3}\right] + a\right) + \left(\left[\frac{8}{4}\right] + a\right) \\ &= 15 + 6 + (4 + 3a) = 25 + 3a \end{aligned}$$

$$25 + 3a = 19 \Rightarrow 3a = -6 \Rightarrow a = -2$$

پس:

جملات 29 ام و 30 ام دنباله به‌ازای $n = 28$ و $n = 29$ به‌دست می‌آیند، پس:

$$\frac{1}{2}(a_{28} + a_{29}) = \frac{1}{2}(-2(9) + 4 + \left[\frac{29}{11}\right] - 2) = \frac{1}{2}(-18 + 4 + 2 - 2) = -7$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۴

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 5 \sin^2 x \leq 5 \Rightarrow -1 \leq 5 \sin^2 x - 1 \leq 4$$

می‌توان نوشت:

$$0 \leq \sqrt{5 \sin^2 x - 1} \leq 2 \Rightarrow 0 \geq -\sqrt{5 \sin^2 x - 1} \geq -2$$

چون $5 \sin^2 x - 1$ زیر رادیکال است باید نامنفی باشد، پس:

تابع 2^t اکیداً صعودی است، پس:

$$2^0 \geq 2 - \sqrt{5 \sin^2 x - 1} \geq 2^{-2} \Rightarrow R_f = \left[\frac{1}{4}, 1\right] \Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = 1 \Rightarrow a + b = \frac{5}{4}$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۴؟؟

(در صورت سؤال هر دو عبارت را $[x]$ در نظر گرفتیم) برد تابع بازه $(\log_2 3 \cdot \log_2 5)$ است، پس:

$$\log_2 3 < \log_2 \left(\frac{1}{12 + \sqrt{[x]} - [x]} \right) - 1 < \log_2 5$$

$$1 + \log_2 3 < -\log_2 \left(\frac{1}{12 + \sqrt{[x]} - [x]} \right) < 1 + \log_2 5$$

$$\log_2 6 < \log_2 \left(\frac{1}{12 + \sqrt{[x]} - [x]} \right) < \log_2 10 \Rightarrow 6 < 12 + \sqrt{[x]} - [x] < 10$$

با توجه به رابطه $\log_2 2 = 1$ داریم:

در نامعادله فوق، شرط معنی‌دار بودن لگاریتم لحاظ شده است، با فرض $\sqrt{[x]} = t$ داریم:

$$6 < 12 + t - t^2 < 10$$

$$6 < 12 + t - t^2 \Rightarrow t^2 - t - 6 < 0 \Rightarrow (t-3)(t+2) < 0 \Rightarrow -2 < t < 3 \quad (1)$$

$$12 + t - t^2 < 10 \Rightarrow t^2 - t - 2 > 0 \Rightarrow (t-2)(t+1) > 0 \Rightarrow t < -1 \text{ یا } t > 2 \quad (2)$$

$$-2 < t < -1 \text{ یا } 2 < t < 3$$

اشتراک (۱) و (۲) را می‌یابیم:

$$2 < t < 3 \Rightarrow 2 < \sqrt{[x]} < 3 \Rightarrow 4 < [x] < 9 \Rightarrow 5 \leq x < 9$$

چون $t \geq 0$ ، پس:

بنابراین دامنه تابع بازه $[5, 9)$ است که در بین گزینه‌ها وجود ندارد.

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۳

تابع اکیداً صعودی است؛ پس منحنی وارون خود را روی خط $y = x$ قطع می‌کند؛ بنابراین منحنی $y = \sqrt{x+3} + k$ وارون خود را در نقطه $(1, 1)$ قطع می‌کند و این نقطه روی تابع نیز صدق می‌کند.

$$1 = \sqrt{1+3} + k \Rightarrow k = -1$$

$$y = -\sqrt{x+3} + 1$$

$$y = -\sqrt{x+4+3} + 1$$

بنابراین نمودار یک واحد به پایین منتقل شده است. این منحنی را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم:

حال نمودار را ۴ واحد به چپ منتقل می‌کنیم:

نقطه $(0, 1-\sqrt{5})$ روی این منحنی قرار دارد.

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۴

ضابطه توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x < -1: g \circ f(x) = g(-1) = 0 \\ -1 \leq x \leq 1: g \circ f(x) = g(x) = 1-x^2 \\ x > 1: g \circ f(x) = g(1) = 0 \end{cases}$$

$$f \circ g = f(1-x^2) = \begin{cases} -1 & 1-x^2 < -1 \Rightarrow x^2 > 2 \Rightarrow x < -\sqrt{2} \vee x > \sqrt{2} \\ 1-x^2 & -1 \leq 1-x^2 \leq 1 \Rightarrow 1 \geq x^2 - 1 \geq -1 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq \sqrt{2} \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \\ 1 & 1-x^2 > 1 \Rightarrow x^2 < 0 \Rightarrow x \in \emptyset \end{cases}$$

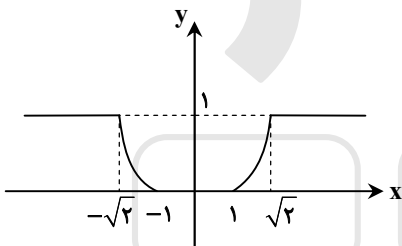
$$\Rightarrow f \circ g(x) = \begin{cases} -1 & x < -\sqrt{2} \vee x > \sqrt{2} \\ 1-x^2 & -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \end{cases}$$

$$x < -\sqrt{2} \Rightarrow g \circ f(x) - f \circ g(x) = 0 - (-1) = 1, -\sqrt{2} \leq x < -1 \Rightarrow g \circ f(x) - f \circ g(x) = 0 - (1-x^2) = x^2 - 1$$

$$-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow g \circ f(x) - f \circ g(x) = 1-x^2 - (1-x^2) = 0, 1 < x \leq \sqrt{2} \Rightarrow g \circ f(x) - f \circ g(x) = 0 - (1-x^2) = x^2 - 1$$

$$x > \sqrt{2} \Rightarrow g \circ f(x) - f \circ g(x) = 0 - (-1) = 1$$

در نمودار $g \circ f - f \circ g$ بیشترین مقدار تابع برابر ۱ است.



۱۱۵- پاسخ: گزینه ۴

تابع زوج و فرد حذف شده!

نمودار تابع نسبت به خط $x = 1$ متقارن است؛ پس: $f(2-x) = f(x)$

نمودار تابع نسبت به خط $x = 3$ متقارن است؛ پس: $f(6-x) = f(x)$

در رابطه دوم به جای x قرار می‌دهیم $x+4$: $f(2-x) = f(x+4)$ $\Rightarrow f(6-(x+4)) = f(x+4)$

از طرفی $f(2-x) = f(x)$ ، پس $f(x+4) = f(x)$ ؛ بنابراین $t = 4$ دوره تناوب است. حال بررسی می‌کنیم آیا $t = 2$ هم دوره تناوب است. در رابطه اول به جای x قرار می‌دهیم $x+2$:

$$f(2-(x+2)) = f(x+2) \Rightarrow f(x+2) = f(-x)$$

و دلیلی نداریم که $f(-x) = f(x)$ ، پس $t = 4$ کوچک‌ترین دوره تناوب است.

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۱

$$x \rightarrow 0^+: \tan[x] = \tan[.] = \tan 0 = 0$$

در یک همسایگی راست $x = 0$ داریم:

پس حد داده شده، چنین است:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\sqrt{1-x^3}-1)}{x^n(1-\cos\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\sqrt{1-x^3}-1)}{x^n(2\sin^2\frac{\sqrt{x}}{2})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^3}-1}{2x^n \times (\frac{\sqrt{x}}{2})^2} \times \frac{\sqrt{1-x^3}+1}{\sqrt{1-x^3}+1} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x^3}{2x^n \times \frac{x}{4} \times 2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x^2}{\frac{1}{2}x^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x^2}{\frac{1}{2}x^n}$$

اگر حاصل حد، موجود و مخالف صفر باشد، باید $n = 2$ و در این صورت حاصل حد $-\frac{1}{3}$ است؛ پس $n = 2$ و $a = \frac{-1}{3}$ است و در نتیجه

$$a^n = \frac{1}{9}. a \neq 0 \text{ باید در صورت سؤال قید شود}$$

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۲

وقتی $x \rightarrow -\frac{1}{2}^+$ داریم:

$$x > -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 < \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} > 4 \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{x^2} < -8 \Rightarrow \left[-\frac{2}{x^2}\right] = -9 \\ \frac{3}{x^2} > 12 \Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = 12 \end{cases}$$

پس حد را می‌توان به صورت زیر بازنویسی و حل کرد:

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{16x - (-9)}{24x + 12} = \frac{-8 + 9}{(-12) + 12} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دقت کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x \times 4x^2} = \frac{1}{4}$$

پس $y = \frac{1}{4}$ مجانب افقی تابع است. بنابراین باید تابع تنها یک مجانب قائم داشته باشد. مجانب‌های قائم را در ریشه‌های مخرج جست‌وجو می‌کنیم. دقت کنیم که:

$$(x-a)(4x^2 - 4x + 1) = 0 \Rightarrow (x-a)(2x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = a, \frac{1}{2}$$

پس باید یکی از حالات زیر رخ دهد:

(۱) $a = \frac{1}{2}$ که در این صورت $x = \frac{1}{2}$ تنها مجانب قائم است.

(۲) $x = a$ ریشه صورت هم باشد:

$$a^3 - 5a + 4 = 0 \Rightarrow a^3 - a - 4a + 4 = 0 \Rightarrow a(a-1)(a+1) - 4(a-1) = 0$$

$$\Rightarrow (a-1)(a^2 + a - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \Rightarrow a=1 \\ a^2 + a - 4 = 0 \\ \frac{\Delta = \sqrt{17} > 0}{a \neq 1} \rightarrow a_1 + a_2 = -1 \end{cases}$$

از اینجا سه مقدار برای a به دست می‌آید که مجموع آن‌ها $1-1=0$ است.

(۳) $x = \frac{1}{2}$ ریشه مضاعف صورت باشد و $x = a$ تنها مجانب قائم باشد که چنین چیزی شدنی نیست. بنابراین برای a چهار مقدار به دست می‌آید که مجموع آن‌ها $\frac{1}{2}$ است.

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۲

اگر $\sin x = \pm 1$ یعنی به ازای $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ داریم:

$$f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\pm 1)^{2n} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 = 1$$

در سایر نقاط که $-1 < \sin x < 1$ داریم:

$$f(x) = (\text{عددهای بین } -1 \text{ و } 1)^{+\infty} = 0$$

پس در بازه $[0, 2\pi]$ ضابطه تابع چنین است:

$$f(x) = \begin{cases} 1; & x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ 0; & x \in [0, 2\pi] - \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\} \end{cases}$$

پس تابع در دو نقطه $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ ناپیوسته است.

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۳

حد داده شده را به صورت زیر می نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^n(x^2) \times n \sin^{n-1} x^2 \times \cos x^2 \times 2x}{(2 \sin^2 \frac{x}{2})^m} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2)^n n (x^2)^{n-1} \times 1 \times 2x}{(2(\frac{x}{2})^2)^m}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2nx^{2n+2n-2+1}}{(\frac{x^2}{2})^m} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2nx^{4n-1}}{\frac{1}{2^m} x^{2m}} = \lim_{x \rightarrow 0} 2^{m+1} n x^{4n-2m-1}$$

چون حاصل حد یک عدد متناهی غیر صفر است، باید توان x صفر باشد. در این صورت حاصل حد ضریب خارج قسمت است، پس:

$$\begin{cases} 4n - 2m - 1 = 0 \Rightarrow n = \frac{2m+1}{4} \quad (*) \\ 2^{m+1} n = 32\sqrt{2} \Rightarrow (2m+1)2^{m+1} = 2^7 \sqrt{2} \\ 2^{m+1} n = 32\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m = \frac{7}{2} \xrightarrow{(*)} n = 2 \Rightarrow 2m + n = 7 + 2 = 9$$

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۴

تابع f اکیداً صعودی است؛ پس وارون خود را روی خط $y = x$ قطع می کند:

$$\begin{cases} y = \sqrt{x} + 2 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{x} + 2 \Rightarrow x - \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2) = 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = 4$$

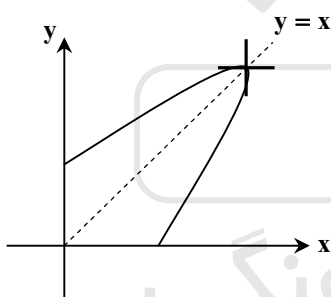
پس نقطه تلاقی $(4, 4)$ است. شیب خط مماس بر منحنی f در $x = 4$ برابر $f'(4)$ است:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{4}$$

ضابطه تابع وارون را می یابیم:

$$f(x) = y = \sqrt{x} + 2 \Rightarrow y - 2 = \sqrt{x} \Rightarrow x = (y - 2)^2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = (x - 2)^2 \Rightarrow (f^{-1})'(x) = 2(x - 2) \Rightarrow (f^{-1})'(4) = 4$$



پس شیب خط مماس بر منحنی f^{-1} در نقطه $(4, 4)$ برابر ۴ است. می دانیم شیب یک خط برابر تانژانت زاویه بین آن خط و جهت مثبت محور x هاست. اگر زاویه بین این دو مماس و محور x ها را به ترتیب α_1 و α_2 و زاویه بین این دو مماس را α بنامیم داریم:

$$\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 \Rightarrow \tan \alpha = \tan(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$= \frac{\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1}{1 + \tan \alpha_2 \tan \alpha_1} = \frac{4 - \frac{1}{4}}{1 + 4 \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{15}{4}}{2} = \frac{15}{8}$$

بنابراین:

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{15}{8}}{1 + \frac{225}{64}} = \frac{240}{289}$$

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = \begin{cases} 3\sqrt[3]{x} + x & x \geq 0 \\ 3\sqrt[3]{x} - x & x \leq 0 \end{cases}$$

وقتی $x \geq 0$ تابع f مجموع دو تابع اکیداً صعودی است، پس خود نیز اکیداً صعودی است. به ازای $x < 0$ باید نامعادله $f'(x) \geq 0$ را حل کنیم تا بازه ای را که تابع در آن صعودی است، بیابیم:

$$f'(x) = \frac{3}{3\sqrt[3]{x^2}} - 1 = \frac{1 - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} \geq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt[3]{x^2} \geq 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \xrightarrow{x < 0} -1 \leq x < 0$$

پس تابع روی بازه $[-1, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

توجه: تابع در $x = 0$ مشتق ناپذیر اما پیوسته است؛ از آنجا که تابع در دو طرف این نقطه اکیداً صعودی است، یکنوایی تابع در این نقطه تغییر نمی کند، پس تابع روی $[-1, +\infty)$ صعودی است.

