

حل تشریحی آزمون ۱۴۰۰ درس ریاضی رشته انسانی - دفتر A

$$- ۱۰۱ \quad \text{تابع سود} = R(m) - C(m) = -\frac{1}{4}m^2 + 8m - 4m - b$$

$$\Rightarrow P(m) = -\frac{1}{4}m^2 + 4m - b$$

نقطه سر به سر از حل معادله $P(m) = 0$ بدست می آید.

فاصله ۲ نقطه سر به سر یعنی تفاضل جوابات معادله $-\frac{1}{4}m^2 + 4m - b = 0$

که از رابطه $|m_1 - m_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ بدست می آید پس:

$$|m_1 - m_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{16 - 4(-\frac{1}{4})(-b)}}{|-\frac{1}{4}|} = \frac{\sqrt{16 - b}}{\frac{1}{4}} \quad \xrightarrow{\text{طبق عرض سوال}}$$

$$\frac{\sqrt{16 - b}}{\frac{1}{4}} = 12 \Rightarrow \sqrt{16 - b} = 3 \Rightarrow 16 - b = 9 \Rightarrow b = 7$$

$$- ۱۰۲ \quad \frac{(2x - 2 + x)(2x + 2 - x)}{x + 2} - \frac{7}{x} = 2 \Rightarrow 3x - 2 - \frac{7}{x} = 2 \quad \times x$$

$$3x^2 - 2x - 7 = 2x \Rightarrow 3x^2 - 4x - 7 = 0 \quad \text{مجموع جوابات} = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{3} = \frac{4}{3}$$

۱۰۳ - سوال میانگین عضوهای برد تابع f را خواسته است، بردها را این تابع طبق ضابطه ران

از ضرب دامنه ها در $-\frac{1}{4}$ و جمع با ۴ بدست می آید $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$

ابتدا میانگین دامنه ها را محاسبه می کنیم.

$$\bar{x} = \frac{-99 - 98 - 101 + 0 + 1 + 2 + \dots + 99 + 100}{200} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$$

$$\text{میانگین بردها} = -\frac{1}{4}(\bar{x}) + 4 = -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right) + 4 = 4 - \frac{1}{8} = 3,75$$

سرخوش محمدزاده

سرخوش محمدزاده

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \Rightarrow |x| = -x$$

سوال ۱۰۴ -

$$y = [-2x + |x|] + x = [-2x - x] + x = [-3x] + x = 1 + x$$

توضیح:

$$\text{اگر } -\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \Rightarrow 1 < -3x < 2 \Rightarrow [-3x] = 1$$

سوال ۱۰۵

$$\frac{\alpha x^3 + 2x}{x+1} = \frac{x^2 - x}{1} \xrightarrow{\text{طرفین در مخرج ضرب}} \alpha x^3 + 2x = x^2 - x \Rightarrow$$

$$(\alpha - 1)x^3 + 3x = 0 \Rightarrow x((\alpha - 1)x^2 + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ جواب} \\ (\alpha - 1)x^2 + 3 = 0 \end{cases}$$

باید معادله $(\alpha - 1)x^2 + 3 = 0$ دو جواب حقیقی متبذ داشته باشد:

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow -4(\alpha - 1)(3) > 0 \Rightarrow \alpha - 1 < 0 \Rightarrow \alpha < 1$$

سوال ۱۰۶ - ابتدا معادله های $y = f(x)$ و $y = g(x)$ را محاسبه می کنیم.

$$\text{معادله } y = g(x) \text{ (تابع اول): } y - 0 = -1(x - 1) \Rightarrow y = -x + 1$$

$$\text{معادله } y = f(x) \text{ (تابع دوم): } y = \alpha(x - h)^2 + k \Rightarrow y = \alpha(x - 1)^2 + 1 \xrightarrow{(0,0)}$$

$$0 = \alpha(0 - 1)^2 + 1 \Rightarrow \alpha = -1$$

$$y = -(x - 1)^2 + 1$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow -(x - 1)^2 + 1 = (-x + 1) \Rightarrow (x - 1)^2 = 1 \Rightarrow x - 1 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع جوابها} = 2 + 0 = 2$$

سوال ۱۰۷ - اعضای تابع f را می نویسیم:

$$f = \{(0,0), (1,1), (2,4)\} \cup \{(0,0), (0,1), (0,2), (1,1), (1,2), (1,3), (2,0), (2,3), (2,4)\}$$

$$= \{(0,0), (1,1), (2,4), (0,2), (1,2), (1,3), (2,0), (2,3)\}$$

مجموعه f دارای ۹ عضو است. اما در صورت سوال f را تابع معرفی کرده در صورتی که f تابع نیست پس صورت سوال غلط می باشد.

