

۱۰۱. حاصل عبارت $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}}$ کدام است؟

$$2\sqrt[4]{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\sqrt[4]{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه (۲). توجه کنید $\sqrt{a} = \sqrt[4]{a^2}$ ، پس:

$$\sqrt{1+\sqrt{7}} = \sqrt[4]{(1+\sqrt{7})^2} = \sqrt[4]{1+7+2\sqrt{7}} = \sqrt[4]{8+2\sqrt{7}} = \sqrt[4]{4+\sqrt{7}} \sqrt[4]{2}$$

پس عبارت خواسته شده برابر است با:

$$\sqrt{1+\sqrt{7}} = \sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt[4]{4+\sqrt{7}} \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2}$$

۱۰۲. اگر ۸ و ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام است؟

$$1/4 \quad (4)$$

$$2/4 \quad (3)$$

$$9/6 \quad (2)$$

$$11/6 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه (۴). الگوی خطی همان دنباله حسابی است:

$$\left. \begin{aligned} a_5 &= 8 \Rightarrow a + 4d = 8 \\ a_{10} &= 5 \Rightarrow a + 9d = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = \frac{-3}{5}$$

$$a_{16} = a_{10} + 6d = 5 + 6\left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{7}{5} = 1/4$$

۱۰۳. به ازای چند مقدار a ، سهمی $y = ax^2 + (3+2a)x$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه (۱). توجه کنید که $x=0$ و $x = \frac{-3-2a}{a}$ صفرهای سهمی هستند و سهمی باید بالای $x=0$ باشد

(یعنی $a > 0$). برای این که سهمی از ناحیه سوم بگذرد، باید $\frac{-3-2a}{a}$ مثبت باشد.

$$\frac{-3-2a}{a} \geq 0 \xrightarrow{a > 0} -3-2a \geq 0 \Rightarrow 2a+3 \leq 0 \Rightarrow a \leq \frac{-3}{2} \xrightarrow{a > 0} \emptyset$$

۱۰۴. اگر $\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0$ باشد، مجموعه مقادیر $[3x]$ چند عضو دارد؟

$$8 \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه (۴).

$$\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{3} < x \leq 2 \Rightarrow -1 < 3x \leq 6 \Rightarrow [3x] = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

۱۰۵. دو تابع $f(x) = b-3ax$ و $g(x) = c-(3b-3)x$ ثابت هستند. اگر $f+g=5$ باشد، حاصل bc چقدر است؟

$$6 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$-4 \quad (2)$$

$$-6 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه (۳).

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= b-3ax \Rightarrow a=0 \\ g(x) &= c-(3b-3)x \Rightarrow 3b-3=0 \Rightarrow b=1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} f(x) &= 1 \\ g(x) &= c \end{aligned} \xrightarrow{f+g=5} c=4$$

۱۰۶. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 4x - x^2$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با

نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{10}$

پاسخ: گزینه (۴). تابع انتقال یافته را $g(x)$ می‌نامیم:

$$g(x) = f(x+2) = 4(x+2) - (x+2)^2 = 4x+8-x^2-4x-4 = -x^2+4$$

نقطه تلاقی را پیدا می‌کنیم:

$$g(x) = f(x) \Rightarrow -x^2+4 = 4x-x^2 \Rightarrow x=1 \Rightarrow A(1,3) \Rightarrow OA = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

۱۰۷. به ازای دو مقدار a ، یک ریشه معادله $3x^2 - ax + 4 = 0$ سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار a کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

پاسخ: گزینه (۳). فرض می‌کنیم ریشه‌ها α و 3α باشند:

$$\alpha + 3\alpha = P \Rightarrow 3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{2}{3}$$

$$\alpha + 3\alpha = S \Rightarrow 4\alpha = \frac{a}{3} \Rightarrow \pm \frac{8}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow a = \pm 8 \Rightarrow 8 - (-8) = 16$$

۱۰۸. معادله $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ:

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \sqrt{x+1} \left(\frac{(3-\sqrt{x-1}) - (3+\sqrt{x-1})}{(3-\sqrt{x-1})(3+\sqrt{x-1})} \right) = \sqrt{x+1} \left(\frac{-2\sqrt{x-1}}{9-x+1} \right) = \frac{-2\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}}{10-x}$$

$$\frac{-2\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}}{10-x} = \sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ (X)} \\ \frac{-2\sqrt{x+1}}{10-x} = 1 \Rightarrow (-2\sqrt{x+1})^2 = (10-x)^2 \Rightarrow 4x+4 = x^2-20x+100 \Rightarrow \begin{cases} x=12-\sqrt{48} \text{ (X)} \\ x=12+\sqrt{48} \end{cases} \end{cases}$$