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۳

تابع روی $R - \{\pm\sqrt{2}\}$ مشتق پذیر است. نامعادله $f'(x) \leq 0$ را حل می‌کنیم تا بازه‌هایی را که در آن‌ها تابع اکیداً نزولی است بیابیم:

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-2) - 2x(x^4-3)}{(x^2-2)^2} = \frac{2x^5 - 8x^3 + 6x}{(x^2-2)^2} = \frac{2x(x^4 - 4x^2 + 3)}{(x^2-2)^2} = \frac{2x(x^2-1)(x^2-3)}{(x^2-2)^2}$$

x	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
$f(x)$	$-$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$+$

چون $-2 < x < 2$ ، پس تابع در چهار بازه $(-\sqrt{3}, -\sqrt{2})$ ، $(-\sqrt{2}, -1)$ ، $(1, \sqrt{2})$ و $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ اکیداً نزولی است.

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۱

نقاط بحرانی تابع را می‌یابیم:

x	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$	\searrow	\nearrow	\searrow
	min	max	min

$$f'(x) = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm\sqrt{3}$$

نقاط $A(-\sqrt{3}, -4)$ و $B(\sqrt{3}, -4)$ نقاط مینیمم نسبی تابع‌اند و شیب خط AB برابر صفر است. حال نقاط عطف تابع را پیدا می‌کنیم:

$$f''(x) = 12x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$x = \pm 1$ ریشه‌های ساده $f''(x) = 0$ هستند؛ پس هر دو، نقاط عطف تابع‌اند: $C(1, 0)$ و $D(-1, 0)$. شیب این پاره‌خط نیز صفر است و دو خط AB و CD موازی‌اند.

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم گزاره شرطی وقتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد. پس باید $p \vee q$ درست و r نادرست باشد. از طرفی گزاره فصلی زمانی درست است که حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد. پس داریم:

$$\left. \begin{array}{ccc} (p \vee q) \Rightarrow r \\ \text{د} & \text{د} & \text{ن} \\ \text{د} & \text{ن} & \text{ن} \\ \text{ن} & \text{د} & \text{ن} \end{array} \right\} \Rightarrow n(S) = 3$$

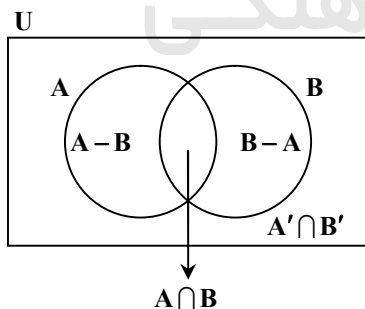
$$\left. \begin{array}{ccc} (p \vee q) \Rightarrow r \\ \text{د} & \text{ن} & \text{ن} \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۱

نمودار ون زیر را در نظر بگیرید:



$$C = (A - B) \cup (B - A)$$

داریم:

$$(A' \cap B')' \cap C' = [(A' \cap B') \cup C]' = [(A' \cap B') \cup (A - B) \cup (B - A)]' = A \cap B$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۱

راه حل اول:

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = \sum_{k=1}^n k \times \frac{n!}{(n-k)! \times k!} = \sum_{k=1}^n \frac{n \times (n-1)!}{(n-k)! \times (k-1)!} = \sum_{k=1}^n n \binom{n-1}{k-1}$$

$$\sum_{k=1}^n n \binom{n-1}{k-1} = n 2^{n-1} \text{، پس: } \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n-1}{k-1} = 2^{n-1} \text{ می‌دانیم}$$

دقت کنید که به ازای هر n می‌توانیم آن را از سیگما بیرون بکشیم.

راه حل دوم:

به ازای $n = 4$ حاصل عبارت را حساب می‌کنیم و با جای‌گذاری ۴ در گزینه‌ها، گزینه درست را به دست می‌آوریم:

$$\sum_{k=1}^4 k \binom{4}{k} = 1 \binom{4}{1} + 2 \binom{4}{2} + 3 \binom{4}{3} + 4 \binom{4}{4} = 1 \times 4 + 2 \times 6 + 3 \times 4 + 4 \times 1 = 4 + 12 + 12 + 4 = 32$$

با جای‌گذاری $n = 4$ در گزینه‌ها فقط در گزینه ۱ حاصل ۳۲ می‌شود.

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۳

تعداد داده‌ها ۲۲ تا است. پس میانه برابر است با میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم. اگر عدد a طبق جدول بعد از ۲۸ باشد، میانه داده‌ها $13/5$ می‌شود. برای آنکه میانه داده‌ها برابر ۱۳ شود بایستی $a = 13$ باشد که در این صورت جدول به صورت زیر تغییر می‌کند:

داده	۸	۱۲	۱۳	۱۴	۲۶	۲۷	۲۸
فراوانی	۳	۲	۷	۳	۱	۱	۵

$$\bar{x} = \frac{(3 \times 8) + (2 \times 12) + (7 \times 13) + (3 \times 14) + 26 + 27 + (5 \times 28)}{22} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{3(8-17)^2 + 2(12-17)^2 + 7(13-17)^2 + 3(14-17)^2 + (26-17)^2 + (27-17)^2 + 5(28-17)^2}{22} = 55/36$$

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۴

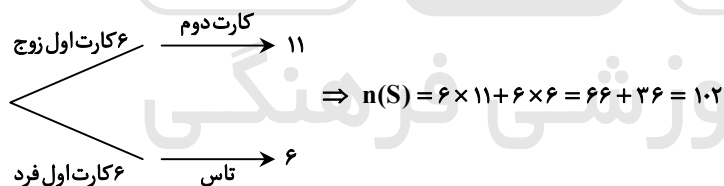
شماره‌گذاری کدهای شش‌رقمی به صورت زیر است:

کل مردها $101 \times 85 = 8585$ نفر هستند و تا نفر ده‌هزارم باید ۱۴۱۵ نفر دیگر جلو برویم.

زن‌ها تا ۱۶ نفر هم‌سن $16 \times 85 = 1360$ نفر هستند و با احتساب ۸۵۸۵ مرد تا اینجا ۹۹۴۵ نفر جلو رفته‌ایم. حال کافی است ۵۵ نفر دیگر جلو برویم که به هجدهمین زن ۵۵ ساله می‌رسیم. بنابراین نفر ده‌هزارم ۵۵ ساله است.

	○	○	○	○	○	○
مرد ۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱
زن ۲	۰	۰	۱	۰	۰	۲
	۰	۰	۲	۰	۰	۳
	۰	۰	۳	۰	۰	۴
۰	۹	۹	۸	۳		
۱	۰	۰	۸	۴		
			۸	۵		

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۱



مضارب ۴ کارت اول زوج = $\{24, 28, 212, 48, 412, 64, 68, 612, 84, 812, 104, 108, 1012, 124, 128\}$

مضارب ۴ کارت اول فرد = $\{12, 16, 32, 36, 52, 56, 72, 76, 92, 96, 112, 116\}$

$n(A) = 15 + 12 = 27$

بنابراین:

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{27}{102} = \frac{9}{34}$

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۳

اعداد مضرب ۹ و مکعب کامل به صورت $3^3 k^3$ هستند.

$100 \leq 27k^3 \leq 9999 \Rightarrow 4 \leq k^3 \leq 370 \Rightarrow 2 \leq k \leq 7 \Rightarrow k \text{ تعداد } = 7 - 2 + 1 = 6$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۴

اگر عدد طبیعی N را به صورت $P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} P_3^{\alpha_3} \dots P_n^{\alpha_n}$ تجزیه کنیم، به طوری که P_i ها عوامل اول و α_i ها اعداد حسابی باشند، تعداد مقسوم علیه های مثبت عدد N برابر است با:

$$(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1) \dots (\alpha_n + 1)$$

ابتدا عدد x را به صورت ضرب عوامل اول آن می نویسیم:

$$x = 2^m \times 3^n = 2^m \times 3^m \times 2^n \times 3^n = 2^{m+n} \times 3^m \times 3^n$$

$$15x = 2^{m+n} \times 3^{m+1} \times 3^{n+1}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$(m+n+1)(m+2)(n+2) - (m+n+1)(m+1)(n+1) = 35$$

$$(m+n+1)(mn+2m+2n+4 - mn - m - n - 1) = 35$$

$$\underbrace{(m+n+1)}_{\delta} \underbrace{(m+n+3)}_{\gamma} = 35$$

$$\begin{cases} m+n+1 = \delta \\ m+n+3 = \gamma \end{cases} \Rightarrow m+n = 4$$

$$0 \Rightarrow x = 1000 \dots \max$$

$$1 \Rightarrow x = 600$$

$$2 \Rightarrow x = 360$$

$$3 \Rightarrow x = 216$$

$$4 \Rightarrow x = 1296 \min$$

$$\max - \min = 1000 - 1296 = 8704$$

(در صورت سؤال باید قید می شد مقسوم علیه های مثبت)

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۴

این عدد باید بر ۸ و ۱۱ بخش پذیر باشد:

$$a - b + a - a + b - a \equiv 0$$

عدد $abaaba$ بر ۱۱ بخش پذیر است؛ زیرا:

سه رقم سمت راست این عدد نیز باید بر ۸ بخش پذیر باشد: $aba \equiv 0 \Rightarrow a + 10b + 100a \equiv 0 \Rightarrow 101a + 10b \equiv 0 \Rightarrow 5a + 2b \equiv 0$ بدیهی است که a نمی تواند فرد باشد؛ زیرا در این صورت معادله فوق جواب نخواهد داشت. پس اعداد زوج a را بررسی می کنیم:

$$a = 2: 2b \equiv -10 \xrightarrow{(2,8)=2} b \equiv -5 \equiv 3 \equiv 7 \quad b = \{3, 7\}$$

$$a = 4: 2b \equiv -20 \xrightarrow{(2,8)=2} b \equiv -10 \equiv 2 \equiv 6 \quad b = \{2, 6\}$$

$$a = 6: 2b \equiv -30 \xrightarrow{(2,8)=2} b \equiv -15 \equiv 1 \equiv 5 \equiv 9 \quad b = \{1, 5, 9\}$$

$$a = 8: 2b \equiv -40 \xrightarrow{(2,8)=2} b \equiv -20 \equiv 0 \equiv 4 \equiv 8 \quad b = \{0, 4, 8\}$$

$$\{(2, 3), (2, 7), (4, 2), (4, 6), (6, 1), (6, 5), (6, 9), (8, 0), (8, 4), (8, 8)\}$$

پس زوج اعداد به صورت (a, b) به شرح روبه رو هستند:

یعنی ۱۰ عدد به صورت $abaaba$ مضرب ۸۸ وجود دارد.

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۳

$$r + q = 17 \Rightarrow r = 17 - q \quad (*)$$

$$a = 13q + r \xrightarrow{(*)} a = 13q + (17 - q)$$

$$0 \leq 17 - q \leq 17 \xrightarrow{\times(-1)} -17 \leq q - 17 \leq 0 \xrightarrow{+17} 0 \leq q \leq 17 \Rightarrow q = \{0, 1, 2, \dots, 17\}$$

$$q \text{ تعداد} = 17 - 0 + 1 = 18 \Rightarrow n(S) = 18$$

$$a - 8 \equiv 21 \Rightarrow 12q + 17 - 8 \equiv 21 \Rightarrow 12q + 9 \equiv 21 \Rightarrow 12q \equiv 12 \xrightarrow{(12, 36)=12} q \equiv 1$$

$$\Rightarrow q = 3k + 1 \Rightarrow q = \{1, 4, 7, 10, 13, 16\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{18}$$

بنابراین:

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۴

کوچک‌ترین عدد طبیعی m که $m!$ بر 30 بخش پذیر باشد $m = 5$ است. پس بایستی باقی‌مانده تقسیم 5^{332} بر 31 را محاسبه کنیم:

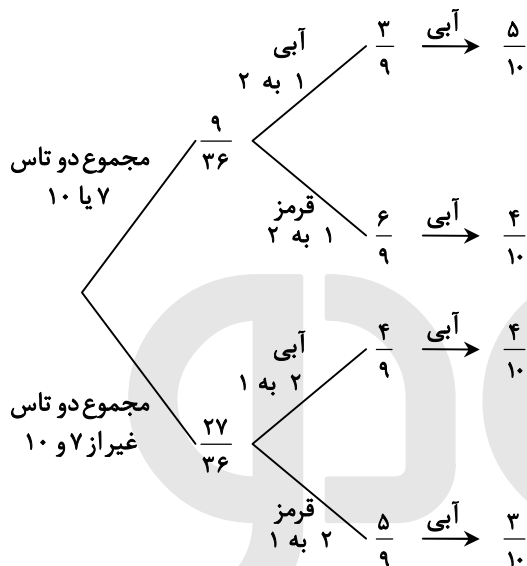
$$5^3 = 125 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان ۱۱}} 5^{333} \equiv 1 \xrightarrow{+4(31)} 5^{333} \equiv 125 \xrightarrow{+5, (5,31)=1} 5^{332} \equiv \boxed{25}$$

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۲

۹ عضو $\Rightarrow \{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3), (4,6), (6,4), (5,5)\}$ = مجموع دو تاس ۷ یا ۱۰

$$P(\text{مجموع دو تاس ۷ یا ۱۰}) = \frac{9}{36}$$

$$P(\text{مجموع دو تاس غیر از ۷ و ۱۰}) = \frac{27}{36}$$



$$P = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{4}{9} \times \frac{2}{5} + \frac{5}{9} \times \frac{3}{10} \right) = \frac{11}{30}$$

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۴

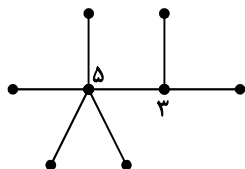
$$x_1 + x_2 + x_3 = 9; \begin{cases} k=3 \\ n=9 \end{cases} \Rightarrow \binom{9-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

$$x_4 + x_3 = 7; \begin{cases} k=2 \\ n=7 \end{cases} \Rightarrow \binom{7-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6$$

تعداد کل جواب‌های دستگاه برابر است با: $28 \times 6 = 168$

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۱

شکل درخت مورد نظر به صورت مقابل است:



واضح است که این گراف، رأس درجه ۲ ندارد.

