سراسری خارج از کشور ریاضی - ۱۴۰۰

۱۰۱ - گزینه «۱»

می‌دانیم $\log_y x = \frac{1}{\log_x y}$ است، پس تساوی داده شده به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{1}{\log_c a} + \frac{1}{\log_c b} = \frac{\log_c a + \log_c b}{\log_c a \cdot \log_c b} = \frac{\log_c ab}{\log_c a \cdot \log_c b} = 1$$

$$\Rightarrow \log_c a \cdot \log_c b = \log_c (ab)$$

---

۱۰۲ - گزینه «۳»

$$4^x + 15 = 2^{(x+3)} = 2^3 \times 2^x = 8 \times 2^x$$

$$\Rightarrow 4^x - 8 \times 2^x + 15 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 8 \times 2^x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x - 5)(2^x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 5 \Rightarrow x_1 = \log_2 5 \\ 2^x = 3 \Rightarrow x_2 = \log_2 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ مجموع جواب‌ها: $x_1 + x_2 = \log_2 5 + \log_2 3 = \log_2 15$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۰۳- گزینه «۳»

معادله را با تجزیه و استفاده از اتحاد به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sqrt{x+\sqrt{-(x^2-5)(x-4)}}+\sqrt{x^2+\sqrt{-(x-2)(x-4)}}=x+2$$

حال دامنهٔ متغیر x را به دست می‌آوریم:

$$-(x^2-5)(x-4)=-(x-5)(x+5)(x-4)\geq 0$$

$$\Rightarrow x\in(-\infty,-5]\cup[4,5] \qquad (1)$$

$$-(x-2)(x-4)\geq 0 \Rightarrow x\in[2,4] \qquad (2)$$

$$x+2\geq 0 \Rightarrow x\in[-2,+\infty) \qquad (3)$$

اشتراک مجموعه‌های (۱)، (۲) و (۳) فقط $x=4$ است. تساوی داشته برای $x=4$ برقرار است، بنابراین معادله فقط یک جواب دارد.

۱۰۴- گزینه «۲ و ۳»

عبارت مورد نظر را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{((m^2-1)x^2-4m+4)(2x-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-4)}\geq 0$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

حال بدون توجه گرفتن عبارت $(m^2-1)x^2-4mx+4$ تعیین علامت عبارت به صورت زیر است:

x		0		1		$\frac{3}{2}$		4	
علامت			$-$	تن	$+$	0	$-$	تن	$+$

حال به ازای مقادیر گفته شده برای m جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

x		0		$\frac{3}{5}$		1		$\frac{3}{2}$		4	
$m=-1$			$-$		$-$		$+$		$-$		$+$
$m=\frac{1}{3}$			$-$		$-$		$+$		$+$		$-$
$m=1$			$-$		$-$		$-$		$+$		$-$
$m=\frac{7}{3}$			$-$		$+$		$-$		$-$		$+$

به ازای $m=\frac{1}{3}$ و $m=1$ مجموعه جواب این نامعادله به ترتیب $(1,4)$ و $[\frac{3}{2},4)$ است. بنابراین گزینه‌های «۲» و «۳» هر دو درست اند. اگر نامعادله به صورت >0 باشد، حالت $m=\frac{1}{3}$ قابل قبول نیست، زیرا مجموعه جواب $(1,\frac{3}{2})\cup(\frac{3}{2},4)$ خواهد شد که بازه نیست.

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۰۵ـ گزینه «۴»

$$\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}+\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+1-\cos^2\theta}{\sin\theta(1-\cos\theta)}=\frac{2\sin^2\theta}{\sin\theta(1-\cos\theta)}$$

$$=\frac{2\sin\theta}{1-\cos\theta}=\frac{4\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\cos^2\frac{\theta}{2}}=2\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

۱۰۶ـ گزینه «۲»

$$2\sin x\cos 2x+\sin x=1$$

$$\Rightarrow 2\sin x(1-2\sin^2 x)+\sin x=3\sin x-4\sin^3 x=1$$

$$\Rightarrow \sin 3x=1\Rightarrow 3x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{4k+1}{6}\pi$$

جواب‌های بازهٔ $[0,2\pi]$ عبارت‌اند از $\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$ و $\frac{9\pi}{6}$ که مجموع آن‌ها برابر $\frac{5\pi}{2}$ است.

