101 . گزینه چهارم

$x^4-7x^2-5=0$ $\qquad\qquad$ $x'+x''=s$ و $x'.x''=p$

$x^2=t\geq 0\Rightarrow t^2-7t-5=0\Rightarrow$

$t=t_1<0$ غ ق $\qquad t=t_2>0\Rightarrow x^2=t\Rightarrow$

$x',x''=\pm\sqrt{t}\Rightarrow S=0$

$$x^2=\frac{7\pm\sqrt{49+20}}{2}\Rightarrow x^2=\frac{7+\sqrt{69}}{2}$$

$$2p^2-3sp+2s=2p^2=2\left(\left(\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}}\right)\left(-\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}}\right)\right)^2=$$

$$\frac{1}{2}\times\left(7+\sqrt{69}\right)^2=\frac{49+69+14\sqrt{69}}{2}=59+7\sqrt{69}$$

102 . گزینه سوم

$$(log^2 5-log^2 2)\,log_{\frac{5}{2}}(3x-2)=1$$

$$log\,10\times log\frac{5}{2}\times\frac{log(3x-2)}{log\frac{5}{2}}=1\Rightarrow$$

$$log(3x-2)=1\Rightarrow 3x-2=10\Rightarrow x=4$$

103 . گزینه چهارم

$$(\log_{21} 3)^2 + \log_{21} 7^2 \times 3 \times \log_{21} 21^2 \times 3$$

$$= (\log_{21} 3)^2 + (\log_{21} 21 \times 7) \times (\log_{21} 21^2 + \log_{21} 3)$$

$$1 + \log_{21} 7 = 1 + \log_{21} \frac{21}{3} = 1 + 1 - \log_{21} 7$$

$$(\log_{21} 3)^2 + (2 - \log_{21} 3)(2 + \log_{21} 3) = 4$$

104 . گزینه سوم

به ازای $x > \frac{3}{2}$ مخرج همواره مثبت است پس :

$$\left((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4\right)\left(x - 3\sqrt{x} + 2\right) > 0$$

$$\underbrace{(\sqrt{x} - 1)}_{+}\underbrace{(\sqrt{x} - 2)}_{-}$$

در $(2,4)$ و در $x > \frac{3}{2}$ یعنی $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ ⇐ پس باید در $(2,4)$

$$(m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4 < 0$$

به ازای $m = 1$ برقرار است :

$$m = 1 \Rightarrow -4x + 4 < 0 \Rightarrow x > 1$$

105 . گزینه دوم

$$\tan\alpha = \frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{8}{15}$$

$$sin\alpha = \frac{2tan\frac{\alpha}{2}}{1+tan^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{16}} = \frac{8}{17}$$

$$cos\alpha = \sqrt{1-sin^2\alpha} = \frac{15}{17}$$

$$\frac{tan\alpha - sin\alpha}{sin\alpha - cos\alpha} = \frac{\frac{8}{15}-\frac{8}{17}}{\frac{8}{17}-\frac{15}{17}} = \frac{\frac{8\times 17 - 8\times 15}{15\times 17}}{\frac{8-15}{17}} =$$

$$\frac{\frac{8(17-15)}{15}}{8-15} = -\frac{16}{105}$$

106 . گزینه اول

$$4sin\alpha(1-2sin^2\alpha) + 2sin\alpha = 6sin\alpha - 8sin^3\alpha =$$

$$2(3sin\alpha - 4sin^3\alpha) = 2sin3\alpha = 2sin\frac{41\pi}{3} =$$

$$2sin\left(14\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -2\times\frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$$

