

پاسخ ریاضی تجربی ۱۴۰۱

۱۰۱- حاصل عبارت  $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}\sqrt{1+\sqrt{7}}}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt[4]{2}$  (۴)

پاسخ ۱۰۱

$$\sqrt[4]{\frac{1}{4+\sqrt{7}}} \sqrt[4]{(1+\sqrt{7})^2} = \sqrt[4]{\frac{2(4+\sqrt{7})}{4+\sqrt{7}}} = \sqrt[4]{2}$$

$$\sqrt[4]{\frac{2}{8+2\sqrt{7}}} = \sqrt[4]{\frac{2}{(1+\sqrt{7})^2}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{1+\sqrt{7}}}$$

یا:

۱۰۲- اگر ۸ و ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام است؟

- ۱ (۱)  $11/6$  (۲)  $9/6$  (۳)  $2/4$  (۴)  $1/4$

پاسخ ۱۰۲

$$(10 - 5)d = 5 - 8 \Rightarrow 5d = -3 \Rightarrow d = -\frac{3}{5}$$

$$a_{16} = a_{10} + 6d = 5 + 6(-0.6) = 5 - 3.6 = 1/4$$

۱۰۳- به ازای چند مقدار  $a$ ، سهمی  $y = ax^2 + (3+2a)x$  از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- ۱ (۱) هیچ مقدار  $a$  (۲) تمام مقادیر  $a$  (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ ۱۰۳

اگر  $a \in R$  شکل از ناحیه سوم می‌گذرد. (بیشمار جواب). رد گزینه های ۲ و ۳ و ۴.

۱۰۴- اگر  $\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0$  باشد، مجموعه مقادیر  $[3x]$  چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

پاسخ ۱۰۴

$$4 - 2x = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3} < x \leq 2 \Rightarrow -1 < 3x \leq 6 \Rightarrow [3x] = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

۱۰۵- دو تابع  $f(x) = b - 3ax$  و  $g(x) = c - (2b - 2)x$  ثابت هستند. اگر  $f + g = 5$  باشد، حاصل  $bc$  چقدر است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

-۴ (۲)

-۶ (۱)

پاسخ ۱۰۵

تابع ثابت  $x$  ندارد. پس باید ضرایب  $x$  را در دو تابع  $f$  و  $g$  صفر کنیم.

$$3a = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$3b - 3 = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$f + g = 1 + c = 5 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow bc = 1 \times 4 = 4$$

۱۰۶- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 2x - x^2$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه

برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات کدام است؟

$\sqrt{10}$  (۴)

$2\sqrt{5}$  (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ ۱۰۶ طول راس سهمی ۲ است دو واحد بسمت منفی انتقال بدهیم دو منحنی در  $\frac{1}{3}$  همدیگر را قطع

میکنند. یعنی  $OA = \sqrt{10}$ . یا: روش دوم:

$$4x - x^2 = 4(x + 2) - (x + 2)^2 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow A \left| \frac{1}{3} \right.$$

$$OA = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

۱۰۷- به ازای دو مقدار  $a$ ، یک ریشه معادله  $3x^2 - ax + 4 = 0$  سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار  $a$ ، کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ ۱۰۷

$$\alpha \times \beta = \alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{2}{3}$$

$$\alpha + \beta = \alpha + 3\alpha = 4\alpha = -\frac{a}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 12\alpha$$

$$a = 12 \left( \pm \frac{2}{3} \right) = \pm 8$$

$$\text{اختلاف} = 8 - (-8) = 16$$

۱۰۸- معادله  $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1+3}} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$  چند ریشه مثبت دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ ۱۰۸

از  $\sqrt{x+1}$  سمت چپ تساوی فاکتور و عبارت  $\sqrt{x-1}$  سمت راست تساوی را گویا و منفی بین کسرها را از بین میبریم.

$$\sqrt{x+1} \left( \frac{1}{\sqrt{x-1+3}} + \frac{1}{\sqrt{x-1-3}} \right) = \sqrt{x-1}$$

$$\sqrt{x+1} \left( \frac{\sqrt{x-1-3} + \sqrt{x-1+3}}{x-1-9} \right) = \sqrt{x-1}$$

$$2\sqrt{x+1} \times \frac{\sqrt{x-1}}{x-10} = \sqrt{x-1}$$

$$2\sqrt{x+1} = x - 10$$

$$\Rightarrow 4(x+1) = x^2 - 20x + 100$$

$$x^2 - 24x + 96 = 0 \Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144-96}}{1} = 12 \pm 4\sqrt{3}$$

مقدار  $12 - 4\sqrt{3}$  چون عبارت  $x - 10$  را منفی میکند قابل قبول نمیشود و  $12 + 4\sqrt{3}$  قابل قبول است.