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۱

مربع لاتین مدنظر فقط به یک صورت منحصر به فرد کامل می‌شود که به شکل زیر است:

	۲	۴	۳	۵	۱
b ←	۵	۳	۱	۴	۲
	۴	۲	۵	۱	۳
	۳	۱	۴	۲	۵
	۱	۵	۲	۳	۴
					a →

$$(a, b) = (4, 5)$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۲

اولاً عدد احاطه‌گری عبارت است از تعداد اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمم، ثانیاً عدد احاطه‌گری برای مجموعه احاطه‌گر مینیمال معنا ندارد و تعریف نمی‌شود. پس یقیناً منظور طراح، پیدا کردن عدد احاطه‌گیری گراف بوده است که با توجه به شکل گراف، مجموعه $\{14, 15, 16\}$ یک γ -مجموعه است پس $\gamma = 3$.

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:

توجه کنید که $\vec{a} \cdot \vec{b}$ یک عدد حقیقی است، بنابراین وقتی بردار $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b})$ با بردار \vec{c} موازی است، می‌توان نتیجه گرفت که بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ با بردار \vec{c} موازی است. از طرفی بردار \vec{b} را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\vec{b} = \left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2\right) = \frac{2}{3}(-2, 1, 3), \quad \vec{b}' = (-2, 1, 3)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \left(\frac{2}{3}\vec{b}'\right) = \frac{2}{3}\vec{a} \times \vec{b}'$$

حال کافی است که بردار $\vec{a} \times \vec{b}'$ با بردار \vec{c} موازی باشد.

$$\vec{a} \times \vec{b}' = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & \alpha & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(\alpha - 2) - \vec{j}(-3 + 4) + \vec{k}(-1 + 2\alpha) \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b}' = (\alpha - 2, -1, 2\alpha - 1), \quad \vec{c} = (-1, 1, -1)$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha - 2}{-1} = \frac{-1}{1} = \frac{2\alpha - 1}{-1} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha - 2}{-1} = -1 \Rightarrow \alpha - 2 = 1 \Rightarrow \alpha = 3 \\ \frac{2\alpha - 1}{-1} = -1 \Rightarrow 2\alpha - 1 = 1 \Rightarrow \alpha = 1 \end{cases}$$

بنابراین $\alpha = 1$ قابل قبول است.

راه حل دوم:

از آنجا که $\vec{a} \times \vec{b}$ موازی \vec{c} است، پس \vec{a} و \vec{b} بر \vec{c} عمودند، پس داریم:

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (-1, \alpha, 2) \cdot (-1, 1, -1) = 0 \Rightarrow 1 + \alpha - 2 = 0 \Rightarrow \alpha = 1$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5b_1 - 2b_2 \\ 4b_1 + ab_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 5b_1 - 2b_2 = 4b_1 \Rightarrow b_1 = 2b_2 \\ 4b_1 + ab_2 = 4b_2 \end{cases} \quad (I)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4b_1 + ab_2 = 4b_2 \xrightarrow{(I)} 8b_2 + ab_2 = 4b_2 \xrightarrow{b_2 \neq 0} 8 + a = 4 \Rightarrow a = -4 \end{cases}$$

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۴

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ابتدا ضرب این دو ماتریس را انجام می‌دهیم

$$= \begin{bmatrix} 6 & 9 & 3 \\ 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 3 \\ 8 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های روی قطر اصلی} = 9 + 7 + 5 = 21$$

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۴

اگر در یک ماتریس جای سطرها و ستون‌ها را عوض کنیم، ترانزپوز آن ماتریس حاصل می‌شود. ترانزپوز ماتریس A را با A^T نشان می‌دهند.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ a & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A \cdot A^T = \begin{bmatrix} 1 & a & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ a & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A \cdot A^T = \begin{bmatrix} a^2 + 10 & a + 2 \\ a + 2 & 3 \end{bmatrix} = C$$

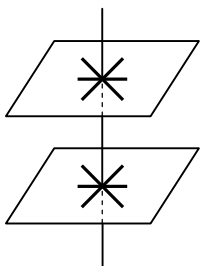
بنابراین رابطه داده‌شده به صورت زیر نوشته می‌شود و از طرفین دترمینان می‌گیریم:

$$C \cdot B = 52I \Rightarrow |C \cdot B| = |52I| \Rightarrow |C||B| = 52^2 \Rightarrow 3(a^2 + 10) - (a + 2)^2 = 26$$

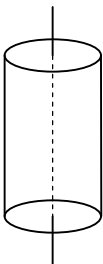
$$\Rightarrow 3a^2 + 30 - a^2 - 4a - 4 - 26 = 0 \Rightarrow 2a^2 - 4a = 0 \Rightarrow 2a(a - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow 0 + 2 = 2$$

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۱

مجموعه خطوط عمود بر یک خط در فضا، بی‌نهایت صفحه عمود بر آن خط تشکیل می‌دهند.
گزینه ۱ درست است.



■ مجموعه نقاطی که از یک خط مفروض در فضا متساوی‌الفاصله‌اند، روی سطح یک استوانه قرار دارند.
این استوانه از دو طرف تا بی‌نهایت ادامه دارد.

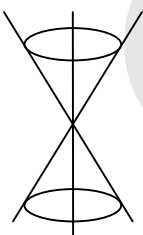


گزینه ۲ نادرست است.

■ مجموعه نقاطی که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه ثابت در صفحه به یک اندازه باشند، روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند. چنین نقاطی در فضا تشکیل بیضی نمی‌دهند.

گزینه ۳ نادرست است.

■ مجموعه خطوط گذرا از یک نقطه که با محور گذرا از آن نقطه، زاویه یکسان می‌سازند، روی سطح دو مخروط قرار می‌گیرند. این دو مخروط از دو طرف تا بی‌نهایت ادامه دارند.



گزینه ۴ نادرست است.

۱۴۶- پاسخ: گزینه ۳

معادله بیضی اصلاً در کتاب درسی مطرح نشده، چرا این سؤال را دادند؟؟؟

$$25(x-1)^2 + 16(y+1)^2 = 100 \Rightarrow \frac{25(x-1)^2}{100} + \frac{16(y+1)^2}{100} = 1 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{\frac{100}{16}} = 1 \Rightarrow \frac{100}{16} > 4 \Rightarrow \text{بیضی قائم است.}$$

$$\text{مرکز بیضی } O'(1, -1), a^2 = \frac{100}{16} \Rightarrow a = \frac{10}{4}, b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$$

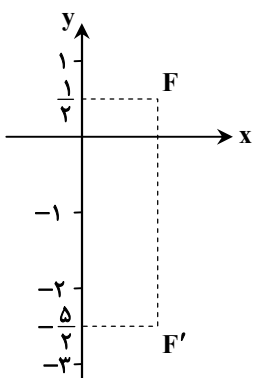
$$c^2 = a^2 - b^2 = \frac{100}{16} - 4 = \frac{36}{16} \Rightarrow c = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\text{کانون‌های بیضی: } \begin{cases} (1, -1 + \frac{3}{2}) = (1, \frac{1}{2}) \\ (1, -1 - \frac{3}{2}) = (1, -\frac{5}{2}) \end{cases}$$

کانونی از بیضی که به مبدأ مختصات نزدیک‌تر است، رأس سهمی و دیگری کانون سهمی است.
پس با توجه به شکل مقابل داریم:

$$F(1, \frac{1}{2}) \text{ رأس سهمی و } F'(1, -\frac{5}{2}) \text{ کانون سهمی}$$

پس سهمی قائم رو به پایین است.



$$a = \frac{1}{2} - (-\frac{5}{2}) = 3$$

$$(x-1)^2 = -4 \times 3 (y - \frac{1}{2}) \Rightarrow (x-1)^2 = -12y + 6$$

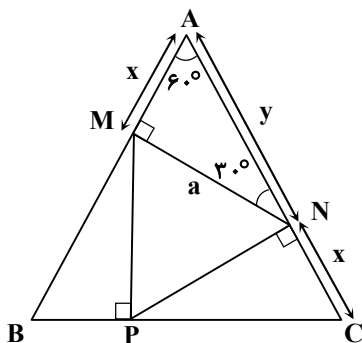
۱۴۷- پاسخ: گزینه ۱

در مثلث قائم الزاویه، ضلع مقابل به زاویه 30° نصف وتر است، پس داریم:

$$\triangle AMN : x = \frac{1}{2}y \Rightarrow y = 2x$$

$$MN^2 + AM^2 = AN^2 \Rightarrow a^2 + x^2 = y^2 \Rightarrow a^2 + x^2 = 4x^2 \Rightarrow a^2 = 3x^2$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNP}} = \frac{\frac{AC^2 \times \sqrt{3}}{4}}{\frac{MN^2 \times \sqrt{3}}{4}} = \left(\frac{AC}{MN}\right)^2 = \left(\frac{x+y}{a}\right)^2 = \left(\frac{x+2x}{a}\right)^2 = \frac{9x^2}{a^2} = \frac{9x^2}{3x^2} = 3$$



۱۴۸- پاسخ: گزینه ۳

کمان‌ها را طبق شکل نام‌گذاری می‌کنیم:

$$\hat{B} = \frac{z+y+t-x}{2} \Rightarrow z+y+t-x = 120^\circ \quad (1)$$

$$\hat{MCN} = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 230^\circ$$

$$z+t = 360^\circ - (x+y) = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 130^\circ + y - x = 120^\circ \Rightarrow x - y = 10^\circ$$

$$\hat{MAN} = \frac{x+z+t-y}{2} = \frac{x-y+z+t}{2} = \frac{10+130}{2} = 70^\circ$$

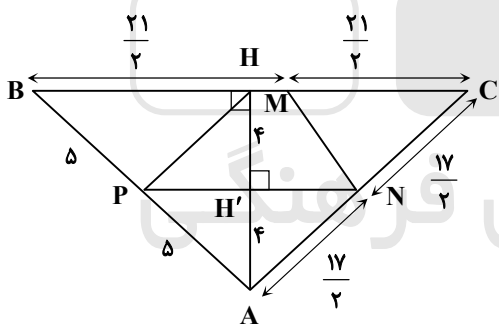
۱۴۹- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا باید ببینیم AH ارتفاع وارد بر کدام ضلع است.

$$P = \frac{21+17+10}{2} = 24 \Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{24 \times 3 \times 7 \times 14} = 3 \times 7 \times 4$$

$$S = 84 \Rightarrow \frac{1}{2} \times AH \times x = 84 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 8 \times x = 84 \Rightarrow x = 21$$

پس AH ارتفاع وارد بر ضلع ۲۱ است. چون P، M و N وسط اضلاع هستند. داریم:



$$BM = \frac{1}{2}BC = \frac{21}{2}$$

$$\triangle ABH : AH^2 + BH^2 = AB^2 \Rightarrow 8^2 + BH^2 = 10^2 \Rightarrow BH = 6 \Rightarrow HM = \frac{9}{2}$$

$$PN = \frac{1}{2}BC = \frac{21}{2}$$

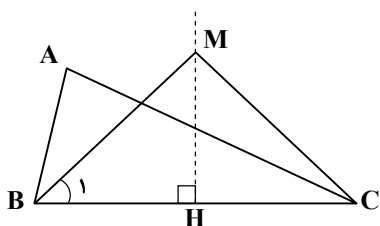
شکل گفته یک دوزنقه به ارتفاع ۴ و قاعده‌های $\frac{9}{2}$ و $\frac{21}{2}$ است، پس:

$$HH' = \frac{1}{2}AH = 4$$

$$S_{MNP} = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{2} + \frac{21}{2} \right) \times 4 = 30$$

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۳

هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.



$$\left. \begin{array}{l} MB = MC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{H}CM \\ \hat{H}CM > \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 > \hat{C}$$

$$\frac{1}{2}\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow \hat{B} > 2\hat{C}$$

چون BM نیمساز زاویه B است، داریم:

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} DB = BC \Rightarrow CD = 2BC \\ AC^2 = BC \cdot CD \end{cases} \Rightarrow AC^2 = BC \times 2BC \Rightarrow AC^2 = 2BC^2 \Rightarrow \frac{AC^2}{BC^2} = 2 \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \sqrt{2}$$

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم شعاع بر خط مماس در نقطه تماس عمود است.

$$\sin 30^\circ = \frac{OA}{OC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6}{OC} \Rightarrow OC = 12$$

$$\cos 30^\circ = \frac{AC}{OC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{12} \Rightarrow AC = 6\sqrt{3}$$

با در نظر گرفتن دایره کوچک داریم:

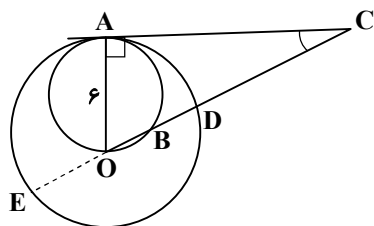
$$AC^2 = CB \cdot OC \Rightarrow (6\sqrt{3})^2 = CB \times 12 \Rightarrow 36 \times 3 = 12CB \Rightarrow CB = 9$$