107 . گزینه چهارم

$$(1+cos2\alpha)(1+cos4\alpha)(1+cos8\alpha) = \frac{1}{8}$$

$$2cos^2\alpha \times 2cos^2 2\alpha \times 2cos^2 4\alpha = \frac{1}{8}$$

$$cos\alpha\, cos2\alpha\, cos4\alpha = \frac{1}{8}$$

$$\frac{sin\alpha\, cos\alpha\, cos2\alpha\, cos4\alpha}{sin\alpha} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{\frac{1}{8}sin8\alpha}{sin\alpha} = \frac{1}{8} \Rightarrow sin8\alpha = sin\alpha$$

$$\begin{cases}8\alpha = 2k\pi + \alpha \\ 8\alpha = 2k\pi + \pi - \alpha\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\alpha = \frac{2k\pi}{7} \Rightarrow max = \frac{6\pi}{7} \\ \alpha = \frac{(2k+1)\pi}{9} \Rightarrow max = \frac{8\pi}{9}\end{cases} \Rightarrow max = \frac{8\pi}{9}$$

108 . گزینه سوم

$$ax^2 + bx + c = (2ax + b)\left(\frac{x}{2} + 1\right) - 2 \Rightarrow$$

$$b = 2a + \frac{b}{2} \Rightarrow b = 4a$$

$$b - 2 = c \Rightarrow c = 4a - 2$$

$$a = 1 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow c = 2 \qquad min(a + b + c) = 7$$

109 . گزینه اول

$$a_{100} = \frac{1}{a_{99}} + 1 \Rightarrow a_{99} = \frac{1}{a_{100} - 1}$$

$$a_{99} = \frac{1}{a_{98}} + 1 \Rightarrow a_{98} = \frac{1}{a_{99} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{k}{m} - 1} - 1} = \frac{\frac{k}{m} - 1}{2 - \frac{k}{m}} = \frac{k - m}{2m - k}$$

110 . گزینه اول

$$a_0 = 1\ , \quad a_1 = 4\ , \quad a_2 = 1 + a\ , \quad a_3 = 2\ , \quad a_4 = 2$$

$$a_5 = 1 + 5\ , \quad a_6 = 4\ , \quad a_7 = 0\ , \quad a_8 = 2 + a\ , \quad a_9 = 8$$

جمع $= 25 + 3aa = 19 \Rightarrow a = -2$

$$a_2 + a_5 + \ldots\ldots + a_{29} =$$

$$-1 - 1 + 0 + 0 + \ldots\ldots + 0 = -2$$

111 . گزینه چهارم

تابع 2^x صعودی و 2^{-x} نزولی است و -2^{-x} صعودی و در نتیجه $y = 2^x - 2^{-x}$ صعودی است.

$$cos^2x = 0 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}$$

$$cos^2x = 1 \Rightarrow y = 2^2 - 2^{-2} = \frac{15}{4}$$

$$b - a = \frac{15}{4} + \frac{6}{4} = \frac{21}{4}$$

112 . گزینه اول

$x = 0 \Rightarrow$ عدد لگاریتم $= \frac{1}{6}$ ص $\Rightarrow \cancel{3}$

$x = -4 \Rightarrow \frac{1}{6+2-4} > 0 \Rightarrow$ گزینه ۱

113 . گزینه سوم

$$y = \sqrt{4 - x} + k$$

باید در $\left| \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right.$ $y = \sqrt{4 - (x - k + 2)} + k$ صدق کند

$$k = 0$$

$$y = \sqrt{2 - x} - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

114 . گزینه سوم

$f(x)$ در $x = \pm 1$ مشتق ناپذیراست

و fog وقتی $g(x) = \pm 1$ مشتق ناپذیر است

$$g(x) = -1 \Rightarrow 1 - x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

115 . گزینه دوم

$$9^{\log_3 x} = x^{\log_3 9} = x^2 \Rightarrow x > 0$$

116 . گزینه چهارم

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\tan^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-1\right)}{\left(1-\cos\sqrt{2x}\right)^n} = a$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\left(\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}\right)^2}{\left(\frac{\left(\sqrt{2x}\right)^2}{2}\right)^n} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\left(1-\left(1-\frac{1}{2}x^2\right)\right)^2}{x^n} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{4}x^4}{x^n} = \frac{1}{4}$$

$$n = 4\,, \quad a = \frac{1}{4} \Rightarrow a + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