۱۰۹- وارون تابع  $y = x^3 - x + 1$  از کدام نقطه عبور می کند؟

(۴)  $(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{8})$

(۳)  $(1, 2)$

(۲)  $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$

(۱)  $(-1, -2)$

پاسخ ۱۰۹

تابعی وارون پذیر است که یک به یک باشد. این تابع یک به یک نیست و وارون پذیر نیست. **سوال غلط کنکور !!** جای  $x$  و  $y$  گزینه ها را عوض و در تابع قرار میدهم. هر کدام که تساوی را برقرار نمود مد نظر طراح است.

گزینه یک قابل قبول نیست.  $(-2, -1) \Rightarrow -1 = -8 + 2 + 1 \Rightarrow -1 \neq -5$

گزینه دو جواب است.  $(\frac{1}{2}, \frac{5}{8}) \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{5}{8}$

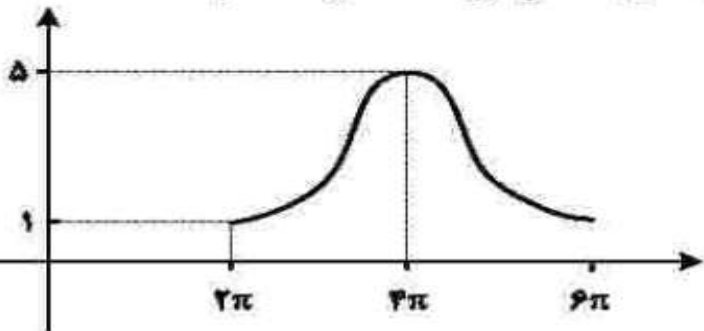
@Aaazzii



روش سوم: طرفین را بر  $\cos^2 x$  تقسیم کنید به جواب برسید.

روش چهارم: طرفین وسطین کرده و به جواب برسید. و ..... !!

۱۱۴- شکل زیر، نمودار تابع  $y = c + a \cos bx$  را در یک دوره تناوب، نشان می‌دهد. مقدار  $c$  کدام است؟



- ۵ (۱)
- ۴ (۲)
- ۳ (۳)
- ۱ (۴)

پاسخ ۱۱۴

$$c = \frac{y_{Max} + y_{Min}}{2} = \frac{1+5}{2} = 3$$

۱۱۵- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی  $8 \cos x - \tan^2 x = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- ۲ (۴)
- ۳ (۳)
- ۴ (۲)
- ۵ (۱)

پاسخ ۱۱۵

در دامنه داده شده ۲ جواب

$$8 \cos x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^3 x = \frac{1}{8} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

۱۱۶- اگر  $\log_8 18 = m$  باشد، حاصل  $\log_4 12$  کدام است؟

- $\frac{3m-1}{4}$  (۴)
- $\frac{3}{4}(m-1)$  (۳)
- $\frac{3m+1}{4}$  (۲)
- $\frac{3}{4}(m+1)$  (۱)

پاسخ ۱۱۶

$$\log_{2^3} 18 = \frac{1}{3} \log_2 18 = m \Rightarrow \log_2 18 = 3m$$

$$\log_2 2 \times 3^2 = \log_2 2 + 2 \log_2 3 = 3m \Rightarrow \log_2 3 = \frac{3m-1}{2}$$

$$\log_4 12 = (\log_4 4 + \log_4 3) = \left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{3m-1}{2}\right) = \left(\frac{4+3m-1}{2}\right) = \frac{3}{4}(m+1)$$

۱۱۷- تابع  $f(x) = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^x$  از مبدأ مختصات عبور می‌کند. اگر  $f^{-1}(-1) = -1$  باشد، حاصل  $a - b$  چقدر است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ ۱۱۷

$$\left|_0^0 \Rightarrow 0 = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^0 \Rightarrow a + b = 0$$

$$f^{-1}\left|_0^0 \Rightarrow f\left|_0^0 \Rightarrow -1 = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Rightarrow a + 2b = -1$$

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ a + 2b = -1 \end{cases} \Rightarrow b = -1, a = 1 \Rightarrow a - b = 1 - (-1) = 2$$

۱۱۸- ۹ داده آماری را در نظر بگیرید. اختلاف هشت داده آماری، از میانگین برابر +۱ یا -۱ و اختلاف یک داده از میانگین برابر صفر است. انحراف معیار این داده‌ها، کدام است؟

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$2\sqrt{2}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

پاسخ ۱۱۸

$$\sigma^2 = \frac{8 \times (\pm 1)^2 + 0}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sigma = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

۱۱۹- داده‌های جمع‌آوری شده در یک مطالعه آماری اعداد طبیعی متوالی هستند. اگر به همه داده‌ها ۲ واحد بیافزاییم، اختلاف میانه و میانگین داده‌های جدید چقدر است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ ۱۱۹

اعداد متوالی دارای میانه و میانگین مساوی هستند. تغییرات روی داده‌ها تاثیری در آنها ندارد. اختلاف = صفر.