---

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۰۷- گزینه «۴»

$$(1+\cos\alpha)(1+\cos 2\alpha)(1+\cos 4\alpha) = \frac{\sin^2 4\alpha}{8\sin^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{8}$$

$$\xrightarrow{\sin\frac{\alpha}{2}\neq 0} \sin^2 4\alpha = \sin^2\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \sin 4\alpha = \sin\left(\pm\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4\alpha = 2k\pi \pm \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{4k\pi}{7} \text{ یا } \frac{4k\pi}{9} \\ 4\alpha = 2k\pi + \pi \pm \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{4k+1}{7}\pi \text{ یا } \frac{4k+1}{9}\pi \end{cases}$$

جواب‌های بازه $[0,2\pi]$ عبارت‌اند از: $\frac{4\pi}{7}$، $\frac{8\pi}{7}$، $\frac{12\pi}{7}$، $\frac{4\pi}{9}$، $\frac{8\pi}{9}$، $\frac{12\pi}{9}$، $\frac{16\pi}{9}$، $\frac{\pi}{7}$، $\frac{5\pi}{7}$، $\frac{9\pi}{7}$، $\frac{13\pi}{7}$، $\frac{\pi}{9}$، $\frac{5\pi}{9}$، $\frac{13\pi}{9}$

و $\frac{17\pi}{9}$ که ۱۵ تا است.

۱۰۸- گزینه «۴»

قضیه تقسیم را برای تقسیم $P(x)$ بر x^2+2x می‌نویسیم:

$$P(x) = x(x+2)Q(x) + 3x+1$$

از طرفین تساوی بالا مشتق می‌گیریم:

$$P'(x) = (x+2)Q(x) + xQ(x) + x(x+2)Q'(x) + 3$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

حال $x=-2$ را جایگزاری می‌کنیم:

$$P'(-2) = 0 + (-2)Q(-2) + 0 + 3$$

$$= -2(3) + 3 = -3$$

این مقدار همان باقی‌مانده $P'(x)$ بر $x+2$ است.

۱۰۹ـ گزینه ۲

چند جمله‌ای اول دنباله را می‌نویسیم:

$$a_n : -1, 3, \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{7}, \frac{11}{9}, \dots$$

$$\Rightarrow a_n = \begin{cases} -1 & ; n=1 \\ \dfrac{2n-1}{2n-3} & ; n \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{100} = (-1) \times 3 \times \frac{5}{3} \times \dots \times \frac{197}{195} \times \frac{199}{197}$$

$$= (-1) \times 199 = -199$$

---

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۱۰ - گزینهٔ «۲»

مجموع جملات a_0 تا a_9 را برابر ۱۹ قرار می‌دهیم :

$$a_0+a_1+\dots+a_9=(a_0+a_3+a_6+a_9)+(a_1+a_4+a_7)+(a_2+a_5+a_8)$$

$$=(2^0+2^1+2^2+2^3)+(4+2+0)+(1+a+1+a+2+a)$$

$$=25+3a=19 \Rightarrow a=-2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_{30}=2^{10}=1024 \\ a_{29}=\left[\frac{29}{9+2}\right]-2=2-2=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{میانگین جملات ۲۹ و ۳۰} = \frac{a_{29}+a_{30}}{2}=\frac{2^{10}}{2}=2^9=512$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۱۱ - گزینه ۳

ابتدا حدود تغییرات تابع $y = -\sqrt{5\sin^2 x - 1}$ را می‌یابیم:

$$0 \le \sin^2 x \le 1 \Rightarrow -1 \le 5\sin^2 x - 1 \le 4$$

$$\Rightarrow 0 \le \sqrt{5\sin^2 x - 1} \le 2 \Rightarrow -2 \le -\sqrt{5\sin^2 x - 1} \le 0$$

$$\Rightarrow 2^{-2} \le 2^{-\sqrt{5\sin^2 x - 1}} \le 2^0 \Rightarrow R_f = [\tfrac{1}{4}, 1]$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{5}{4}$$

---

۱۱۲ - گزینه ۲

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \log_{2^{-1}} \left(12 + \sqrt{[x]} - [x]\right)^{-1} - 1$$

$$= \log_2 \left(12 + \sqrt{[x]} - [x]\right) - 1$$

$$= \log_2 \left(\frac{49}{4} - \left(\sqrt{[x]} - \frac{1}{2}\right)^2\right) - 1$$

در نوشتن ضابطه اخیر، از تغییر متغیر $t = \sqrt{[x]}$ استفاده کرده‌ایم و عبارت درجه دوم حاصل را به صورت مربع کامل نوشته‌ایم:

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

حال داریم :

$$\log_2 3 < f(x) < \log_2 5 \Rightarrow \log_2 3 < \log_2\left(\frac{49}{4} - \left(\sqrt{[x]} - \frac{1}{2}\right)^2\right) - 1 < \log_2 5$$

$$\Rightarrow 6 < \frac{49}{4} - \left(\sqrt{[x]} - \frac{1}{2}\right)^2 < 10$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} < \left(\sqrt{[x]} - \frac{1}{2}\right)^2 < \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} < \sqrt{[x]} - \frac{1}{2} < \frac{5}{2} \Rightarrow 2 < \sqrt{[x]} < 3$$

$$\Rightarrow 4 < [x] < 9 \Rightarrow 5 \leq x < 9$$

یعنی دامنه تابع بازه $[5, 9)$ بوده است.