سوال ۱۰۸ -
 $F(n) = a\left(\frac{1}{r}\right)^n + b \xrightarrow{F(-1)=0} a\left(\frac{1}{r}\right)^{-1} + b = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -2a} \text{ ①}$

$F(0) = 2 \xrightarrow{\text{رابطه ①}} a\left(\frac{1}{r}\right)^0 + b = 2 \Rightarrow a + b = 2 \xrightarrow{\text{رابطه ①}} a - 2a = 2 \Rightarrow \boxed{a = -2}$

$\boxed{b = +4}$
 $F(1) = a\left(\frac{1}{r}\right)^1 + b = -2\left(\frac{1}{r}\right) + 4 = \boxed{3}$

سوال ۱۰۹ -
 $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{256}$
 $= 3$

ابتدا مجموع توان بالا را محاسبه می‌کنیم می‌توانیم از مجموع جملات دنباله هندسی استفاده کنیم یا

مجموع ضرایب را مستقیم محاسبه کنیم

$\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}, \frac{1}{256}$

$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{\frac{1}{8}(1-(\frac{1}{2})^7)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{8}(1-\frac{1}{128})}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{127}{128} \right) = \frac{127}{256}$

جواب سوال = $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256} = \boxed{3}$

سوال ۱۱۰ - جملات اول، سوم و پنجم متساوی الفاصله $x - \frac{r}{2}, y, z, 8x$

اندیس:

$x^2 = 4m(n - \frac{r}{2}) \Rightarrow x^2 = 4m^2 - 2mr \Rightarrow 4m^2 - 2mr = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=0 \\ n=2 \end{cases}$ ✓

پس جملات دنباله عبارتند از:

$\left(x - \frac{r}{2}\right), y, 2, z, 8 \Rightarrow \frac{1}{2}, y, 2, z, 8$

$\Rightarrow y^2 = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \Rightarrow \boxed{y = \pm 1}$, $z^2 = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow \boxed{z = \pm 4}$

$|x| + |y| + |z| = 2 + 1 + 4 = \boxed{7}$ سرخوش محمدزاده

سوال ۱۱۱ - $S_{10} = -24 \Rightarrow \frac{1}{2} [2a_1 + 9d] = -24 \Rightarrow 10a_1 + 45d = -24$ (*)

$\frac{a_{15}}{a_4} = 2 \Rightarrow a_{15} = 2a_4 \Rightarrow a_1 + 14d = 2(a_1 + 3d) \rightarrow 5a_1 + 14d = 0$

$\Rightarrow a_1 = -\frac{14}{5}d$ (*) $\Rightarrow 10(-\frac{14d}{5}) + 45d = -24 \Rightarrow d = -2$

$a_1 = -\frac{14}{5}(-2) = \frac{28}{5}$

$a_{11} = a_1 + 10d = \frac{28}{5} - 20 = -\frac{72}{5}$
 $= -20 + 4,8 = -15,2$

سوال ۱۱۲ -

$a_{14} = \frac{1597}{987} \Rightarrow a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1 \Rightarrow a_{14} = \frac{1}{a_{15}} + 1 \rightarrow a_{15} = \frac{1}{a_{14} - 1} = \frac{1}{\frac{1597}{987} - 1}$

$= \frac{1}{\frac{410}{987}} = \frac{987}{410}$

$a_{15} = \frac{1}{a_{14}} + 1 \Rightarrow a_{14} = \frac{1}{a_{15} - 1}$

$\Rightarrow a_{14} = \frac{1}{\frac{987}{410} - 1} = \frac{1}{\frac{277}{410}} = \frac{410}{277}$

سوال ۱۱۳ - تشکیل جدول ارزشی برای تزیین ها و صورت سوال ، طولانی است . سوال را بصورت زیر تحلیل می کنیم :

اگر گزاره ۱ درست باشد آنگاه گزاره داده شده یعنی $(q \vee r) \Rightarrow (p \vee q)$ همیشه درست است .

حال بررسی می کنیم در کدام تزیین ها با فرض درستی ۱ ، آن تزیین درست خواهد بود

تزیین ۱) اگر ۱ درست باشد آنگاه گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$ همیشه درست است

تزیین ۲) اگر ۱ درست باشد آنگاه گزاره $(p \wedge q) \vee r$ وابسته به گزاره p و r است پس

ارزش این گزاره با گزاره داده شده یکسان نیست لذا جواب تزیین ۲ است

درستی تزیین های ۳ و ۴ هم به همین ترتیب بررسی می شود .

سرخوش محمدزاده

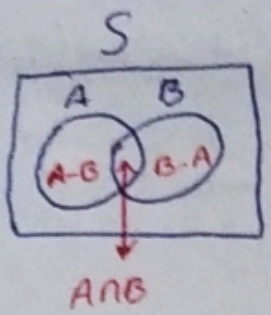
سوال ۱۱۴ - چون گزاره های $p \Rightarrow q$ و $\neg p \Rightarrow \neg q$ هر دو درست هستند لذا باید

گزاره ۹ درست باشد. حال با فرض درستی ۹، درستی گزاره های داده شده را بررسی می کنیم

گزینه ۱ ← اگر ۹ درست باشد آنگاه $\neg p \Rightarrow \neg q$ همواره درست است پس جواب گزینه ۱ صحیح باشد.