117 . گزینه اول

$$\text{حد} = \frac{-10-\varepsilon+\left[\frac{3}{\frac{1}{4}+\varepsilon+\varepsilon^2}\right]}{16\left(-\frac{1}{2}-\varepsilon\right)-\left[\frac{-2}{\frac{1}{4}+\varepsilon+\varepsilon^2}\right]} = \frac{-10+11}{-8-\varepsilon+8} = -\infty$$

118 . گزینه چهارم

$$\frac{-8x^3+6x^2+2}{-8x^3+6x+2} = \frac{(x-1)(-8x^2-2x-2)}{-2(x-1)(2x+1)^2}$$

119 . گزینه دوم

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt[50]{a^{2\times\frac{50\times 51}{2}} \times x^{51\times 50}}}{a^{49}\,x^k} = -1$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{|\,a^{51}\,x^{51}|}{a^{49}\,x^{k}} = -1$$

$$a = 1 \ , \ \ k = 51$$

120 . گزینه سوم

باید به ازای $x = 0$ صورت صفر شود :

$$1 + a(0) + b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2 \Rightarrow \lim_{x\to 0^-} \frac{-6\cos^3 2x\,\sin 2x + 2ax}{x} = 2$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{-12x + 2ax}{x} = 2 \Rightarrow a = 7 \qquad a + b = 6$$

121 . گزینه سوم

$$f(x) = |\sin 2x| + 1 \qquad A'\left|\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right.$$

$$x \longrightarrow 0^+ \Rightarrow f'(x) = 2\cos 2x \Rightarrow m = 2 \Rightarrow y - 1 = 2(x - 0)$$

$$x \longrightarrow 0^- \Rightarrow f'(x) = -2\cos 2x \Rightarrow m' = -2 \Rightarrow y - 1 = -2(x - 0)$$

$$y = 2x + 1 = -x \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \qquad A\left|\begin{matrix}-\frac{1}{3}\\ \frac{1}{3}\end{matrix}\right.$$

$$y = -2x + 1 = -x \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1 \qquad B\left|\begin{matrix}1\\-1\end{matrix}\right.$$

$$AB = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{16}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

122 . گزینه دوم

$$f(0)=\frac{3}{2}\ ,\ f(1^-)=+\infty$$
$$f(1^+)=-\infty\ ,\ f(+\infty)=+\infty$$

تابع در $(1,\infty)$ و $(0,1)$ صعودی است .

123 . گزینه چهارم

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^3-8)-3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2}=0$$
$$x^3(4x^3-32-3x^3)=0 \Rightarrow x=0\ ,\sqrt[3]{32}$$

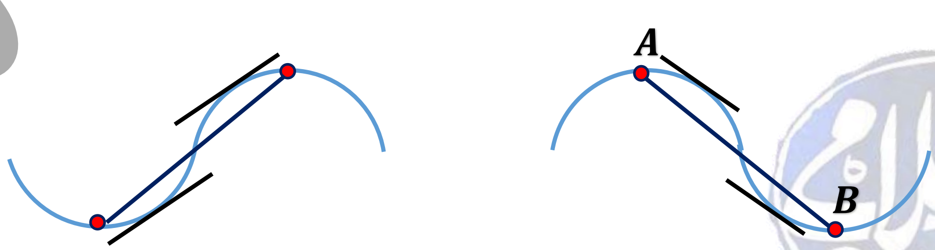
x	$-\infty$	0	2	$\sqrt[3]{32}$	$+\infty$
y'	+	−	−	+	
y	↗	↘	↘	↗	

در $(0,2) \Leftarrow 2 =$ طول

در $\left(2,2\sqrt[3]{4}\right) \Leftarrow 2\left(\sqrt[3]{4}-1\right) =$ طول

124 . گزینه سوم

اگر نمودار درجه 3 دو اکسترمم داشته باشد :



دو نقطه وجود دارد که مماس درآن ها موازی AB است.