

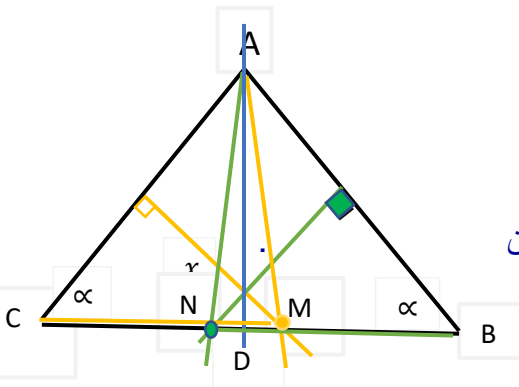
پاسخ سوالات هنسه کنکور خارج رشته ریاضی فیزیک ۱۴۰۱

تعداد سوال ۱۲

۱۳۰- در مثلث متساوی الساقین  $ABC$   $\hat{A} = 80^\circ$  عمود منصف دو ساق مثلث قاعده  $BC$  را در نقطه  $N, M$  قطع می کند اندازه کوچکترین زاویه مثلث  $AMN$  چند درجه است

15( 20(2 25(3 30(4

حل : گزینه ۲



$$\hat{C} = \hat{B} = \alpha = \frac{180-80}{2} = 50$$

نقطه  $M$  و  $N$  روی عمود منصف  $AC, AB$  پس

$$AN = NB \xrightarrow{\triangle ANB} \hat{B} = \hat{NAB} = \alpha = 50 \xrightarrow{\text{به دلیل مشابه}} \hat{C} = \hat{MAC} = 50$$

در هر مثلث عمود منصف های اضلاع همرسند پس  $AD$  عمود منصف  $BC$  می باشد

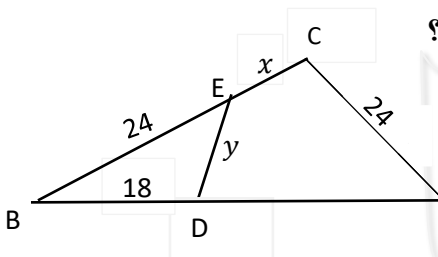
می دانیم در مثلث متساوی الساقین عمود منصف و نیمساز وارد بر قاعده بر هم منطبقند پس  $AD$  نیمساز  $\hat{A}$  نیز است

$$\hat{A} \text{ نیمساز } AD \Rightarrow \hat{DAB} = \hat{DAC} = \frac{80}{2} = 40 \text{ درجه}$$

$$\hat{NAD} = \hat{NAB} - \hat{DAB} = \hat{NAD} = 50 - 40 = 10$$

دو مثلث  $ABN, AMC$  به حالت ض ض ض همنهشت هستند پس

$$AN = AM \xrightarrow{\triangle ANB} \hat{MAD} = \hat{NAD} = 10 \Rightarrow \hat{MAN} = 2(\hat{NAD}) = 2(10) = 20$$



۱۳۱- در شکل زیر ،  $AB = 48$  ،  $\hat{ECA} = \hat{BDE}$  است . مقدار  $\frac{x}{y}$  کدام است ؟

1(1 2(2 3(3 4(4

حل : گزینه ۱

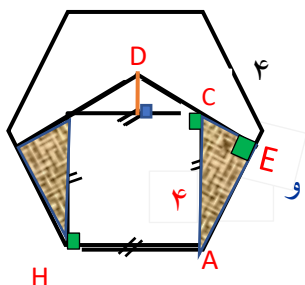
$$\left. \begin{array}{l} \text{ط فرض} \Rightarrow \hat{ECA} = \hat{BDE} \\ \Rightarrow \hat{B} = \hat{B} \text{ در دو مثلث مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow ABC \approx BDE \Rightarrow \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{BD}$$

$$\frac{48}{24} = \frac{24}{y} = \frac{24+x}{18} \Rightarrow x = y = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} = 1$$

پاسخ سوالات هنسه کنکور خارج رشته ریاضی فیزیک ۱۴۰۱

تعداد سوال ۱۲

۱۳۲- در شش ضلعی منتظم زیر ، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است



(1)  $\sqrt{3}$

(2)  $2\sqrt{3}$

(3)  $3\sqrt{3}$

(4)  $4\sqrt{3}$

حل: گزینه ۴ چرا ضلعی داخل مربعی به ضلع ۴ واحد است پس زاویه آن در راس A قائمه است و

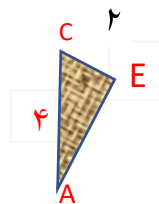
هر زاویه شش ضلعی منتظم ۱۲۰ درجه در نتیجه در مثلث EAC زاویه در راس A ۳۰ درجه

$\Rightarrow \widehat{CAE} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ECA} = 60^\circ$  ,  $\widehat{AEC} = 90^\circ$  *فرض*

$\left. \begin{matrix} \widehat{CAE} = 30^\circ \\ \widehat{AEC} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow CE = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} (4) = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow AE^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow AE = 2\sqrt{3}$

