

۱۳۰- در مثلث متساوی الساقین ABC نقطه M وسط ساق AB و عمود منصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می کند اگر $\widehat{NBC} = 54^\circ$ باشد. اندازه زاویه \widehat{MNB} چند درجه است؟

- 78(4 66(3 56(2 48(1

حل: گزینه ۳ نقطه N روی عمود منصف AB پس

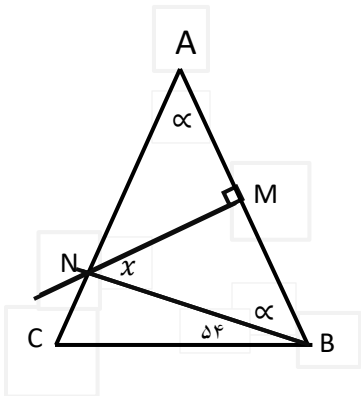
$$AN = NB \xrightarrow{ANB} \hat{A} = \widehat{NBA} = \alpha$$

$$M = 90 \Rightarrow \widehat{MNB} = 90 - \alpha$$

$$\Rightarrow C = B = 54 + \alpha \quad \text{مثلث متساوی الساقین ABC}$$

می دانیم مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه است پس $A + B + C = 180$

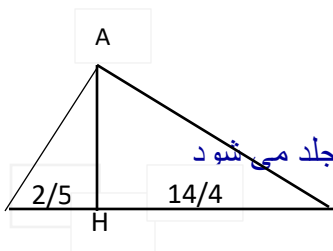
$$\alpha + \alpha + 54 + \alpha + 54 = 180 \Rightarrow 3\alpha = 72 \Rightarrow \alpha = 24 \xrightarrow{\widehat{MNB} = 90 - \alpha} \widehat{MNB} = 90 - 24 = 66$$



۱۳۱- در یک مثلث قائم الزاویه اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر ایجاد می کند $2/5$ و $14/4$ سانتی متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی متر است.

- 8(4 7/2(3 6(2 4/8(1

حل: گزینه ۲ ط ق ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی بین دوپاره خطی است که روی وتر ایجاد می شود



$$AH^2 = 2/5 \times 14/4 \implies AH = 6$$

۱۳۲- در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است

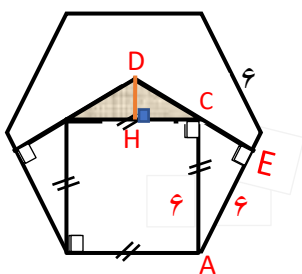
$$2\sqrt{3} \quad (2) \quad 3\sqrt{3} \quad (1)$$

$$2 \quad (4) \quad 3 \quad (3)$$

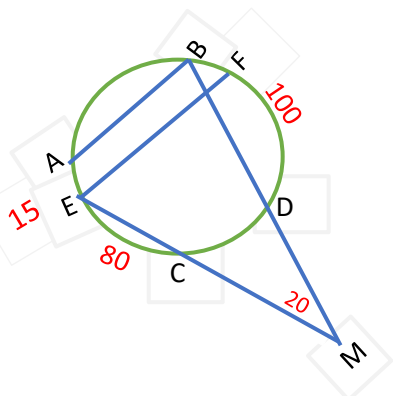
حل: گزینه ۱ چها رضلعی داخل مربعی به ضلع ۶ واحد است پس زاویه آن در راس A قائمه است و هر زاویه شش ضلعی منتظم ۱۲۰ درجه در نتیجه در مثلث EAC زاویه در راس A ۳۰ درجه و زاویه در راس C برابر ۶۰ درجه

$$\Rightarrow \widehat{CAE} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ECA} = 60^\circ, \widehat{ACH} = 90^\circ \text{ و } \widehat{ECD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{DCH} = 30^\circ$$

$$\tan \widehat{DCH} = \frac{DH}{CH} \xrightarrow{\widehat{DCH} = 30^\circ} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{DH}{3} \Rightarrow DH = \sqrt{3} \Rightarrow S = \frac{6 \times \sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$



۱۳۳- در شکل زیر $AB \parallel EF$ و اندازه کمان های $\widehat{AE} = 15^\circ$ ، $\widehat{EC} = 80^\circ$ و $\widehat{FD} = 100^\circ$ است . اگر $\widehat{BME} = 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه \widehat{ABD} چند درجه است