همچنین با در نظر گرفتن دایره بزرگ‌تر داریم:

$$ED = 2 \times 6 = 12 \Rightarrow AC^2 = CD \cdot CE \Rightarrow (6\sqrt{3})^2 = CD \cdot (CD + 12)$$

$$\Rightarrow 36 \times 3 = CD^2 + 12CD \Rightarrow CD^2 + 12CD - 108 = 0$$

$$\Rightarrow (CD - 6)(CD + 18) = 0 \Rightarrow CD = 6 \Rightarrow BD = CB - CD = 9 - 6 = 3$$



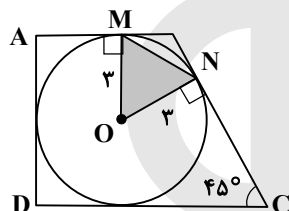
۱۵۳- پاسخ: گزینه ۳

در دوزنقه زوایای مجاور به ساق‌ها مکمل‌اند، پس:

$$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{O} + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{O} = 45^\circ$$

$$S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} OM \cdot ON \sin \hat{O} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \sin 45^\circ$$

$$S_{\triangle OMN} = \frac{9}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$



۱۵۴- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا اندازه ضلع BC را می‌یابیم:

$$BC = \sqrt{(1-0)^2 + (0+1)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{1+1+4} = \sqrt{6}$$

مساحت مثلث ABC را محاسبه می‌کنیم:

$$\overrightarrow{BA} = (-2, 2, 1), \overrightarrow{BC} = (-1, -1, 2)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i}(4+1) - \vec{j}(-4+1) + \vec{k}(2+2) \\ &= 5\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k} \end{aligned}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}| = \frac{1}{2} \sqrt{25+9+16} = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2} AH \times BC = \frac{5\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AH \cdot BC = 5\sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{5\sqrt{2}}{BC} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

۱۵۵- پاسخ: گزینه ۳

شعاع دایره کوچک را r و شعاع دایره بزرگ را R در نظر می‌گیریم:

$$AB = 2R = 16 + 2r \Rightarrow R = 8 + r \Rightarrow R - r = 8 \quad (*)$$

در دو دایره مماس داخل، خط‌المركزین برابر با تفاضل شعاع‌ها است.

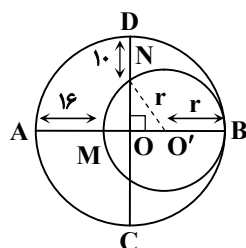
پس:

$$OO' = R - r \xrightarrow{(*)} OO' = 8$$

$$ON = R - 10 = 8 + r - 10 = r - 2$$

در مثلث ONO' داریم:

$$\begin{aligned} ON^2 + OO'^2 &= O'N^2 \Rightarrow (r-2)^2 + 8^2 = r^2 \Rightarrow r^2 - 4r + 4 + 64 = r^2 \\ \Rightarrow 68 &= 4r \Rightarrow r = 17 \end{aligned}$$



فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از رابطه $P = \frac{F}{A}$ و $F = ma$ داریم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{ma}{A} \Rightarrow P \text{ یکای } = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

یکای فرعی فشار و Pa یکای آن در SI است.

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۴

تک تک عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

(الف) پرتوهای α ، ذرات سنگین و کوتاه‌برد هستند. (عبارت «الف» نادرست است).

(ب) در طی فرایند واپاشی هسته، تعداد نوکلئون‌ها (عدد جرمی) پایسته می‌ماند. (عبارت «ب» درست است).

(پ) در آشکارسازهای دود از ^{241}Am استفاده می‌شود که α زا است. (عبارت «پ» درست است).

(ت) واپاشی α در هسته‌های سنگین رخ می‌دهد. (عبارت «ت» نادرست است).

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۲

در لحظه $t = 20\text{ s}$ ، سرعت دو متحرک A و B برابر است:

$$v_{A(20)} = v_{B(20)} \Rightarrow 20a_A + 20 = 20a_B - 15 \Rightarrow 20(a_A - a_B) = -35 \Rightarrow a_A - a_B = -\frac{7}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{رابطه (۱)}$$

در بازه زمانی $t_1 = 0\text{ s}$ تا $t_2 = 10\text{ s}$ ، هر دو متحرک بدون تغییر جهت با شتاب ثابت حرکت می‌کنند، بنابراین بزرگی جابه‌جایی هر یک از آن‌ها با مسافت طی شده توسط هر یک برابر است:

$$\ell_A = |\Delta x_A| = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t \xrightarrow{t=10\text{ s}} \ell_A = \Delta x_{A(0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s})} = \frac{1}{2} a_A (10^2) + 20(10) = 50a_A + 200$$

$$\ell_B = |\Delta x_B| = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t \xrightarrow{t=10\text{ s}} \ell_B = -\Delta x_{B(0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s})} = -\frac{1}{2} a_B (10^2) - (-15)(10) = -50a_B + 150$$

با استفاده از دو رابطه به دست آمده برای مسافت طی شده دو متحرک داریم:

$$\ell_A + \ell_B = 50a_A + 200 - 50a_B + 150 = 50(a_A - a_B) + 350$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \ell_A + \ell_B = 50 \times \left(-\frac{7}{4}\right) + 350 = 262.5 \text{ m}$$

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۳

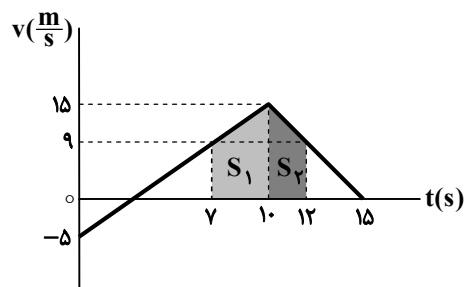
حرکت از دو بخش با شتاب ثابت تشکیل شده است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 1 = 2(3) + v_0 \Rightarrow v_0 = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{(10)} = 2(10) - 5 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{(15)} = -3(5) + 15 = 0$$

نمودار سرعت-زمان متحرک را در بازه زمانی $t = 0\text{ s}$ تا $t = 15\text{ s}$ رسم می‌کنیم. از آنجایی که مساحت سطح زیر نمودار $v-t$ همواره برابر با جابه‌جایی متحرک است، داریم:



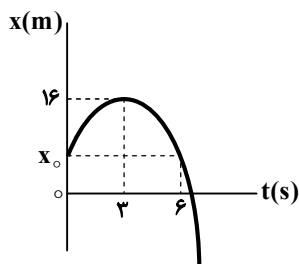
$$v_{(7)} = 2(7) - 5 = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{(12)} = -3(2) + 15 = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x_{(7\text{ s} \rightarrow 12\text{ s})} = S_1 + S_2 = \frac{(9+15) \times 3}{2} + \frac{(9+15) \times 2}{2} = 60 \text{ m}$$

$$v_{av(7\text{ s} \rightarrow 12\text{ s})} = \frac{\Delta x_{(7\text{ s} \rightarrow 12\text{ s})}}{12-7} = \frac{60}{5} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۳



با توجه به نمودار مکان- زمان که یک سهمی است، متحرک در لحظه $t = 3s$ تغییر جهت می‌دهد (رأس سهمی) و این لحظه درست در وسط بازه زمانی $t_1 = 0s$ و $t_2 = 6s$ قرار دارد، بنابراین طبق ویژگی‌های سهمی، مکان متحرک در ابتدا و انتهای این بازه یکسان است:

$$s_{av} = \frac{(16 - x_0) + (16 - x_0)}{6 - 0} \Rightarrow 3 = \frac{(16 - x_0)}{3} \Rightarrow 16 - x_0 = 9 \Rightarrow x_0 = 7m$$

حالا معادله مکان- زمان متحرک را می‌نویسیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3a + v_0 \Rightarrow v_0 = -3a$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (0)^2 - (-3a)^2 = 2a \times (16 - 7) \Rightarrow -9a^2 - 18a = 0 \Rightarrow -9a(a + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غلق} \\ a = -2 \frac{m}{s^2} & \checkmark \end{cases}$$

$$v_0 = -3a = -3(-2) = 6 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 6t + 7 \Rightarrow x = -t^2 + 6t + 7 \Rightarrow -t^2 + 6t + 7 = 0$$

$$\Rightarrow -(t-7)(t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1s & \text{غلق} \\ t = 7s & \checkmark \end{cases}$$

در لحظه $t = 7s$ ، متحرک از مبدأ مکان عبور کرده و از این لحظه به بعد در جهت منفی محور x حرکت می‌کند؛ در حالی که تا قبل از آن در جهت محور x حرکت می‌کرده است؛ بنابراین مکان متحرک در بازه زمانی $t = 0s$ تا $t = 7s$ در جهت محور x است.

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا از رابطه مستقل از زمان برای مسافت ۱۵۰ متر استفاده می‌کنیم:

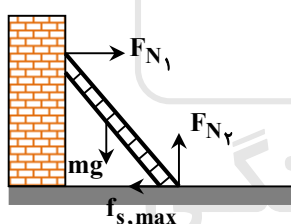
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (\frac{1}{4}v_0)^2 - v_0^2 = 2a \times 150 \Rightarrow -\frac{3}{4}v_0^2 = 300a \Rightarrow v_0^2 = -400a \quad (1) \text{ رابطه}$$

حالا بار دیگر با استفاده دوباره از رابطه مستقل از زمان برای نقاط ابتدا و انتهای حرکت داریم:

$$(0)^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} 400a = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = 200m$$

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به توضیحات صورت سؤال، نیروهای وارد بر نردبان مطابق شکل مقابل است:



توجه کنید که چون اصطکاک بین دیوار قائم و نردبام ناچیز است، تنها نیروی عمودی F_{N1} از طرف دیوار قائم بر نردبام وارد می‌شود و چون نردبام روی سطح افقی و در آستانه سر خوردن است، نیروی اصطکاک از نوع اصطکاک ایستایی بیشینه است:

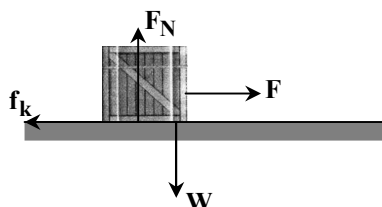
$$(F_{net})_{\text{در راستای قائم}} = 0 \Rightarrow F_{N2} = mg \Rightarrow F_{N2} = 16 \times 10 = 160N$$

$$R' = R = \sqrt{(F_{N2})^2 + f_{s,max}^2} \Rightarrow 200 = \sqrt{(160)^2 + f_{s,max}^2} \Rightarrow f_{s,max} = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N2} \Rightarrow 120 = 16 \cdot \mu_s \Rightarrow \mu_s = \frac{120}{160} = \frac{3}{4}$$

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول داریم:



$$(F_{net})_{\text{در راستای قائم}} = 0 \Rightarrow F_N = W = mg \Rightarrow F_N = 160 \times 10 = 1600N$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 1600 = 320N$$

$$(F_{net})_{\text{در راستای افقی}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$\Rightarrow F - 320 = 160 \times (0.25) \Rightarrow F = 360N$$

در حالت دوم، جرم صندوق و محتویات آن کاهش یافته و به مقدار m' رسیده است:

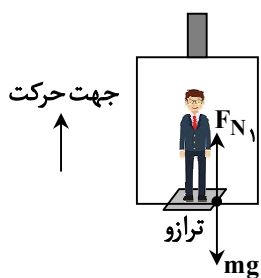
$$(F'_{net})_{\text{در راستای قائم}} = 0 \Rightarrow F'_N = m'g = 10m'$$

$$f'_k = \mu_k F'_N = 0.2 \times 10m' = 2m'$$

$$(F'_{net})_{\text{در راستای افقی}} = m'a' \Rightarrow F - f'_k = m'a' \xrightarrow{f'_k = 2m', a' = 0.5 \frac{m}{s^2}} 360 - 2m' = m'(0.5) \Rightarrow 360 = 2.5m' \Rightarrow m' = 144kg$$

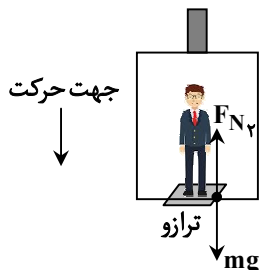
بنابراین باید به اندازه $\Delta m = m - m' = 160 - 144 = 16kg$ از جرم محتویات صندوق کم کنیم.

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۳



عددی که ترازو نشان می‌دهد، عکس‌العمل نیروی عمودی سطح (F'_N) است: $F'_N = F_N$
با توجه به شکل مقابل، برای حالت اول در حرکت رو به بالا داریم:

$$\text{رابطه (۱)} \quad (F_{\text{net}})_1 = F_{N1} - mg = ma \Rightarrow F_{N1} = mg + ma = (60 \times 10) + 60 \cdot a = 600 + 60a$$



در حالت دوم که حرکت رو به پایین است، برابری نیروهای وارد بر شخص را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} (F_{\text{net}})_2 &= mg - F_{N2} = m(2a) \\ \Rightarrow F_{N2} &= mg - 2ma = (60 \times 10) - 2 \times 60 \cdot a = 600 - 120a \end{aligned}$$

رابطه (۲)

اختلاف اندازه دو نیروی عمودی سطح برابر با 270 N است؛ بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$F_{N1} - F_{N2} = 600 + 60a - (600 - 120a) = 270 \Rightarrow 180a = 270 \Rightarrow a = \frac{270}{180} = \frac{3}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۴

مجدور تندی ماهواره با شعاع مدار آن رابطه عکس دارد:

$$\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{R_e + \frac{R_e}{4}}{R_e + \frac{R_e}{2}} = \frac{\frac{5}{4}R_e}{\frac{3}{2}R_e} = \frac{5}{6}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{m}{2m} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$

۱۶۶- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار، دوره حرکت و سپس بسامد زاویه‌ای آن را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \frac{T}{4} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{\Delta} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{\Delta}} = 2\Delta \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$F_{\text{net}} = -kx = ma \Rightarrow a = -\frac{k}{m}x \xrightarrow{\frac{k}{m} = \omega^2} a = -\omega^2 x$$

$$\Rightarrow a = -(2\Delta)^2 \times (-1/\Delta \times 10^{-2}) = 1/\Delta \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{200}{1000} \times 1/\Delta = 0.2 \text{ N}$$

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۳

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0.2}} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\sqrt{10}} \xrightarrow{\pi^2 = 10} T = \frac{1}{5} \text{ s} = 0.2 \text{ s}$$

می‌دانیم که یک نوسانگر در مدت یک دوره کامل (T) مسافت $4A$ را طی می‌کند. مدت زمان $\Delta t = 0.1 \text{ s}$ برابر با نصف دوره است؛ بنابراین مسافتی که نوسانگر در این مدت طی می‌کند، برابر است با:

$$\ell = 2A = 2 \times 4 = 8 \text{ cm}$$

۱۶۸- پاسخ: گزینه ۲

در یک حرکت نوسانی سینوسی، هنگامی که نوسانگر به نقاط بازگشتی (دامنه‌ها) می‌رسد، تندی آن صفر می‌شود و هنگامی که از مبدأ نوسان ($y = 0$) عبور می‌کند، تندی آن بیشترین مقدار ممکن را دارد.