مساحت ناحیه هاشور  $= 2S_{AEC} = 2 \times \frac{2\sqrt{3} \times 2}{2} = 4\sqrt{3}$



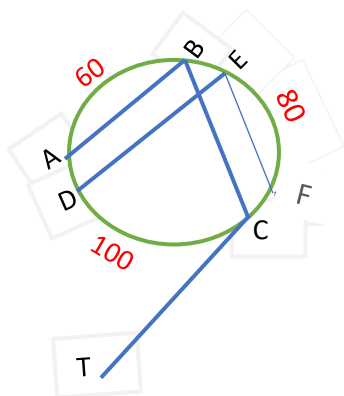
۱۳۳- در شکل زیر  $EF \parallel BC$  ,  $AB \parallel ED$  و اندازه کمان های  $\widehat{AB} = 60^\circ$  ,  $\widehat{DC} = 100^\circ$  و  $\widehat{FE} = 80^\circ$  باشد , اندازه زاویه  $\widehat{BCT}$  چند درجه است

(1) 90

(2) 95

(3) 100

(4) 110



حل: گزینه ۳  $\left. \begin{matrix} \text{فرض } AB \parallel ED \Rightarrow \widehat{BE} = \widehat{AD} \\ \text{فرض } BC \parallel EF \Rightarrow \widehat{BE} = \widehat{FC} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BE} = \widehat{FC} = \alpha$

کمان یک دایره برابر ۳۶۰ درجه پس

$AB + BE + EF + FC + CD + DA = 360$

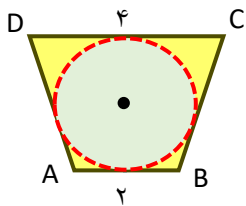
$\Rightarrow 60 + \alpha + 80 + \alpha + 100 + \alpha = 360 \Rightarrow 3\alpha = 120 \Rightarrow \alpha = 40$

$\widehat{BCT} = \frac{\widehat{BCA}}{2} = \frac{100 + 40 + 60}{2} = 100$

پاسخ سوالات هنسه کنکور خارج رشته ریاضی فیزیک ۱۴۰۱

تعداد سوال ۱۲

۱۳۴ - در شکل زیر، نوزنقه متساوی الساقین ABCD بر دایره ای محیط است. مساحت این دایره کدام است



$8\pi$  (4)

$6\pi$  (3)

$4\pi$  (2)

$2\pi$  (1)

حل: گزینه ۱

نکته: در هر نوزنقه متساوی الساقین محیطی قطر دایره ی محاطی آن واسطه هندسی بین دو قاعده است

$$\text{ارتفاع نوزنقه} = 2R = \sqrt{AB \times CD} = \sqrt{2 \times 4} = 2\sqrt{2} \Rightarrow R = \sqrt{2}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi \sqrt{2}^2 = 2\pi$$

۱۳۵ - طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج،  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  برابر شعاع دایره بزرگتر است. شعاع دایره بزرگتر، چند برابر شعاع دایره کوچکتر است؟

$\frac{16}{3}$  (4)

4 (3)

$\frac{8}{3}$  (2)

2 (1)

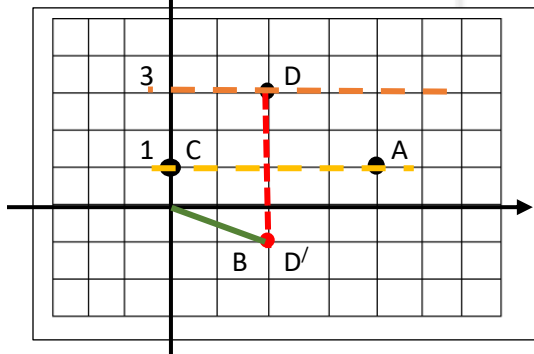
حل: گزینه ۴ ط فرض  $TT' = \frac{\sqrt{3}}{2} R$  = طول مماس مشترک خارجی, فرمول محاسبه آن

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} R = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} R = \sqrt{4RR'}$$

$$\frac{3}{4} R^2 = 4RR' \Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{4R}{\frac{3}{4}R} = \frac{16}{3}$$

۱۳۶ AA - در مربع ABCD نقطه (۱ و ۴) راس A و عرض راس های C و D به ترتیب ۱ و ۳ است. اگر بازتاب نقطه C نسبت به محور y ها بر خودش منطبق شود. فاصله از تاب نقطه D نسبت به قطر AC از مبدا مختصات چقدر است؟



$\sqrt{7}$  (4)

$\sqrt{17}$  (3)

$\sqrt{13}$  (2)

$\sqrt{5}$  (1)

حل: گزینه ۱ در مربع قطر ها برابرند و عمود منصف یکدیگرند

$$A \begin{vmatrix} 4 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$D \begin{vmatrix} x = 2 \\ 3 \end{vmatrix}$$

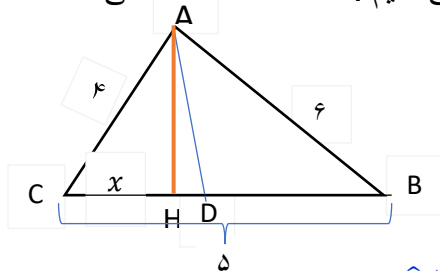
$$c \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