---

۱۱۳ - گزینه «۳» -

منحنی اولیه را k واحد در راستای قائم جابه‌جا می‌کنیم و نمودار تابع $y = \sqrt{\sqrt{x} + 3} + k$ حاصل می‌شود. اگر این نمودار، نمودار وارون خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند، یعنی خط $y = x$ را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کرده است، پس نقطه تقاطع به صورت $(1, 1)$ است که مختصات این نقطه در ضابطه جدید صدق می‌کند:

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

$$\xrightarrow[y=1]{x=1} 1 = \sqrt{\sqrt{1}+3}+k = 4+k \Rightarrow k=-1$$

پس ضابطهٔ تابع مورد نظر $y=\sqrt{\sqrt{x}+3}-1$ است. حال داریم:

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x\text{ها}} y=-\sqrt{\sqrt{x}+3}+1$$

$$\xrightarrow{\text{۴ واحد به سمت چپ}} y=1-\sqrt{\sqrt{x+4}+3}$$

مختصات نقطهٔ $(0,1-\sqrt{5})$ در ضابطهٔ این تابع صدق می‌کند.

۱۱۴ـ گزینهٔ «۴»

ضابطه‌ی $f\circ g$ و $g\circ f$ را به دست می‌آوریم:

$$f\circ g=\begin{cases}-1 & ; x<-\sqrt{2} \text{ یا } x>\sqrt{2}\\ 1-x^2 & ; -\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}\end{cases}$$

$$g\circ f=\begin{cases}0 & ; x<-1\\ 1-x^2 & ; -1\le x\le 1\\ 0 & ; x>1\end{cases}$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

پس داریم:

$$(g\circ f - f\circ g)(x) = \begin{cases} x^2-1 & ; \quad -\sqrt{2} \le x \le -1 \ \text{یا} \ 1 \le x \le \sqrt{2} \\ 0 & ; \quad \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

بیشترین مقدار این تابع به ازای $x = \pm\sqrt{2}$ و برابر 1 به دست می‌آید.

۱۱۵- گزینه «۳»

اگر تابعی نسبت به خط $x = x_0$ متقارن باشد، رابطه $f(x) = f(x_0 - x)$ برقرار است.

نمودار

پس در اینجا داریم:

$$\begin{cases} f(x) = f(1-x) \\ f(x) = f(3-x) \end{cases} \Rightarrow f(x) = f(3-(1-x)) = f(x+2)$$

بنابراین دوره تناوب تابع $T=2$ است.

۱۱۶- گزینه «۱»

$[x]=0 \Rightarrow$

ابتدا در همسایگی راست $x=0$، حد را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin(\sqrt{1-x^3}-1)}{x^n(1-\cos\sqrt{3x})} = a$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

در محاسبه این حد، نیاز داریم از هم ارزی های زیر استفاده کنیم:

اگر $u \to 0$ $\begin{cases} \sin u \sim u \\ 1-\cos u \sim \dfrac{u^2}{2} \end{cases}$

پس حد به صورت زیر خواهد شد:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-x^3}-1}{x^n \, \frac{3x}{2}} = \frac{2}{3}\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-x^3}-1}{x^{n+1}}$$

$$= \frac{2}{3}\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-x^3}-1}{x^{n+1}} \times \frac{\sqrt{1-x^3}+1}{\sqrt{1-x^3}+1}$$

$$= \frac{2}{3}\lim_{x\to 0^+} \frac{-x^3}{2x^{n+1}} = \frac{-1}{3}\lim_{x\to 0^+} \frac{x^3}{x^{n+1}} = a$$

حاصل حد بالا به ازای مقادیر مختلف n به صورت زیر است:

$$\begin{cases} n<2 \Rightarrow a=0 \Rightarrow a^n=0 \\ n=2 \Rightarrow a=-\frac{1}{3} \Rightarrow a^n=\frac{1}{9} \\ n>2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} \square = -\infty \Rightarrow a^n = \pm\infty \end{cases}$$

پس تعداد گزینه ها را ۱ انتخاب می کنیم.