74 (2) 71/25 (1)

78/75 (4) 75 (3)

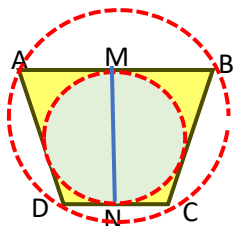
$AB \parallel EF \Rightarrow \widehat{BF} = \widehat{AE} = 15^\circ$ گزینه ۴

$$M = \frac{\widehat{EAB} - DC}{2} \Rightarrow 20 = \frac{15 + AB - DC}{2} \Rightarrow AB - DC = 25$$

$$15 + 80 + DC + 100 + 15 + AB = 360 \Rightarrow AB + DC = 150 \xrightarrow{DC - AB = -25} DC = 62/5$$

$$B = \frac{\widehat{DCA}}{2} \Rightarrow B = \frac{15 + 80 + 62/5}{2} \Rightarrow B = \frac{157/5}{2} = 78/75$$

۱۳۴- در یک ذوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده ۶، a واحد بر دایره ای به مساحت 15π محیط است . مقدار a کدام است



$\frac{22}{3}$ (4) 8(3) $\frac{25}{3}$ (2) 10(1)

حل : گزینه ۱

نکته : در هر ذوزنقه متساوی الساقین محیطی قطر دایره ی محاطی آن واسطه هندسی بین دو قاعده است

$$\text{ارتفاع} = \text{قطر} = 2r = MN = \sqrt{AB \times DC} = \sqrt{6 \times a}$$

$$S = \pi r^2 \Rightarrow 15\pi = \pi \left(\frac{\sqrt{6 \times a}}{2} \right)^2 \Rightarrow 60 = 6a \Rightarrow a = 10$$

۱۳۵- طول خط مرکزین دو دایره $3/5$ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها 21π سانتی متر مربع است . شعاع دایره کوچکتر ، چند سانتی متر است ؟

2 / 25(4) 1 / 75(3) 1 / 25(2) 2 / 75(1)

گزینه ۲

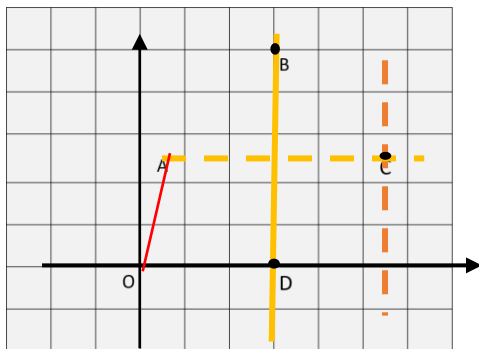
$$R - R' = oo' \Rightarrow R - R' = 3/5$$

$$\Rightarrow R' = 1/25 , \quad R = 4/75$$

$$\pi R^2 - \pi R'^2 = 21\pi \Rightarrow R^2 - R'^2 = 21$$

پاسخ سوالات هنسه کنکور ریاضی فیزیک ۱۴۰۱

۱۳۶- در مربع ABCD نقطه (۳ و ۵) راس B و طول راس های C و D به ترتیب ۵/۵ و ۳ است. اگر بازتاب نقطه D نسبت به محور x ها بر خودش منطبق شود. فاصله بازتاب نقطه c نسبت به قطر BD از مبدا مختصات چقدر است؟



1) $2(2/5)$ 2) $3\sqrt{6/5}$ 3) $4\sqrt{6}$ 4) $5\sqrt{6}$

حل: گزینه ۳ در مربع قطر ها برابرند و عمود منصف یکدیگرند

$B \begin{cases} 3 \\ 5 \end{cases}$ $D \begin{cases} 3 \\ y=0 \end{cases}$ $c \begin{cases} 5/5 \\ 2/5 \end{cases}$

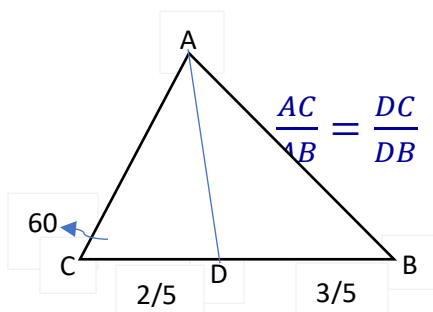
بازتاب راس مربع نسبت به قطری که رویش قرار ندارد راس مقابلش است