بازتاب راس مربع نسبت به قطری که رویش قرار ندارد راس مقابلش است

$$B \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix} \Rightarrow OB = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

بازتاب نقطه D نسبت به قطر AC راس B

۱۳۷- اضلاع مثلثی با اعداد ۴ و ۵ و ۶ متناسب است. نیمساز زاویه متوسط را رسم می کنیم. مساحت مثلث اصلی، چند برابر مساحت کوچک ترین مثلث حاصل از رسم این نیمساز است



$$3(4 \quad \frac{5}{2}(3 \quad 2(2 \quad \frac{3}{2}($$

حل: گزینه ۳

$$\xrightarrow{\text{نیمساز } \hat{A}} \frac{AD}{AB} = \frac{DC}{DB} = \frac{4}{6} = \frac{x}{5-x} \Rightarrow x = CD = 2, DB = 3$$

می دانیم در دو مثلثی که اندازه ارتفاع برابرند، نسبت مساحت ها برابر نسبت اندازه قاعده های متناظر این قاعده

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{BC}{CD} = \frac{5}{2} \quad \text{هاست, دو مثلث } ABC, ACD \text{ در ارتفاع } AH \text{ مشترکند پس}$$

۱۳۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$  و  $I$  ماتریس همانی و  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد حقیقی هستند که  $\alpha A + \beta I = A^{-1}$ .

$$2(4 \quad -2(3 \quad 4(2 \quad -4(1 \quad \text{مقدار } \frac{\beta}{\alpha} \text{ کدام است}$$

حل: گزینه ۲

$$\alpha A + \beta I = A^{-1} \Rightarrow \alpha \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\alpha \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3-8} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{5} \\ \beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} = \frac{4}{1} = 4$$

۱۳۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  داریه های سطر اول ماتریس  $A^3$  کدام است

$$[9 \quad 5 \quad -7](4 \quad [1 \quad 0 \quad -2](3 \quad [9 \quad 12 \quad 16](2 \quad [1 \quad -1 \quad 0](1$$

حل: گزینه ۱

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{9-6}^3 & \overbrace{-9+9-4}^{-4} & \overbrace{12-12+4}^4 \\ & & \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9-8 & -9+12-4 & 12-16+4 \\ 6-12+4 & -6+9+4 & 12-4+4 \\ 0-2+1 & 0-3+4 & 0-1+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۱۴۰- معادله دایره ای که بر دو دایره  $x^2 - 2x + y^2 = 0$  ,  $x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0$  مماس خارج است و مرکز ش روی یکی از محور ها قرار دارد . کدام است

$$x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0(2)$$

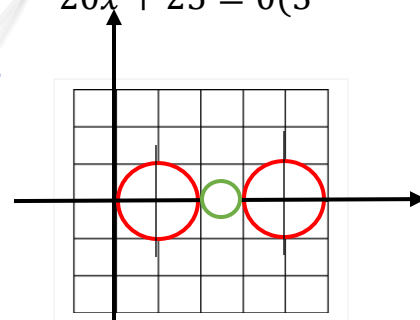
$$x^2 + y^2 + 5x + 6 = 0 (1)$$

$$4x^2 + 4y^2 + 20x + 25 = 0(4)$$

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 25 = 0(3)$$

حل : گزینه ۲

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + y^2 = 0 \Rightarrow \text{مرکز} \begin{vmatrix} +1 \\ 0 \end{vmatrix} R_1 = 1 \\ x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0 \Rightarrow \text{مرکز} \begin{vmatrix} 4 \\ 0 \end{vmatrix} R_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{خط مرکزین} = 3 \\ R_2 + R_2 = 2 \end{cases}$$



با توجه به اینکه  $R_2 + R_2 < d$  پس ۲ دایره نسبت به هم متخارجند و دایره بر آن دو مماس خارج است که مرکز وسط مرکز ۲ دایره باشد و شعاعش نصف تفاضل خط مرکزین و مجموع شعاع ۲ دایره

$$\left. \begin{matrix} \text{مرکز دایره سوم} \\ \begin{vmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix} \\ R_3 = \frac{3-2}{2} = 0,5 \end{matrix} \right\} \Rightarrow (x - \frac{5}{2})^2 + y^2 = 0,25 \Rightarrow x^2 - 5x + y^2 + \frac{25}{4} - \frac{1}{4} = 0$$

۱۴۱- فاصله دو کانون بیضی  $x^2 + 4y^2 - 16y - 2x + 16 = 0$  کدام است

$$\frac{\sqrt{3}}{2} (4)$$

$$\sqrt{3} (3)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{2} (2)$$

$$\sqrt{15} (1)$$

حل : گزینه ۳

$$\Rightarrow (x-1)^2 + 4(y-2)^2 = +1 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{1} + \frac{(y-2)^2}{\frac{1}{4}} = +1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$FF' = 2C = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

www.konkur.net