از طرفی با توجه به جهت موج عرضی به سمت راست، ذرات محیط از نوسان ذرات قبل از خود تبعیت می‌کنند، یعنی ذره A به سمت $y = 0$ ، ذره B به سمت قله موج ($y = +A$)، ذره C به سمت $y = 0$ و ذره D به سمت دره موج ($y = -A$) حرکت می‌کند.

با توجه به توضیحات بالا و مشاهده مسافت موردنیاز برای هر ذره که بتواند به تندی صفر برسد، می‌توان دریافت که ذره B خیلی زودتر از ذره D و ذره D زودتر از ذره C به نقاط بازگشتی خود می‌رسند و تندی آن‌ها صفر می‌شود. ذره A نیز دیرتر از سه ذره دیگر به تندی صفر می‌رسد.

۱۶۹- پاسخ: گزینه ۱

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 96 = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 9.6 = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 9 + 2\left(0.3\right) = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \log 10^9 + 2 \log 2 = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$\Rightarrow \log(4 \times 10^9) = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 4 \times 10^9 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-3} \frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{E}{A \Delta t} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \frac{E}{(1 \times 10^{-6}) \times 60} \Rightarrow E = 240 \times 10^{-9} J = 0.24 \mu J$$

۱۷۰- پاسخ: گزینه ۳

زاویه جبهه موج با مرز محیط (۱) برابر با زاویه تابش و زاویه جبهه موج با مرز محیط (۲) برابر با زاویه بازتابش است. با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه ۴

■ بسامد موج به محیط انتشار موج بستگی ندارد؛ بنابراین بسامد موج در قسمت نازک و ضخیم طناب یکسان است (گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست هستند).

■ طبق رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، با ضخیم تر شدن طناب و افزایش μ ، تندی انتشار موج کاهش می‌یابد و مطابق با رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ (ثابت)، طول موج نیز کاهش می‌یابد.

۱۷۲- پاسخ: گزینه ۱

اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی تار برابر با بسامد اصلی آن است:

$$f_1 = 225 - 150 = 75 \text{ Hz}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 75 = \frac{v}{2 \times 0.5} \Rightarrow v = 75 \frac{m}{s}$$

۱۷۳- پاسخ: گزینه ۴

$$E_A = 2/5 E_B \xrightarrow{E=hf} f_A = 2/5 f_B \text{ رابطه (۱)}$$

$$f_A - f_B = 9 \times 10^{14} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} 2/5 f_B - f_B = 9 \times 10^{14} \Rightarrow 1/5 f_B = 9 \times 10^{14} \Rightarrow f_B = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_A = 2/5 f_B = 15 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_A = \frac{c}{f_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{3 \times 10^8}{15 \times 10^{14}} = 0.2 \times 10^{-6} m = 0.2 \mu m$$

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۳

$$K_{\max 1} = \frac{6/4 \times 10^{-19} J}{1/6 \times 10^{-19}} = 4 eV$$

$$K_{\max 2} = 0.25 \times K_{\max 1} = 0.25 \times 4 = 1 eV$$

$$K_{\max} = hf - W_0 \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}, W_0 = hf_0} K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$\begin{cases} K_{\max 1} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \\ K_{\max 2} = hc \left(\frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 1200 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \\ 1 = 1200 \left(\frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \end{cases} \xrightarrow{\text{۲ رابطه را از هم کم می‌کنیم}} 3 = 1200 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} \right) \Rightarrow \frac{1}{400} = \frac{1}{2\lambda} \Rightarrow \lambda = 200 \text{ nm}$$

با استفاده از یکی از روابط بالا، طول موج آستانه فلز را حساب کرده و پس از آن بسامد آستانه فلز را می‌یابیم:

$$4 = 1200 \cdot \left(\frac{1}{200} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \Rightarrow \frac{1}{300} = \frac{1}{200} - \frac{1}{\lambda_0} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{200} - \frac{1}{300} = \frac{1}{600} \Rightarrow \lambda_0 = 600 \text{ nm}$$

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz} = 500 \text{ THz}$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۱

$$E = hf = 4 \times 10^{-15} \times 5 \times 10^{14} = 1/9 \text{ eV}$$

انرژی فوتون گسیل شده برابر است با:

می‌دانیم که انرژی فوتون گسیلی برابر با اندازه اختلاف انرژی دو تراز است؛ بنابراین اختلاف انرژی دو تراز را در تک تک گزینه‌ها بررسی می‌کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } |E_7 - E_3| = |(-3/4) - (-1/5)| = 1/9 \text{ eV} \quad \text{گزینه ۲: } |E_1 - E_7| = |-13/6 - (-3/4)| = 10/2 \text{ eV}$$

$$\text{گزینه ۳: } |E_7 - E_4| = |-3/4 - (-0/85)| = 2/55 \text{ eV} \quad \text{گزینه ۴: } |E_1 - E_4| = |-13/6 - (-0/85)| = 12/75 \text{ eV}$$

۱۷۶- پاسخ: گزینه ۴

$$E_{n_1} = -\frac{E_R}{n_1^2} \Rightarrow -0/85 = -\frac{13/6}{n_1^2} \Rightarrow n_1 = 4$$

الکترونی که در تراز $n_1 = 4$ قرار دارد، سومین حالت برانگیخته اتم است، یعنی $K = 3$ است (گزینه ۴ درست است).

$$-0/544 = -\frac{13/6}{n_2^2} \Rightarrow n_2 = 5 \Rightarrow L = 4 \Rightarrow \text{چهارمین حالت برانگیخته اتم} \quad \text{اما بهتر است مقدار } L \text{ را هم به دست آوریم:}$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ۴

$${}_{90}^{234}\text{Th} \rightarrow {}_{Z'}^{A'}\text{Y} + {}_{-1}^0\beta$$

$$\begin{cases} A' = Z' + N' = 234 \\ Z' = 90 - (-1) = 91 \end{cases} \Rightarrow N' = A' - Z' = 234 - 91 = 143$$

$$\frac{Z'}{N'} = \frac{91}{143}$$

تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته دختر به ترتیب ۹۱ و ۱۴۳ است:

۱۷۸- پاسخ: گزینه ۳

جهت خطوط میدان الکتریکی ناشی از بار مثبت به طرف خارج بار است. با توجه به اینکه میدان‌های ناشی از هر یک از دو بار در نقطه A عمود بر هم هستند، داریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_{4q}}{E_q} = \frac{4q}{q} \times \left(\frac{3}{6}\right)^2 = 1 \Rightarrow E_q = E_{4q} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$E_T = \sqrt{(E_q)^2 + (E_{4q})^2} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} E_T = \sqrt{2} E_q$$

$$\Rightarrow 1000\sqrt{2} = \sqrt{2} E_q \Rightarrow E_q = E_{4q} = 1000 \frac{N}{C}$$

$$E_q = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow 1000 = \frac{9 \times 10^9 \times q}{(0/3)^2} \Rightarrow q = 10^{-8} \text{ C} = 10 \text{ nC}$$

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۲

برای آنکه میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع صفر شود، باید بارهای الکتریکی واقع در رأس‌های مربع، دوه‌دو در راستای قطر مربع اثر یکدیگر را خنثی کنند؛ بنابراین باید دوه‌دو در این راستا هم‌نام باشند.

نیروی الکتریکی خالص وارد بر یکی از بارها (به‌طور مثال q_2) را به دست می‌آوریم:

$$F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$F_{32} = F_{42} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0/3)^2} = 0/4 \text{ N}$$

$$F_{12} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0/3\sqrt{2})^2} = 0/2 \text{ N}$$

$$F' = F_{32} + F_{42} = \sqrt{(0/4)^2 + (0/4)^2} = 0/4\sqrt{2} \text{ N}$$

$$F_{T_2} = F' - F_{12} = 0/4\sqrt{2} - 0/2$$

$$\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4} F_{T_2} = (0/4 \times 1/4) - 0/2 = 0/56 - 0/2 = 0/36 \text{ N}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ۲

چون علامت دو بار q_1 و $q_3 = -\delta q_1$ مخالف یکدیگر است؛ پس نیرویی که هر یک از آن‌ها بر بار q_2 وارد می‌کنند، هم‌راستا و در یک جهت است؛ بنابراین داریم:
حالت اول:

$$\begin{cases} F_{12} = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} \\ F_{32} = \frac{k|q_3 q_2|}{r^2} \end{cases} \xrightarrow{q_3 = -\delta q_1} F_{32} = \frac{k|-\delta q_1 q_2|}{r^2} = \delta F_{12}$$

$$F = F_{12} + F_{32} = F_{12} + \delta F_{12} = \epsilon F_{12} \quad \text{رابطه (۱)}$$

در حالت دوم، فاصله بار q_3 تا بار q_2 برابر $\frac{1}{\delta} r$ می‌شود:

$$F'_{12} = F_{12}$$

$$F'_{32} = \frac{k|q_3 q_2|}{(\frac{1}{\delta} r)^2} = \delta^2 \frac{k|q_3 q_2|}{r^2} = \delta^2 F_{32} \xrightarrow{F_{32} = \delta F_{12}} F'_{32} = \delta^2 \times \delta F_{12} = \delta^3 F_{12}$$

$$F' = F'_{12} + F'_{32} = F_{12} + \delta^3 F_{12} = 1.26 F_{12} \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{1.26 F_{12}}{\epsilon F_{12}} = 2.1$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

۱۸۱- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta U = -\Delta K \xrightarrow{\Delta U = q\Delta V} q\Delta V = -\Delta K \Rightarrow q \times (80 - 30) = -2 \times 10^{-3} \Rightarrow q = -\frac{2}{50} \times 10^{-3} \text{ C} = -40 \mu\text{C}$$

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۱

وقتی خازن از مولد جدا می‌شود، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

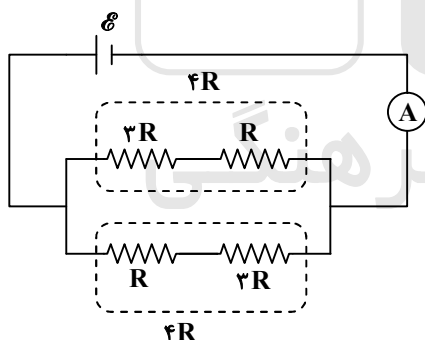
$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{2} C_1$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = 2 \Rightarrow U_2 = 2U_1$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه ۴

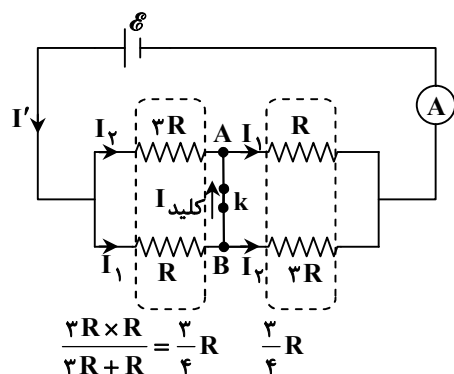
وقتی کلید k قطع است، جریان کل مدار $I = 1/2 \text{ A}$ است و داریم:



$$R_{eq} = \frac{4R \times 4R}{4R + 4R} = 2R$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow 1/2 = \frac{\mathcal{E}}{2R} \Rightarrow \mathcal{E} = 2/4 R$$

وقتی کلید k وصل می‌شود، مدار به شکل روبه‌رو ساده می‌شود:



$$R'_{eq} = \frac{3}{4} R + \frac{3}{4} R = \frac{3}{2} R$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq} + r} = \frac{2/4 R}{\frac{3}{2} R} = 1/6 \text{ A}$$

دو مقاومت R و $3R$ (در شاخه سمت چپ) در این حالت موازی هستند؛ بنابراین اگر جریان عبوری از مقاومت R را برابر با I_1 و جریان عبوری از مقاومت $3R$ را I_2 در نظر بگیریم، داریم:

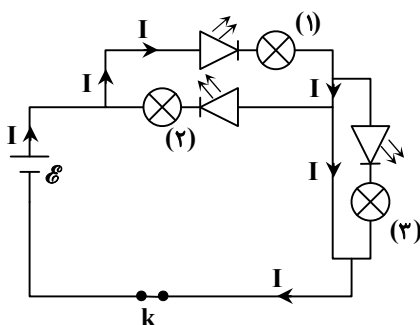
$$RI_1 = 3RI_2 \Rightarrow I_1 = 3I_2$$

$$I_1 + I_2 = 1/6 \Rightarrow 3I_2 + I_2 = 1/6 \Rightarrow 4I_2 = 1/6 \Rightarrow I_2 = 1/24 \text{ A}, \quad I_1 = 1/8 \text{ A}$$

به طور مشابه، جریان عبوری از مقاومت های R و $3R$ در شاخه سمت راست به ترتیب $1/24 \text{ A}$ و $1/8 \text{ A}$ است. اگر قاعده انشعاب را در گره A یا B بنویسیم، خواهیم داشت:

$$I_1 = I_{\text{کلید}} + I_2 \Rightarrow 1/8 = I_{\text{کلید}} + 1/24 \Rightarrow I_{\text{کلید}} = 1/12 \text{ A}$$

۱۸۴- پاسخ: گزینه ۱



با بستن کلید، جهت جریان در مدار مطابق شکل مقابل خواهد بود. چون جهت جریان برخلاف جهت مجاز عبور آن از دیود (۲) است، جریانی از دیود (۲) عبور نمی کند و تمام جریان از دیود (۱) می گذرد. بنابراین لامپ (۱) روشن می شود و لامپ (۲) خاموش خواهد ماند. در ادامه، دو سر شاخه لامپ (۳) با یک سیم بدون مقاومت به یکدیگر متصل است (اتصال کوتاه)؛ بنابراین جریان از دیود (۳) عبور نخواهد کرد و لامپ (۳) نیز خاموش خواهد ماند.