بازتاب نقطه c نسبت به قطر BD راس A

$A \begin{cases} 0/5 \\ 2/5 \end{cases} \Rightarrow OA = \sqrt{(0/5)^2 + (2/5)^2} = \sqrt{6/5}$

۱۳۷- نیمساز داخلی زاویه A در مثلث ABC، ضلع مقابل را به پاره خط های ۳/۵ و ۲/۵ واحدی تقسیم کرده است. اگر اندازه زاویه C برابر ۶۰ درجه باشد، ضلع کوچکتر مثلث چند واحد است

1) $5/25$ 2) $3/75$ 3) $4/25$ 4) $4/75$



AD حل: گزینه ۲ نیمساز A پس داریم $\frac{AC}{AB} = \frac{DC}{DB} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{2/5}{3/5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AC = 2x \\ AB = 3x \end{cases}$

طبق COS $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \times \cos C$

$9x^2 = 4x^2 + 36 - 2(2x \times 6) \times \frac{1}{2}$

$24x^2 + 30x - 36 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{8} \Rightarrow AC = 2 \times \frac{3}{4} = 3/2 \\ x = -2 \text{ غق} \end{cases}$

۱۳۸- اگر $A = \begin{bmatrix} x & -1 & -x \\ 0 & 0 & 4 \\ y & z & z \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2z & \frac{1}{2} & 2 \\ 2z & 0 & -4y \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس AB به ازای $y \in \mathbb{Z}$ ماتریس اسکالر باشد.

مقدار XY کدام است 2) 1) 4 2) -2 3) -1

$AB = \begin{bmatrix} 2xz - 2z + 0 & -\frac{1}{2}x + 0 - \frac{1}{2}x & 2x + 4y - 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2yz + 2z^2 + 0 & \frac{1}{2}y + 0 + \frac{1}{2}z & 2y - 4yz + 0 \end{bmatrix}$

حل: گزینه 3
در ماتریس اسکالر درایه های قطر اصلی برابر و بقیه درایه ها صفر می باشند

$$\text{درايه های قطر غير اصلی صفر} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 0 \Rightarrow x = -2y \\ \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 0 \Rightarrow y = -z \\ 2yz + 2z^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y + z = 0, & y = -z \\ z = 0, & y \in \mathbb{R} \end{cases} \end{cases} \implies x = -2y = 2z$$

چون $a_{22} = 2$ پس درایه های قطری باید برابر ۲ باشد

$$\begin{cases} 2xz - 2z = 2 \Rightarrow xz - z = 1 \xrightarrow{x=-2y=2z} -2y(-y) - (-y) - 1 = 0 \Rightarrow 2y^2 + y - 1 = 0 \\ 2y - 4yz = 2 \Rightarrow y - 2yz = 1 \xrightarrow{x=-2y=2z} y - 2y(-y) - 1 = 0 \Rightarrow 2y^2 + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} \implies \begin{cases} y = -1, & x = +2, & z = 1 \\ y = -\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

۱۳۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ و ماتریس x در رابطه ماتریس $X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ صدق کند

کوچکترین درایه قطر اصلی ماتریس x کدام است

$$6(4) \quad -3(3) \quad -15(2) \quad 8(1)$$

$$|A| = (3 - 4 - 12) - (-6 + 2 - 12) = 3$$

حل گزینه ۴ دترمینان A را محاسبه می کنیم

$$\begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 1 & \frac{2}{|A|} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 1 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{4-3} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -3 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -15 & 6 \end{bmatrix}$$

۱۴۰- به ازای هر m معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$. معادله قطری از دایره C است اگر نقطه $A(-1, 1)$ روی دایره C باشد محیط دایره C کدام است

$$3\pi(4) \quad 2\pi(3) \quad 2\sqrt{2}\pi(2) \quad 2\sqrt{3}\pi(1)$$

حل : گزینه ۲ با توجه به اینکه برای هر m معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$. معادله قطر دایره است پس m را هر عدد بخواهیم قرار می دهیم

$$\begin{cases} m = -1 \Rightarrow -3x = 6 \Rightarrow x = -2 \\ m = 2 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \implies \text{مرکز دایره} \left| \begin{matrix} -2 \\ 2 \end{matrix} \right.$$

$$R = \sqrt{(-2+1)^2 + (2-1)^2} \Rightarrow R = \sqrt{2} \Rightarrow \text{محیط} = 2\sqrt{2}\pi$$