۱۲۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - [x^3]}$  کدام است؟

$+\infty$  (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

صفر (۱)

پاسخ ۱۲۰

$$x \rightarrow 2^+ \quad [8^+] = 8$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} = \frac{0}{0} \Rightarrow HOP \Rightarrow \frac{2x}{3x^2} = \frac{2}{3x} = \frac{1}{3}$$

۱۲۱- اگر  $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x-1|}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

پاسخ ۱۲۱

$$(4 - [1^+]) \times g(x) = 6 \Rightarrow (4 - 1)g(x) = 6 \Rightarrow g(x) = 2$$

چون  $g(x)$  در  $x \rightarrow 1$  تابع ثابت شده پس حدش بسمت هر عددی یا بینهایت همان ۲ است  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$  نیازی به محاسبه بقیه نیست

اگر  $a$  را میخواست چون تابع  $g$  عدد ثابت شد (فاقد  $x$ )، پس عبارت صورت ضربی از عبارت مخرج است. چون حد راست را میخواهد پس داخل قدر مطلق مثبت و قدر مطلق حذف میشود.

$$g(x) = \frac{\sqrt{a(x-1)^2}}{x-1} = \frac{\sqrt{a}(x-1)}{x-1} = 2 \Rightarrow a = 4$$

۱۲۲- اگر  $f(x) = x \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{27}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{2}{9}$  (۴)  $\frac{2}{14}$

پاسخ ۱۲۲

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \frac{x \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3 = \left( \sqrt{\frac{2(0)+1}{5(0)+9}} \right)^3 = \left( \frac{1}{3} \right)^3 = \frac{1}{27}$$

۱۲۳- معادله خط مماس بر نمودار  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x+3}$  در نقطه‌ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت  $py - qx = n$  است. مقدار  $m+n$  چقدر است؟

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ ۱۲۳

طول یک هم در توابع صدق میکند هم در مشتق هاشون. شیب خط  $\frac{3}{4}$  است پس  $f'(1) = \frac{3}{4}$  است.

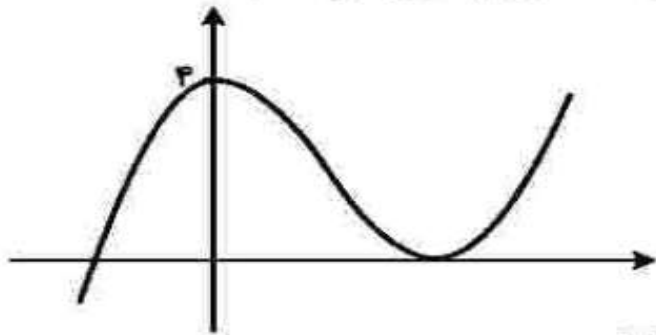
$$y' = \frac{(2x+m)(4) - 1(1+m+1)}{(1+3)^2} = \frac{(4-1)(m+2)}{16} = \frac{3}{4} \Rightarrow m + 2 = 4 \Rightarrow m = 2$$

$$y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x+3} \Rightarrow f(1) = \frac{1+2+1}{1+3} = 1$$

$$4 - 3 = n \Rightarrow n = 1 \Rightarrow m + n = 2 + 1 = 3$$

باید نقطه  $\left| \frac{1}{1} \right|$  در خط صدق کند. یعنی :

۱۲۴- نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  به صورت زیر است. طول نقطه مینیمم نسبی تابع، کدام است؟



- ۱)  $\frac{1}{2}$
- ۲)  $\frac{1}{3}$
- ۳)  $\frac{2}{3}$
- ۴)  $\frac{3}{2}$

**پاسخ ۱۲۴**

عرض از مبداء شکل برابر ۴ است پس :  $c = 4$

یکی از ریشه های مشتق صفره پس :  $b = 0$

ریشه های مشتق صفر و  $-\frac{2}{3}a$  هستند. و عرض مینیمم صفر است. پس :

$$-\frac{8}{27}a^3 + a\left(-\frac{2}{3}a\right)^2 + 0 + 4 = 0 \Rightarrow -\frac{8}{27}a^3 + \frac{4}{9}a^2 = -4 \Rightarrow a = -3$$

$$x = -\frac{2}{3}a = -\frac{2}{3}(-3) = 2 \text{ طول نقطه مینیمم نسبی}$$

۱۲۵- از بین مخروطهای حاصل که از دوران کامل پاره خط AB با اندازه  $3\sqrt{3}$  حول خط L به دست می آیند، ارتفاع مخروطی با بیشترین حجم، کدام است؟ (فقط نقطه A روی خط L واقع است.)