۱۸۵- پاسخ: گزینه ۱

با کاهش مقاومت، جریان عبوری از مدار طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2}$ افزایش می یابد. با توجه به اینکه $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است، باتری \mathcal{E}_1 تولیدکننده انرژی و باتری \mathcal{E}_2 مصرف کننده است؛ بنابراین داریم:

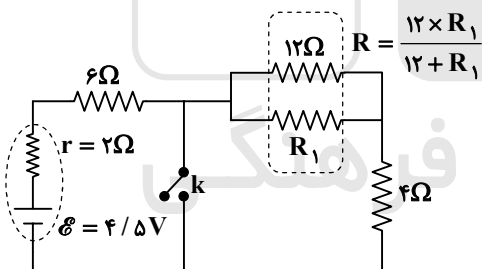
$$V_1 = \mathcal{E}_1 - r_1 I \xrightarrow{\text{افزایش می یابد.}} \text{کاهش می یابد. } V_1$$

$$V_2 = \mathcal{E}_2 + r_2 I \xrightarrow{\text{افزایش می یابد.}} \text{افزایش می یابد. } V_2$$

$$P_2 = V_2 I \xrightarrow{\text{افزایش می یابد.}} \text{افزایش می یابد. } P_2$$

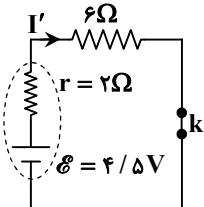
۱۸۶- پاسخ: گزینه ۳

در حالت اول که کلید باز است، مقاومت معادل مدار را به دست می آوریم:



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{4/5}{R + 4 + 6 + 2} = \frac{4/5}{R + 12} \text{ A} \quad \text{رابطه (۱)}$$

وقتی کلید k را می بندیم، مجموعه مقاومت ها در شاخه سمت راست اتصال کوتاه می شوند:



$$I' = \frac{4/5}{6 + 2} = \frac{9}{16} \text{ A}$$

$$V_{6\Omega} = R_{6\Omega} I' = 6 \times \frac{9}{16} = \frac{27}{8} \text{ V}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω نسبت به حالت قبل دو برابر شده است؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دو

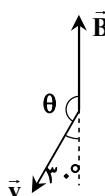
سر آن، قبل از بسته شدن کلید، برابر با $V_{6\Omega} = \frac{1}{2} \times \frac{27}{8} = \frac{27}{16} \text{ V}$ است. با استفاده از رابطه (۱) می توان

نوشت:

$$V_{6\Omega} = R_{6\Omega} I \Rightarrow \frac{27}{16} = 6 \times \frac{4/5}{R + 12} \Rightarrow \frac{27}{16} = \frac{27}{R + 12} \Rightarrow R + 12 = 16 \Rightarrow R = 4\Omega$$

$$R = \frac{12 \times R_1}{12 + R_1} \Rightarrow 4 = \frac{12R_1}{12 + R_1} \Rightarrow 48 + 4R_1 = 12R_1 \Rightarrow 8R_1 = 48 \Rightarrow R_1 = 6\Omega$$

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۴



$$\theta = 18.0^\circ - 3.0^\circ = 15.0^\circ$$

$$F = qvB \sin \theta \Rightarrow F = 1/6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^4 \times 2000 \times 10^{-4} \times \sin 15.0^\circ$$

$$\sin(15.0^\circ) = \sin 3.0^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow F = 8 \times 2000 \times \frac{1}{2} \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-16} \text{ N}$$

با توجه به قاعده دست راست، چهار انگشت دست راست را در جهت \vec{v} قرار می‌دهیم و انگشتان را به سمت \vec{B} خم می‌کنیم. انگشت شست دست راست به صورت درون سو به دست می‌آید؛ اما از آنجا که بار ذره منفی است، جهت نیرو در خلاف آن یعنی برون سو (\odot) خواهد بود.

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۱

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2R_1} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20}{2 \times 2/5 \times 10^{-2}} = 16\pi \times 10^{-5} \text{ T}$$

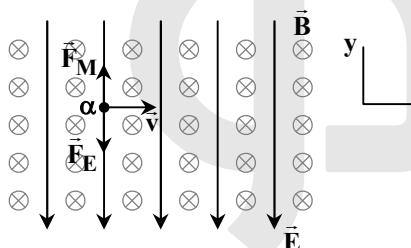
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2R_2} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 18}{2 \times 3 \times 10^{-2}} = 12\pi \times 10^{-5} \text{ T}$$

حلقه‌ها هم‌مرکز هستند و سطح آن‌ها بر یکدیگر عمود است؛ بنابراین بردارهای میدان مغناطیسی ناشی از هر حلقه در مرکز آن نیز بر هم عمود هستند:

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{(16\pi \times 10^{-5})^2 + (12\pi \times 10^{-5})^2} = 20\pi \times 10^{-5} \text{ T} = 2\pi \times 10^{-4} \text{ T} \Rightarrow B_T = 2\pi G$$

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۱

برای اینکه ذره α بتواند بدون انحراف عبور کند، باید برآیند نیروهای وارد بر آن (دو نیروی مغناطیسی و الکتریکی) صفر شود. چون بار ذره α مثبت است، نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی رو به پایین وارد می‌شود. بنابراین نیروی مغناطیسی باید رو به بالا و هم‌اندازه با نیروی الکتریکی باشد. طبق قاعده دست راست، جهت حرکت ذره α باید در جهت محور x باشد:



$$F_M = F_E \Rightarrow qvB \sin \theta = qE$$

$$\Rightarrow vB \times 1 = E \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{1000}{1000 \times 10^{-4}} = 1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۲

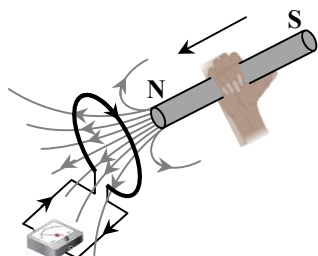
$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right) \times \left(\frac{I_A}{I_B}\right) \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A}\right) = 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \frac{A_A}{A_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = 2^2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 2$$

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۲

آهن‌ربا در حال نزدیک شدن به حلقه است؛ پس شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال افزایش است. بنابر قانون لنز، جریان القایی طوری در حلقه ایجاد می‌شود که با این افزایش شار مخالفت کند، یعنی میدان مغناطیسی حاصل از آن برخلاف جهت میدان مغناطیسی آهن‌ربا باشد و بتواند آن را دفع کند (از نزدیک شدن آهن‌ربا جلوگیری کند).

طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی در مدار و در حلقه به صورت زیر یعنی در جهت (۱) خواهد بود:



۱۹۲- پاسخ: گزینه ۳

انرژی جنبشی شهاب‌سنگ هنگام برخورد به زمین را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2/1 \times 10^4 \times (8 \times 10^3)^2 = 2/1 \times 32 \times 10^{10} \text{ J}$$

حالا جرم TNT را حساب می‌کنیم:

$$m_{\text{TNT}} = \frac{2/1 \times 32 \times 10^{10}}{4/2 \times 10^9} = 160 \text{ تن}$$

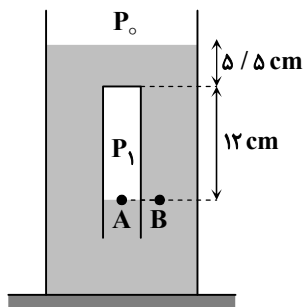
۱۹۳- پاسخ: گزینه ۴

طبق معادله پیوستگی، آهنگ شارش حجمی سیال در هر مقطعی ثابت و یکسان است:

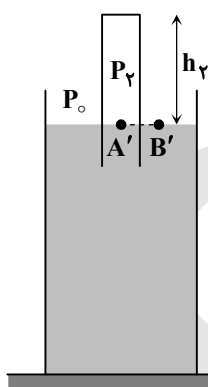
ثابت $(Av)_A = (Av)_B$: آهنگ شارش حجمی سیال

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = 12 + 5/5 + P_0 = 17/5 + 75 = 92/5 \text{ cmHg}$$



در حالت دوم، شکل لوله درون ظرف این گونه می شود:

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_2 = P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

این آزمایش در دمای ثابت انجام می شود؛ بنابراین داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{V=Ah} P_1 A h_1 = P_2 A h_2$$

$$\Rightarrow 92/5 \times 12 = 75 h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{92/5 \times 12}{75} = 14/8 \text{ cm}$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۳

$$H = \frac{kA\Delta T}{L} \xrightarrow{\text{ثابت هستند}} \frac{H_2}{H_1} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{2}{5}$$

$$\text{درصد کاهش انرژی گرمایی: } \frac{\Delta H}{H_1} \times 100 = \frac{H_2 - H_1}{H_1} \times 100 = \left(\frac{2}{5} - 1\right) \times 100 = -\frac{3}{5} \times 100 = -60\%$$

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۲

$$\Delta V = V_1(\alpha \Delta T) \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \alpha \Delta T \xrightarrow{\text{بر حسب درصد}} \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \alpha \Delta T \times 100 = 3 \times 2 \times 10^{-5} \times (250 - 0) \times 100 = 1/5\%$$

۱۹۷- پاسخ: گزینه ۴

با استفاده معادله حالت گاز آرمانی (کامل) داریم:

$$\frac{P_{H_2} V_{H_2}}{n_{H_2} R T_{H_2}} = \frac{P_{N_2} V_{N_2}}{n_{N_2} R T_{N_2}} \xrightarrow{P_{H_2} = P_{N_2}} \frac{h_{H_2}}{n_{H_2} T_{H_2}} = \frac{h_{N_2}}{n_{N_2} T_{N_2}} \Rightarrow \frac{21}{n_{H_2} \times (27 + 273)} = \frac{32}{n_{N_2} \times (47 + 273)}$$

$$\Rightarrow \frac{n_{N_2}}{n_{H_2}} = \frac{32 \times 300}{21 \times 320} = \frac{10}{7}$$

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow \frac{n_{N_2}}{n_{H_2}} = \frac{m_{N_2}}{m_{H_2}} \times \frac{M_{H_2}}{M_{N_2}} \Rightarrow \frac{10}{7} = \frac{m_{N_2}}{m_{H_2}} \times \frac{2}{28} \Rightarrow \frac{m_{N_2}}{m_{H_2}} = 20$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۲

$$K_{\text{کارنو}} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \Rightarrow \epsilon = \frac{T_L}{T_H - T_L} \Rightarrow \epsilon T_H - \epsilon T_L = T_L \Rightarrow \epsilon T_H = \epsilon T_L + T_L \Rightarrow \frac{T_H}{T_L} = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \Rightarrow T_H = T_L + \frac{1}{\epsilon} T_L$$

$$\text{درصد اختلاف } T_H \text{ و } T_L: \frac{T_H - T_L}{T_L} \times 100 = \frac{1}{\epsilon} \times 100 = 25\%$$

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۳

فرایند ab یک فرایند هم فشار، فرایند bc یک فرایند هم دما و فرایند ca که یک خط شیب دار مبدأ گذر است، یک فرایند هم حجم است.

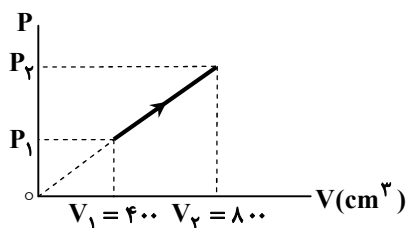
$$\begin{cases} Q_{ab} = nC_p \Delta T \xrightarrow{\text{گاز دواتمی}} Q_{ab} = \frac{\gamma}{2} nR \Delta T \Rightarrow Q_{ab} = -\frac{\gamma}{2} W_{ab} \\ W_{ab} = -P \Delta V = -nR \Delta T \end{cases} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow (W_{ab} + Q_{ab}) + \underbrace{\Delta U_{bc}}_{\text{صفر}} + (\underbrace{W_{ca}}_{\text{صفر}} + Q_{ca}) = 0 \Rightarrow W_{ab} + Q_{ab} + Q_{ca} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} W_{ab} - \frac{\gamma}{2} W_{ab} - 300 = 0 \Rightarrow -\frac{5}{2} W_{ab} = 300 \Rightarrow W_{ab} = -120 \text{ J}$$

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۴

چون نمودار P-V به صورت یک خط با شیب ثابت و مبدأ گذر است، داریم:



$$\text{شیب خط: } \frac{P_2}{V_2} = \frac{P_1}{V_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{800}{400} = 2$$

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{T_2}{273 - 23} = 2 \times 2 = 4$$

$$\Rightarrow T_2 = 4 \times 250 = 1000 \text{ K}$$

$$T_2 = 273 + \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 1000 - 273 = 727^\circ \text{C}$$

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۴

فرمول اکسید فلزهای قلیایی خاکی (فلزهای گروه دوم) به صورت XO است:

$$1 \times 2 = 2 = \text{بار کاتیون} \times \text{تعداد کاتیون} = \text{شمار الکترون های مبادله شده}$$

$$60 \text{ g XO} \times \frac{1 \text{ mol XO}}{\text{Mg XO}} \times \frac{2 \text{ mol e}^-}{1 \text{ mol XO}} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mol e}^-} = 18 / 0.6 \times 10^{23} \text{ e}^-$$

$$\Rightarrow M = 40 \text{ (جرم مولی XO)}$$

$$X \text{ جرم مولی} + 16 = 40 \Rightarrow X \text{ جرم مولی} = 24$$

$$\frac{X \text{ جرم مولی}}{O \text{ جرم مولی}} = \frac{24}{16} = 1/5$$

۲۰۲- پاسخ: گزینه ۲

عبارت های «ب» و «پ» درست هستند.