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۱۷- گزینه «۲»

اگر x از راست به $-\frac{1}{2}$ نزدیک شود، x^2 از چپ به $\frac{1}{4}$ و در نتیجه $\frac{1}{x^2}$ از راست به ۴ نزدیک می‌شود بنابراین $-\frac{2}{x^2}$ از چپ به -8 و $\frac{3}{x^2}$ از راست به ۱۲ نزدیک می‌شود پس داریم:

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \frac{16x-[-\frac{2}{x^2}]}{24x+[\frac{3}{x^2}]} = \lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \frac{16x-(-9)}{24x+12}$$

$$= \lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} \frac{16x+9}{12(2x+1)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۱۱۸- گزینه «۱»

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2+x-4)}{(x-a)(2x-1)^2}$$

با توجه به اینکه درجهٔ عبارت در صورت و مخرج برابر هستند، نمودار تابع تقریباً یک مجانب افقی دارد:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^3}{4x^3} = \frac{1}{4}$$

پس باید فقط یک مجانب قائم داشته باشد، یعنی یکی از ریشه‌های مخرج، ریشهٔ صورت نیز باشد.

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

ریشه‌های صورت ۱، $\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$ و $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ و ریشه‌های مخرج نیز $\frac{1}{2}$ و a هستند. بنابراین برای اینکه صورت و مخرج ریشه مشترک داشته باشند، a باید برابر ۱، $\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$ یا $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ باشد. از طرفی اگر $a=\frac{1}{2}$ باشد، عبارت مخرج فقط یک ریشه دارد و شرط مسئله برقرار است:

$$\Rightarrow \text{مجموع مقادیر } a = \frac{1}{2}+1+\frac{-1+\sqrt{17}}{2}+\frac{-1-\sqrt{17}}{2}=\frac{1}{2}$$

۱۱۹- گزینه «۲»

$$f(x)=\lim_{n\to+\infty}(\sin^2 x)^n$$

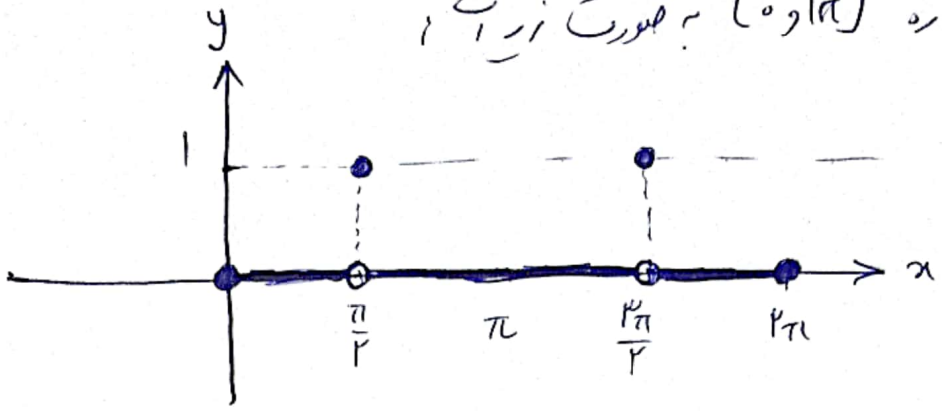
می‌دانیم $0\le \sin^2(x)\le 1$ است، پس در نقاطی که $\sin x\in[0,1)$ قرار دارد، حاصل صفر برابر صفر است؛ زیرا اعداد بازه $(0,1)$ را هر چه به توان برسانیم کوچک و کوچک‌تر می‌شود. در نقاطی که $\sin x=1$ است، حاصل صفر برابر است، پس ضابطه f به صورت زیر است:

$$f(x)=\begin{cases}1 & ; x=k\pi+\frac{\pi}{2}\\ 0 & ; x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

نمودار تابع در بازهٔ $[0,2\pi]$ به صورت زیر است:



واضح است که تابع در $x=\frac{\pi}{2}$ و $x=\frac{3\pi}{2}$ ناپیوسته است. اما چون در تعاریف نظام صدر و ابتدا و انتهای دامنه نیز جزو نقاط ناپیوستگی است، این تابع در بازهٔ $[0,2\pi]$ در ۴ نقطه ناپیوسته است.