$\sqrt{3}$  (۴)

$2\sqrt{3}$  (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

**پاسخ ۱۲۵**

$$r^2 + h^2 = (3\sqrt{3})^2 = 27$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

چون توان  $h$  یک و توان  $r$  دو است. پس  $h$  یک سهم از ۳ سهم و  $r$  دو سهم از ۳ سهم میبرند یعنی :

$$\frac{1}{3} \times 27 = 9 = h^2 \Rightarrow h = 3$$

**@Aazzii**



۱۲۶- ۷ کتاب در موضوعات مختلف که ریاضی، فیزیک و زیست هم جزو آنهاست، در اختیار داریم. به چند طریق می توان ۴ کتاب را طوری انتخاب کرد که اگر ریاضی انتخاب شود، زیست نیز انتخاب شود و اگر فیزیک انتخاب شود، زیست انتخاب نشود؟

انتخاب نشود؟  
 ۱۰ (۱)                      ۱۱ (۲)                      ۱۵ (۳)                      ۱۶ (۴)

پاسخ ۱۲۶

۷ کتاب مختلف را ریاضی - زیست - فیزیک - شیمی - عربی - تاریخ - جغرافی می نامیم.

حالت اول: انتخاب ز - ش - ع - ت - ج  $\binom{5}{4} = 5$

حالت دوم: انتخاب ز - ر + ۲ تا از ش - ع - ت - ج  $\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

حالت سوم: انتخاب ف + ۳ تا از ش - ع - ت - ج  $\binom{4}{3} = \binom{4}{1} = 4$

جمعا همیشه ۱۵ حالت .

۱۲۷- احتمال شیوع یک بیماری در جامعه ای برابر ۰/۰۸ و احتمال بهبود یافتن فرد مبتلا به این بیماری برابر ۰/۵ است. احتمال این که فردی از این جامعه به این بیماری مبتلا شود و بهبود یابد چند درصد است؟

۰/۰۲ (۱)                      ۰/۰۴ (۲)                      ۲ (۳)                      ۴ (۴)

پاسخ ۱۲۷

$$\frac{8}{100} \times \frac{5}{10} = 0/04 = \%4$$

۱۲۸- سه ضلع یک مثلث به معادلات  $AB: y + 2x = 7$ ،  $AC: 2y - 3x = 17$  و  $BC: 2y - 7x = -19$  هستند. طول ارتفاع BH، کدام است؟

۴/۴ (۱)                      ۳ (۲)                      ۲/۵ (۳)                      ۱ (۴)

پاسخ ۱۲۸

فاصله نقطه B از خط AC جواب سوال است .

نقطه B از حل دستگاه معادله دو خط AB و BC بدست می آید .

$$\begin{cases} y + 2x = 7 \\ 2y - 7x = -19 \end{cases} \Rightarrow -11x = -33 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y + 2(3) = 7 \Rightarrow y = 1$$

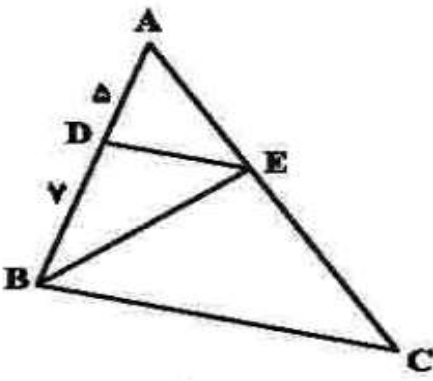
$$B \begin{vmatrix} 3 \\ 1 \end{vmatrix} : 3X - 4Y + 17 = 0 \Rightarrow BH = \frac{3(3) - 4(1) + 17}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{22}{5} = 4/4$$

@Aazzii

۱۲۹- در مثلث ABC، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟

- ۱/۵ (۱)
- ۱/۷ (۲)
- ۲/۱ (۳)
- ۲/۴ (۴)

پاسخ ۱۲۹



$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5}$$

چون ارتفاع دو مثلث، بین دو خط موازی قرار دارند پس یکسان هستند.

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times BC}{\frac{1}{2} \times h \times DE} = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5} = 2/4$$

۱۳۰- نقطه  $(-12, 0)$  یکی از کانون‌های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است. اگر مبدأ مختصات مرکز بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی، چقدر است؟

- ۱/۸ (۴)
- ۱/۴ (۳)
- ۵/۸ (۲)
- ۵/۶ (۱)

پاسخ ۱۳۰

$$c = 12$$

$$2b = 18 \Rightarrow b = 9$$

اعداد ۹ و ۱۲ و ۱۵ اعداد فیثاغورثی هستند. برای حل خروج از مرکز، بسان ۳ و ۴ و ۵ حل میشوند. یا:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 81 + 144 = 225 \Rightarrow a = 15$$

$$\frac{c}{a} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0.8$$

**@Aazzii**

**موفق باشید !!**

**شهرستان ساری در خدمتان هستیم !!**