(ب) در اتم ${}_{27}^{60}\text{M}$ ، ۲۷ پروتون و ۳۳ نوترون (۶۰ - ۲۷ = ۳۳) وجود دارد:

$$33 - 27 = 6$$

(پ)

$${}_{27}^{60}\text{M} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2 \Rightarrow \begin{cases} l=0 \text{ (زیرلایه های s)} \Rightarrow 1e^- \\ l=1 \text{ (زیرلایه های p)} \Rightarrow 12e^- \end{cases}$$

$$\underline{20e^-}$$

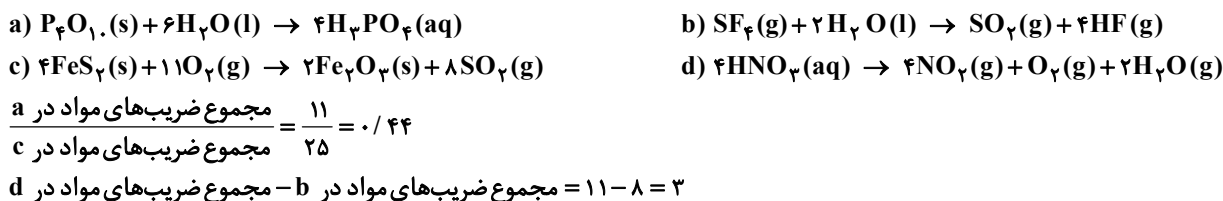
بررسی عبارت های نادرست:

(الف) ایزوتوپ های یک عنصر، عدد اتمی یکسانی دارند.

(ت)

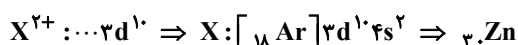
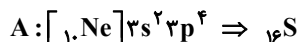
$$\begin{cases} {}_{27}^{60}\text{M} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^5 4s^2 \\ {}_{27}^{60}\text{X} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^5 4s^1 \end{cases} \Rightarrow 7 - 5 = 2$$

۲۰۳- پاسخ: گزینه ۳



۲۰۴- پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.



(پ) عنصرهای X و A به ترتیب یون‌های X²⁺ و A²⁻ تشکیل می‌دهند؛ بنابراین فرمول ترکیب یونی حاصل از آن‌ها به صورت XA است.
 (ت) A ۱۶ و D ۳۴ هر دو در گروه ۱۶ قرار دارند و نافلز هستند. همچنین A ۱۶ و E ۱۳ هر دو متعلق به دوره سوم جدول دوره‌ای هستند.
 بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) X (فلز روی) جزء فلزهای واسطه است.

(ب) $14 = 34 - 16 =$ تفاوت عدد اتمی (شمار الکترون‌ها) عنصرهای A و X

۲۰۵- پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی مس (I) اکسید به صورت Cu₂O بوده که مشابه Ag₂O است:

$$\frac{\text{جرم O}}{\text{جرم Cu}} = \frac{1 \times 16}{2 \times 64} = \frac{1}{8} = 0.125$$

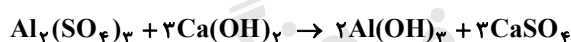
۲۰۶- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست هستند.

- اتم عنصری که آرایش الکترونی آن به $3d^5 4s^1$ ختم می‌شود، همان کروم است. کروم اغلب در طبیعت به شکل Cr^{3+} و Cr^{2+} یافت می‌شود.
- شمار الکترون‌های ظرفیتی کروم همانند شمار الکترون‌های ظرفیتی X ۶ (گوگرد) برابر با ۶ است.
- اگر از Cr ۲۴، ۶ الکترون (الکترون‌های زیرلایه‌های ۴s و ۳d) جدا شود، به آرایش الکترونی گاز نجیب آرگون ($18Ar$) می‌رسد.
- آرایش الکترونی Z ۲۵ به $3d^5 4s^2$ ختم می‌شود.

۲۰۷- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{17}{18} \times \frac{1}{18} \times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{342 \text{ g } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{2 \text{ mol } Al^{3+}}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} = 0.1 \text{ mol } Al^{3+}$$



$$0.1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 \times \frac{2 \text{ mol } Al(OH)_3}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{78 \text{ g } Al(OH)_3}{1 \text{ mol } Al(OH)_3} = 15.6 \text{ g } Al(OH)_3$$

۲۰۸- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم نادرست هستند.

■ شمار مول N_2 و CO_2 برابر است با:

$$CO_2 \text{ و } N_2 \text{ : مول } 10 \times \frac{0.5 \text{ mol}}{1 \text{ ذره}} = 5 \text{ mol}$$

در مول یکسان، شمار مولکول‌ها نیز در این دو نمونه برابر است؛ بنابراین نسبت c به a در هر دو با هم برابر است.

$$0.5 \text{ mol} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 11.2 \text{ L}$$

$$\frac{N_2 \text{ جرم}}{CO_2 \text{ جرم}} = \frac{0.5 \times 28}{0.5 \times 44} = 0.63$$

$$N_2 \text{ و } CO_2 \text{ مولی غلظت} = \frac{0.5 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.5 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۲۰۹- پاسخ: گزینه ۲

$$۱۸۰ \text{ g محلول} \times \frac{۱/۴ \text{ g I}_2}{۱۰۰ \text{ g محلول}} \times \frac{۱ \text{ mol I}_2}{۲۵۴ \text{ g I}_2} = ۱۰^{-۲} \text{ mol I}_2$$

$$\text{ppm} = ۱۴۰۰۰ = ۱۰^۴ \times ۱/۴ = ۱۰^۴ \times \text{درصد جرمی}$$

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «ب» و «ت» نادرست‌اند.

(الف)

$$\begin{cases} \text{Sc}_2(\text{SO}_4)_3 \Rightarrow \text{مجموع شماراتمها} = ۱۷ \\ (\text{NH}_4)_3\text{PO}_4 \Rightarrow \text{مجموع شماراتمها} = ۲۰ \end{cases} \Rightarrow ۲۰ - ۱۷ = ۳$$

(ب) درصد جرمی یون سدیم در آب دریا از درصد جرمی یون پتاسیم بیشتر است.

(پ)

$$۵۰۰ \text{ g محلول} \times \frac{۱۰۰ \text{ g NaOH}}{۱۰۶ \text{ g محلول}} \times \frac{۱ \text{ mol NaOH}}{۴۰ \text{ g NaOH}} = ۱/۲۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ mol NaOH}$$

(ت)

$$\text{غلظت مولی} = \frac{۰/۶ \text{ mol}}{۰/۴ \text{ L}} = ۱/۵ \text{ mol} \cdot \text{L}^{-۱}$$

۲۱۱- پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} \text{دمای } a^\circ\text{C} \begin{cases} \text{حل‌شونده } ۳۷/۵ \text{ g} \\ \text{محلول } ۱۰۰ \text{ g} \end{cases} &\Rightarrow \text{جرم آب} = ۱۰۰ - ۳۷/۵ = ۶۲/۵ \text{ g} \\ &\Rightarrow \text{از روی نمودار} \rightarrow a = ۴۰^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{دمای } b^\circ\text{C} \begin{cases} \text{حل‌شونده } ۱۶/۷ \text{ g} \\ \text{محلول } ۱۰۰ \text{ g} \end{cases} &\Rightarrow \text{جرم آب} = ۱۰۰ - ۱۶/۷ = ۸۳/۳ \text{ g} \\ &\Rightarrow \text{از روی نمودار} \rightarrow b = ۱۰^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$a - b = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰$$

توجه: برای تبدیل درصد جرمی محلول سیرشده به انحلال پذیری و یا برعکس، می‌توانید از رابطه زیر هم استفاده کنید:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ = \frac{S}{S + ۱۰۰} \times ۱۰۰$$

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

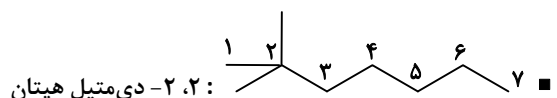
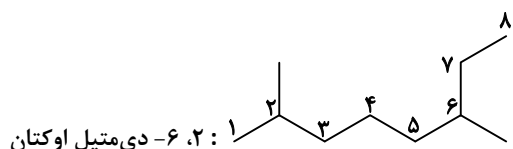
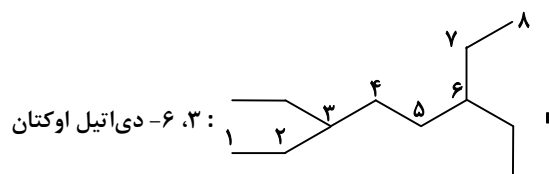
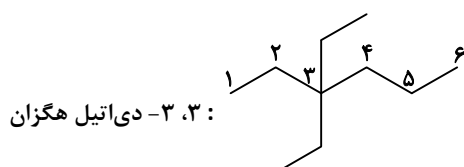
بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) خصلت فلزی در یک گروه از بالا به پایین افزایش، اما در یک دوره از چپ به راست کاهش می‌یابد.

(ت) هلیوم عنصری از دسته S است که در سمت راست جدول دوره‌ای (گروه ۱۸) جای دارد.

۲۱۳- پاسخ: گزینه ۳

به جز مورد اول، بقیه موارد درست هستند.



۲۱۴- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

عبارت اول: انحلال پذیری هر دو گاز O_2 و N_2 با کاهش دما، به صورت منحنی افزایش می‌یابد.

عبارت دوم: شیب نمودار انحلال پذیری- فشار برای گاز NO بیشتر از N_2 است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: انحلال پذیری گاز ناکطبی CO_2 در آب، از انحلال پذیری گاز قطبی NO بیشتر است، زیرا CO_2 با آب واکنش می‌دهد.

عبارت چهارم: در دما و فشار معین، انحلال پذیری گاز O_2 از N_2 بیشتر است و اعداد داده شده، نمی‌توانند درست باشند.

۲۱۵- پاسخ: گزینه ۴

چگالی آب را $1g \cdot mL^{-1}$ در نظر می‌گیریم، به این ترتیب خواهیم داشت:

$$Q = |Q(\text{آب گرم تر})| = |Q(\text{آب سرد تر})| \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot \Delta\theta_1 = m_2 \cdot c \cdot \Delta\theta_2 \Rightarrow m_1 \times (19 - 9) = 75 \times (35 - 19) \Rightarrow m_1 = 120g$$

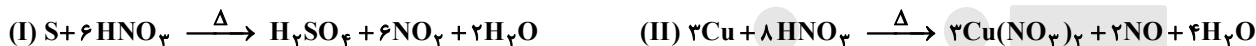
$$\text{جرم مخلوط} = 75 + 120 = 195g$$

$$Q = mc\Delta\theta = 195 \times 4 / 2 \times (44 - 19) = 20475J = 20 / 475kJ$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۳

به جز عبارت دوم، بقیه عبارت‌ها درست هستند.

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



عبارت اول:

$$160g S \times \frac{1mol S}{32g S} \times \frac{1mol H_2SO_4}{1mol S} \times \frac{R}{100} = 4/5 mol H_2SO_4 \Rightarrow R = 90$$

عبارت دوم: فراورده غیرگازی محلول در آب واکنش‌ها، H_2SO_4 و $Cu(NO_3)_2$ است. اگر جرم و در نتیجه تعداد مول یکسانی از اسید HNO_3 در این واکنش‌ها مصرف شود، خواهیم داشت:

$$(I) \text{واکنش: } x mol HNO_3 \times \frac{1mol H_2SO_4}{6mol HNO_3} \times \frac{98g H_2SO_4}{1mol H_2SO_4} = \frac{49x}{2} g H_2SO_4$$

$$(II) \text{واکنش: } x mol HNO_3 \times \frac{3mol Cu(NO_3)_2}{8mol HNO_3} \times \frac{188g Cu(NO_3)_2}{1mol Cu(NO_3)_2} = \frac{141x}{2} g Cu(NO_3)_2$$

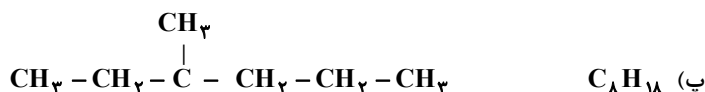
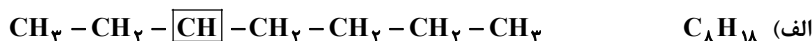
عبارت سوم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (I) \text{واکنش: } x g NO_2 \times \frac{1mol NO_2}{46g NO_2} \times \frac{1mol S}{6mol NO_2} \times \frac{32g S}{1mol S} = \frac{8x}{69} g S \\ (II) \text{واکنش: } y g NO \times \frac{1mol NO}{30g NO} \times \frac{3mol Cu}{2mol NO} \times \frac{64g Cu}{1mol Cu} = 3/2 y g Cu \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\text{جرم Cu}}{\text{جرم S}} = \frac{3/2y}{8x/69} = 0/4 \times 69 \times \frac{y}{x} = 6$$

عبارت چهارم:

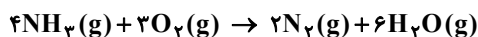
$$84g Cu \times \frac{P}{100} \times \frac{1mol Cu}{64g Cu} \times \frac{3mol Cu(NO_3)_2}{2mol Cu} = 1/5 mol Cu(NO_3)_2 \Rightarrow P = 80 \Rightarrow \text{درصد ناخالصی} = 20$$

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۴



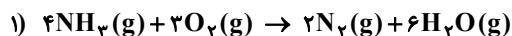
۲۱۸- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا باید ΔH واکنش در حالتی که همه مواد به حالت گازی هستند را حساب کنیم:

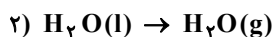


$$\begin{aligned}\Delta H &= [12\Delta H(\text{N}-\text{H}) + 3\Delta H(\text{O}=\text{O})] - [2\Delta H(\text{N}\equiv\text{N}) + 12\Delta H(\text{O}-\text{H})] \\ &= [(12 \times 390) + (3 \times 495)] - [(2 \times 940) + (12 \times 463)] = -1271 \text{ kJ}\end{aligned}$$

با استفاده از قانون هس، ΔH واکنش داده شده را می توان حساب کرد:



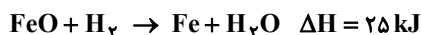
$$\Delta H_1 = -1271 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_2 = 44 \text{ kJ}$$

واکنش دوم را وارونه و در ۶ ضرب می کنیم:

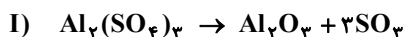
$$\Delta H(\text{واکنش کلی}) = \Delta H_1 - 6\Delta H_2 = -1271 - 6(44) = -1535 \text{ kJ}$$



$$1535 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol FeO}}{25 \text{ kJ}} = 61 / 4 \text{ mol FeO}$$

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۳

به جز عبارت آخر، سایر عبارات درست هستند.