۱۲۰- گزینهٔ ۳.

$$f'(x) = 2x\,n\cos x^2 \sin^{n-1} x^2$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{f(x)f'(x)}{(1-\cos x)^m} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin^n x^2\,(2nx\cos x^2 \sin^{n-1} x^2)}{(1-\cos x)^m}$$

با استفاده از هم ارزی گفته شده در سؤال ۱۱۶ داریم:

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(x^2)^n\,(2nx\,(x^2)^{n-1})}{\left(\frac{x^2}{2}\right)^m} = \lim_{x\to 0} n\,2^{m+1}\,\cancel{2}x^{4n-2m-1} = 32\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4n-2m-1=0 \Rightarrow n=\frac{2m+1}{4} \quad (*) \\ n\,2^{m+1} = 32\sqrt{2} \end{cases}$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

$$\Rightarrow \left(\frac{2m+1}{4}\right) 2^{m+1} = 32\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \left(m+\frac{1}{2}\right) 2^{m} = 32\sqrt{2}$$

به ازای $m=\frac{7}{2}$ تساوی بالا برقرار می‌شود.

$$\Rightarrow n=2$$

$$\Rightarrow 2m+n=9$$

۱۲۱ـ گزینه «۴»

تابع f اکیداً صعودی است، پس محل تقاطع آن با f^{-1} روی خط $y=x$ قرار دارد:

$$f(x)=x \Rightarrow \sqrt{x}+2=x \Rightarrow x-\sqrt{x}-2=0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)=0 \xrightarrow{\sqrt{x}\geq 0} \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$$

پس محل تلاقی f و f^{-1} نقطه $(4,4)$ است:

$$\begin{cases} f(x)=\sqrt{x}+2 \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow m=f'(4)=\frac{1}{4} \\ f^{-1}(x)=(x-2)^2 \Rightarrow (f^{-1}(x))'=2(x-2) \Rightarrow m'=(f^{-1}(4))'=4 \end{cases}$$

زاویهٔ بین دو خط با شیب‌های m و m' از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\tan\alpha=\left|\frac{m-m'}{1+mm'}\right|=\left|\frac{4-\frac{1}{4}}{1+1}\right|=\frac{15}{8}$$

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

با استفاده از اتحاد $\sin 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ داریم:

$$\sin 2\alpha = \frac{2\left(\frac{15}{8}\right)}{1+\left(\frac{15}{8}\right)^2} = \frac{\frac{15}{4}}{1+\frac{225}{64}} = \frac{240}{289}$$

۱۲۲ـ گزینه «۱»

ضابطهٔ f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 3\sqrt[3]{x} - x & ; x<0 \\ 3\sqrt[3]{x} + x & ; x\geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - 1 & ; x<0 \\ \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1 & ; x>0 \end{cases}$$

روی بازهٔ $(0,+\infty)$، مشتق تابع همواره مثبت بنابراین تابع اکیداً صعودی است. حال برای مقادیر $x<0$ داریم:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \geq 1 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} \leq 1$$

$$\Rightarrow x^2 \leq 1 \xrightarrow{x<0} -1 \leq x < 0$$

دقت کنید که $\lim\limits_{x\to 0} f'(x) = +\infty$ است، بنابراین بازهٔ مورد نظر $[-1,+\infty)$ است.

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۲۳ - گزینه «۳»

f' باید منفی باشد.

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-2)-2x(x^4-3)}{(x^2-2)^2}=\frac{2x^5-8x^3+6x}{(x^2-2)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{2x(x^2-1)(x^2-3)}{(x^2-2)^2}$$

جدول تغییرات رفتار تابع را در بازهٔ $(-2,2)$ می‌نویسیم:

x	-2		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$		2
f'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
f		↘		↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗		↘		↗		↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘		↗	

پس نمودار تابع روی بازه‌های $(-2,-\sqrt{3})$، $(-1,0)$، $(1,\sqrt{2})$ و $(\sqrt{2},\sqrt{3})$ اکیداً نزولی است.

www.kanoon.ir

Scanned with CamScanner

۱۲۴ - گزینه ۱ .

$$f'(x) = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0 \text{ یا } \pm\sqrt{3}$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12 \xrightarrow{f''(x)=0} x = \pm 1$$

جدول تغییرات رفتار f را می‌نویسیم :

x		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$	
f''	+	0	+	0	−		−	0	+		+
f'	−	0	+		+	0	−		−	0	+
f	↘	-4 min	↗	0 عطف	↗	5 max	↘	0 عطف	↘	-4 min	↗

نقاط $A(-\sqrt{3}, -4)$ و $B(\sqrt{3}, -4)$ مینیمم نسبی و نقاط $C(-1, 0)$ و $D(1, 0)$ عطف نمودار تابع هستند. پس هر دو پاره خط AB و CD برابر و موازی، بنابراین موازی هستند و زاویه بین آن‌ها صفر است.