پاسخ سوالات هنسه کنکور ریاضی فیزیک ۱۴۰۱

۱۴۱- در سهمی $2y^2 - 2ay + 8x + b = 0$ نقطه $(-1, 1)$ راس سهمی است مقدار $\frac{a}{b}$ چقدر است

$$-\frac{1}{3}(4) \quad -\frac{1}{5}(3) \quad \frac{1}{5}(2) \quad \frac{1}{3}(1)$$

حل: گزینه ۱ با استاندارد کردن معادله سهمی، راس سهمی را مشخص می کنیم و مساوی راس داده شده قرار می دهیم

$$2y^2 - 2ay + 8x + b = 0 \Rightarrow y^2 - ay + \frac{a^2}{4} = 4x + \frac{b}{2} + \frac{a^2}{4} \Rightarrow (y - \frac{a}{2})^2 = 4(x + \frac{2b + a^2}{16})$$

$$\xrightarrow{\text{راس سهمی}} \begin{cases} x = -\frac{2b + a^2}{16} \\ y = \frac{a}{2} \end{cases}, \xrightarrow{\text{راس } (-1, 1)} \begin{cases} -1 = -\frac{2b + a^2}{16} \\ 1 = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \underline{b = 6} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۱۴۲- سه بردار $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ، $\vec{b} = (-1, 2, 0)$ و \vec{c} غیر واقع در یک صفحه و $\vec{h} = (x, y, 4)$ بردار ارتفاع متوازی السطوح حاصل از این سه بردار است. اگر $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ ، $\vec{b} \cdot \vec{c} = 5$ باشد. اندازه بردار \vec{c} کدام است

$$\sqrt{21}(4) \quad \sqrt{19}(3) \quad 4(2) \quad 5(1)$$

گزینه ۴ فرض می کنیم $\vec{c} = (\alpha, \beta, \delta)$ ، $\delta \neq 0$ باشد با توجه به صورت مسئله

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{c} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta + 0 = 1 \\ \vec{b} \cdot \vec{c} = 5 \Rightarrow -\alpha + 2\beta + 0 = 5 \end{cases} \Rightarrow 3\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = 2, \beta = -1$$

$$v = |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})| = \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \delta \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \sqrt{0^2 + 0^2 + (3\delta)^2} \Rightarrow v = 3\delta \quad \rightarrow \quad h = \frac{v}{S} = \frac{3\delta}{3} = \delta$$

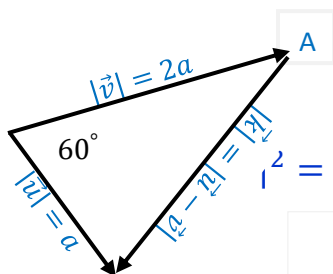
$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = (0, 0, 3) \Rightarrow S = |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 3^2} = 3$$

$$\vec{h} \parallel (\vec{a} \times \vec{b}) \Rightarrow \vec{h} = k(\vec{a} \times \vec{b}) = k(0, 0, 3) \Rightarrow (x, y, 4) = (0, 0, 3k) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 4 = 3k \end{cases} \xrightarrow{\frac{|h|=\delta}{h=(0,0,4)}} \delta = 4$$

$$\vec{c} = (\alpha, \beta, \delta) \quad , \quad \delta \neq 0 \Rightarrow \vec{c} = (2, -1, 4) \Rightarrow |\vec{c}| = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21}$$

۱۴۳- دو بردار که یکی دو برابر دیگری است، با هم زاویه ۶۰ درجه می سازند. زاویه بین بردار بزرگتر و تفاضل دو بردار چند درجه است.

$$120(4) \quad 60(3) \quad 45(2) \quad 30(1)$$



$$r^2 = a^2 + 4a^2 - 2(2a \times a)\cos 60^\circ = 3a^2$$

حل گزینه ۱ داریم طق \cos

$$\frac{|K|}{\sin 60^\circ} = \frac{|u|}{\sin A} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{\sin A} \Rightarrow \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ$$

سازمان سنجش
استادان