عبارت اول:

$$\begin{aligned}\bar{R}(\text{Al}_2\text{O}_3) &= 3 \bar{R}(\text{Al}_2\text{O}_3) = 3 \times \frac{3 / 2 \text{ mol}}{180 \text{ min}} = 3 / 2 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \\ \text{در واکنش II} \quad \bar{R}(\text{Al}_2\text{O}_3) &= 3 / 2 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \\ \bar{R}(\text{Fe}_2\text{O}_3) &= 4 / 8 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \\ \bar{R}(\text{Al}_2\text{O}_3) &= 3 / 2 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}\end{aligned}$$

عبارت دوم: با توجه به معادله واکنش I، خواهیم داشت:

$$\bar{R}(\text{SO}_3) = 3 \bar{R}(\text{Al}_2\text{O}_3) = 3 \times \frac{3 / 2 \text{ mol}}{180 \text{ min}} = 3 / 2 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

عبارت سوم:

$$\text{مقدار آلومینیم سولفات مصرف شده} = 3 / 2 \text{ mol Al}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{1 \text{ mol Al}_2\text{O}_3} = 3 / 2 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3$$

$$\text{مقدار اولیه آلومینیم سولفات} = 3 / 2 + 0 / 8 = 4 \text{ mol}$$

$$4 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{342 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 1 / 368 \text{ kg}$$

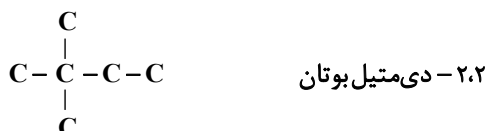
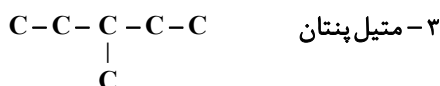
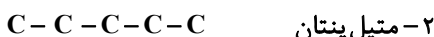
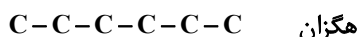
عبارت چهارم:

$$\text{I) واکنش: } \bar{R}(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3) = \bar{R}(\text{Al}_2\text{O}_3) = \frac{3}{2} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\text{II) واکنش: } \bar{R}(\text{Al}) = 2 \bar{R}(\text{Al}_2\text{O}_3) = 2 \times 3 / 2 = 6 / 4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۲۲۰- پاسخ: گزینه ۱

نام و ساختار همپارها یا ایزومرهای C_6H_{14} به صورت زیر است:

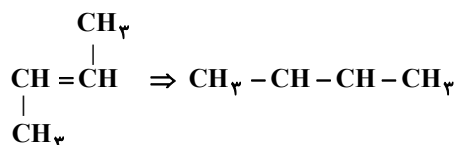
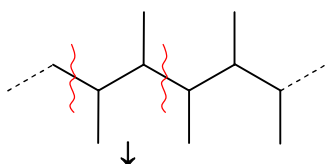


۲۲۱- پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از کاتالیزگر، سرعت واکنش و شیب نمودار مول - زمان فرآورده(ها) افزایش و زمان انجام واکنش، کاهش می‌یابد.

۲۲۲- پاسخ: گزینه ۱

ساختار مونومر پلیمر داده شده، به صورت $\text{CH}_3 - \text{CH} = \text{CH} - \text{CH}_3$ است.



۲۲۳- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: کلونیدها معمولاً شفاف نیستند و نور در هنگام عبور از کلونید برخلاف محلول، پخش می‌شود.

عبارت چهارم: آب گل‌آلود، نمونه‌ای از سوسپانسیون‌ها بوده که ناپایدار است و ذره‌های تشکیل‌دهنده آن به مرور زمان رسوب می‌کند.

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۲

فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت $\text{C}_{13}\text{H}_{14}\text{N}_2\text{O}_5$ است:

$$\frac{\text{تفاوت جرم اتم‌های نیتروژن و هیدروژن}}{\text{جرم اتم‌های اکسیژن}} = \frac{(2 \times 14) - (14 \times 1)}{5 \times 16} = 0.175$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) هر اتم اکسیژن دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی و هر اتم نیتروژن دارای ۱ جفت الکترون ناپیوندی است؛ بنابراین ترکیب داده شده در

مجموع دارای $12 = (2 \times 1) + (5 \times 2)$ جفت الکترون ناپیوندی است، در حالی که این ترکیب، ۱۳ اتم کربن دارد.

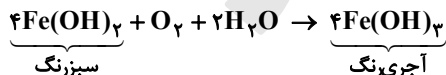
(۳) در ساختار داده شده، ۴ پیوند $\text{C} = \text{C}$ و یک گروه کربوکسیل ($-\text{COOH}$) وجود دارد.

(۴) در ساختار ترکیب مورد نظر، ۹ پیوند $\text{C}-\text{C}$ و ۴ پیوند $\text{C}-\text{O}$ وجود دارد.

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۴

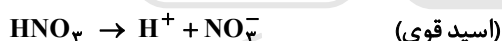
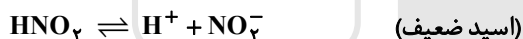
همه عبارت‌های داده شده درست‌اند.

بررسی عبارت سوم: در تبدیل $\text{Fe}(\text{OH})_3$ به $\text{Fe}(\text{OH})_2$ ، رنگ رسوب از سبز به آجری تغییر می‌کند.



۲۲۶- پاسخ: گزینه ۲

معادله یونش دو اسید به صورت زیر است:



$$\text{جرم } \text{NO}_3^- : 1\text{L} \times \frac{0.1 \text{ mol HNO}_3}{1\text{L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol NO}_3^-}{1 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{62 \text{ g NO}_3^-}{1 \text{ mol NO}_3^-} = 6.2 \text{ g NO}_3^-$$

اگر درجه یونش HNO_2 را α در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$1\text{L محلول} \times \frac{0.1 \text{ mol HNO}_2}{1\text{L محلول}} \times \frac{\alpha \text{ mol NO}_2^-}{1 \text{ mol HNO}_2} \times \frac{46 \text{ g NO}_2^-}{1 \text{ mol NO}_2^-} = 4.6\alpha \text{ g NO}_2^-$$

$$\text{اختلاف جرم آنیون‌ها} = 6.2 - 4.6\alpha$$

اگر $\alpha = 1$ باشد، اختلاف جرم برابر با $1/6$ گرم است. با توجه به اینکه $\alpha < 1$ می‌باشد، اختلاف جرم قطعاً بیشتر از $1/6$ گرم خواهد بود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) سرعت واکنش فلز منیزیم، با محلول II (حاوی اسید قوی‌تر) بیشتر است.

(۳) در محلول I برخلاف محلول II، مولکول‌های یونیده نشده اسید نیز وجود دارد؛ بنابراین شمار مولکول‌ها در محلول I بیشتر از محلول II است.

(۴) pH محلول II کمتر از pH محلول I است، زیرا غلظت یون هیدرونیوم در محلول II بیشتر از محلول I می‌باشد.

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) در برقکافت آب، در کاتد گاز هیدروژن و در آند، گاز اکسیژن تولید می‌شود.

(ب) در رقابت برای گرفتن الکترون، اتم کلر از اتم برم پیشی می‌گیرد.

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{[H^+](HA)}{[H^+](HD)} = \frac{M(HA) \times \alpha(HA)}{M(HD) \times \alpha(HD)} = \frac{\alpha(HA)}{\alpha(HD)} = \frac{8}{3/2} = 2/5$$

$$pH = 4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1} \Rightarrow [H^+](HD) = \frac{10^{-4}}{2/5} = 4 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

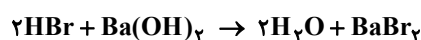
$$pH = -\log[H^+] = 5 - 2 \log 2 = 5 - 0.6 = 4.4$$

$$[KOH] = [OH^-] = 0.2 \xrightarrow{[H^+][OH^-] = 10^{-14}} [H^+] = 5 \times 10^{-14} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pH = -\log(5 \times 10^{-14}) = 14 - \log 5 = 14 - 0.7 = 13.3$$

$$\frac{pH(HD)}{pH(KOH)} = \frac{4.4}{13.3} \approx 0.33$$

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۴



$$5/4 \text{ g HBr} \times \frac{1 \text{ mol HBr}}{81 \text{ g HBr}} \times \frac{1 \text{ mol Ba}^{2+}}{2 \text{ mol HBr}} \times \frac{137 \text{ g Ba}^{2+}}{1 \text{ mol Ba}^{2+}} = 4/56 \text{ g Ba}^{2+}$$

$$5/4 \text{ g HBr} \times \frac{1 \text{ mol HBr}}{81 \text{ g HBr}} \times \frac{1 \text{ mol BaBr}_2}{2 \text{ mol HBr}} = \frac{1}{36} \text{ mol BaBr}_2$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\frac{1}{36} \text{ mol}}{\frac{15}{100} \text{ L}} = \frac{100}{450} = 0.22 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۱

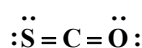
عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

الف) فرمول شیمیایی کربونیل سولفید و استیک اسید به ترتیب به صورت SCO و CH₃COOH است. جرم مولی هر دو ترکیب ۶۰ g·mol⁻¹ است.

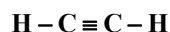
ب) CO₂ و SCO، هر دو جزء مولکول‌های خطی به شمار می‌روند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

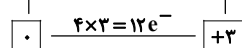
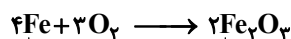
پ) در ساختار SCO، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.



ت) در مولکول اتین، ۵ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.



۲۳۱- پاسخ: گزینه ۴



۲۳۲- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

الف) شعاع یون پایدار فلزها از شعاع اتمی آن‌ها کوچک‌تر است؛ بنابراین a می‌تواند اتم فلزی و b یون پایدار آن باشد.

ب) a می‌تواند اتم فلزی و c می‌تواند اتم نافلزی در یک دوره از جدول دوره‌ای باشند. به طور مثال a و c می‌توانند به ترتیب لیتیم و اکسیژن از دوره دوم باشند.



پ) شعاع یون پایدار نافلزها از شعاع اتمی آن‌ها بزرگ‌تر است؛ بنابراین c می‌تواند اتم نافلزی و d یون پایدار آن باشد.

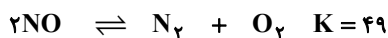
ت) a می‌تواند یک فلز مانند Li و c می‌تواند یک نافلز مانند F باشد که می‌توانند با هم ترکیب یونی LiF را تشکیل دهند.

۲۳۳- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

غلظت‌های تعادلی N_2 و O_2 باید با هم برابر باشند؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند. با توجه به معادله واکنش، تغییرات غلظت NO باید دو برابر تغییرات غلظت N_2 و O_2 باشد که تنها اعداد گزینه ۴ با این موضوع، مطابقت دارد.

راه حل دوم:



مول اولیه: ۱۰ ۰ ۰

مول تعادلی: $10-2x$ x x

$$K = \frac{[N_2][O_2]}{[NO]^2} = \frac{\frac{x}{2} \times \frac{x}{2}}{(\frac{10-2x}{2})^2} = 49 \Rightarrow \frac{x}{10-2x} = 7 \Rightarrow x = \frac{14}{3} \approx 4.6$$

$$[NO]_{\text{تعادلی}} = \frac{10-2x}{2} = 0.33 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow \text{گزینه ۴}$$

$$[N_2] = [O_2] = \frac{x}{2} \approx 2.33 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

۲۳۴- پاسخ: گزینه ۱

در واکنش‌های گرماگیر ($A + Q \rightarrow \dots$)، با افزایش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و ثابت تعادل بزرگ‌تر می‌شود.

۲۳۵- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول، چهارم و پنجم درست هستند.

عبارت‌های اول و چهارم: انرژی فعال‌سازی واکنش II (d) کمتر از انرژی فعال‌سازی واکنش I (a) است و می‌توان گفت در شرایط یکسان، سرعت واکنش II بیشتر و تشکیل فراورده‌ها در آن آسان‌تر است.

عبارت پنجم: انرژی فعال‌سازی واکنش I بیشتر از واکنش II است؛ بنابراین انرژی لازم برای تشکیل فراورده و واکنش I (Cl_2) برای تشکیل فراورده و واکنش II (O_2) هم کافی خواهد بود.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: با استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی (a) کاهش می‌یابد، در حالی که آنتالپی واکنش (b) تغییر نمی‌کند؛ بنابراین مقدار (a - b) کاهش می‌یابد.

عبارت سوم: آنتالپی واکنش II برابر با (d - c) است.



مؤسسه آموزشی فرهنگی