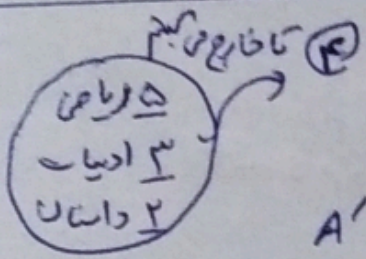
گزینه ۲ ← اگر ۹ درست باشد آنگاه $\neg p \Rightarrow p$ وابسته به ارزش p می باشد لذا نمی تواند جواب باشد.

به همین ترتیب گزینه های ۳ و ۴ را می توان رد کرد.



سوال ۱۱۵ - طبق شکل رسم شده، اگر متمم مجموعه $(A-B) \cup (B-A)$ برابر $(A \cap B)$ باشد آنگاه کل فضای نمونه ای

برابر $A \cup B$ است پس $A \cup B = S$



سوال ۱۱۲ -

این E کتاب ضوابط در دو موضوع ^{مستقلاً} باشد $A =$

\Rightarrow این E کتاب هلی از یک موضوع باشد $A' =$

$A' =$ (هر E تا ریاضی) یا (هر E تا ادبیات) یا (هر E تا داستان)

غیر ممکن غیر ممکن

$\Rightarrow n(A') = \binom{5}{4} = 5$ $n(S) = \binom{10}{4} = 210$

$P(A') = \frac{5}{210} = \frac{1}{42} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{42} = \frac{41}{42}$

سوال ۱۱۷ - گزینه (ع) یعنی مقیاس فاصله ای درست است.

سوال ۱۱۸ - نکته: تقریباً ۹۲ درصد داده‌ها در بازه‌ی $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ قرار دارند
 پس: $s^2 = 36 \Rightarrow s = 6$

$$(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s) = (152 - 2(6), 152 + 2(6)) = (140, 164)$$

سوال ۱۲۹ - طبق فرض سوال، معیار برون یابی خطی در هفته‌ی نهم برابر ۸ کلاس باشد

$$\text{میانگین هفته} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$$\text{میانگین تعداد کالاها} = \frac{1+x+5+y+15+10+12}{7} = \frac{50+x+y}{7}$$

$$(9, 8) \text{ نقطه برون یابی} \quad (7, 12) \text{ نقطه استیلا} \quad \left(4, \frac{50+x+y}{7}\right) \text{ نقطه میانگین}$$

می‌توانیم حوا را به کمک معادله برون یابی و یا سبب تقاطع محاسبه کنیم.

سبب خطی که از نقطه برون یابی و نقطه استیلا می‌گذرد = سبب خطی که از نقطه میانگین و نقطه استیلا می‌گذرد

$$\frac{\frac{50+x+y}{7} - 12}{4-7} = \frac{12-8}{7-9} \Rightarrow \frac{\frac{50+x+y}{7} - 12}{-3} = -2$$

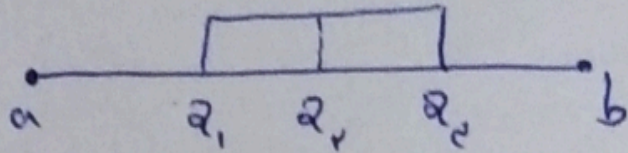
$$\Rightarrow \frac{50+x+y}{7} = 12+6 = 18 \Rightarrow 50+x+y = 126 \Rightarrow \boxed{x+y = 76}$$

سرخوش محمدزاده

سوال ۱۱۹ - ادبیات سوال ۱۱۹ استنباه است. بسیل رات ویب یاره ظا
هتندہ نیبراین جلمی ((اختلاف چارک اول با بسیل ها ۳۸ و ۲۸ است))

از نظر منطقی بی معنی است. ممکن است منظور طراح سوال ((اختلاف
چارک اول با دورترین نقطه از بسیل ها باشد)) که در این صورت
حل سوال به صورت زیر است

$$Q_3 - Q_1 = 25$$



$$\textcircled{1} \begin{cases} Q_1 - \alpha = 38 \\ b - Q_1 = 24 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} Q_1 - \alpha = 24 \\ b - Q_1 = 38 \end{cases}, \alpha = 3$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow Q_1 - \alpha = 38 \Rightarrow Q_1 - 3 = 38 \Rightarrow Q_1 = 41$$

$$Q_3 - Q_1 = 25 \Rightarrow Q_3 - 41 = 25 \Rightarrow \boxed{Q_3 = 66}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow Q_1 - \alpha = 24 \Rightarrow Q_1 = 24 + 3 = 27$$

$$Q_3 - Q_1 = 25 \Rightarrow Q_3 = 27 + 25 = 52 \Rightarrow \boxed{Q_3 = 52}$$

$$\text{مجموع مقادیر ممکن برای } Q_3 = 66 + 52 = 118$$

سرخوش محمدزاده