۱۰۹. وارون تابع $y = x^3 - x + 1$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- (۱) $(-1, -2)$ (۲) $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(\frac{-1}{2}, \frac{-11}{8})$

پاسخ: گزینه (۲).

$$f(x) = x^3 - x + 1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{8}$$

۱۱۰. اگر $g \circ f(x) = 5x^2 + 11$ و $f(x) = 2x$ باشد، کمترین مقدار $g(x-7)$ چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

پاسخ: گزینه (۴).

$$g \circ f(x) = g(2x) = 5x^2 + 11 \xrightarrow{x=\frac{t}{2}} g(t) = 5\left(\frac{t}{2}\right)^2 + 11 \Rightarrow g(x) = \frac{5}{4}x^2 + 11 \Rightarrow \min\{g(x)\} = \min\{g(7-x)\} = 11$$

۱۱۱. تابع $f(x) = (-9 + k^2)x^3 + 5$ اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح k چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۶

پاسخ: گزینه (۱). تابع $f(x) = ax^3 + b$ اکیداً نزولی است اگر و تنها اگر $a < 0$ باشد. پس:

$$-9 + k^2 < 0 \Rightarrow -3 < k < 3 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, \pm 1, \pm 2$$

۱۱۲. اگر $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ و $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1-m}{2+m}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-2, 1]$ (۳) $(-1, 2]$ (۴) $(-1, 2)$

پاسخ: گزینه (۱).

$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\times(-1)} \frac{\pi}{4} > -x > -\frac{\pi}{4} \xrightarrow{+\frac{\pi}{4}} 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1-m}{2+m} \in (0, +\infty) \Rightarrow \frac{1-m}{2+m} > 0 \Rightarrow -2 < m < 1 \Rightarrow m \in (-2, 1)$$

۱۱۳. اگر $\sqrt{2} \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

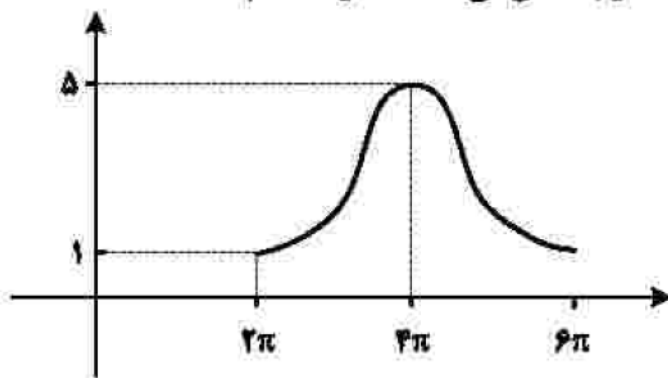
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه (۳).

$$\sqrt{2} \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin^2 x + \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{=1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow 1 - \cos^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3}$$

$$\tan^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

۱۱۴. شکل زیر، نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را در یک دوره تناوب، نشان می‌دهد. مقدار c کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) ۴
(۳) ۳
(۴) ۱

پاسخ: گزینه (۳). $2c = y_{\max} + y_{\min} = 5 + 1 \Rightarrow c = 3$

۱۱۵. تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos x - \tan^2 x = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

پاسخ: گزینه (۴).

$$\cos x - \tan^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^3 x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{1} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$

دو جواب $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

۱۱۶. اگر $\log_{\lambda}^{\lambda} = m$ باشد، حاصل $\log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}(m+1)$ (۲) $\frac{3m+1}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}(m-1)$ (۴) $\frac{3m-1}{4}$

پاسخ: گزینه (۱).

$$\log_{\lambda}^{\lambda} = m \Rightarrow \log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = m \Rightarrow \frac{1}{\lambda} \log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = m \Rightarrow \log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = 3m \Rightarrow 1 + \log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = 3m \Rightarrow 2 \log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = 3m - 1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = \frac{3m-1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = 1 + \log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = 1 + \log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = 1 + \frac{1}{\lambda} \log_{\frac{1}{\lambda}}^{\lambda} = 1 + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{3m-1}{2} = 1 + \frac{3m-1}{4} = \frac{3m+3}{4} = \frac{3}{4}(m+1)$$

۱۱۷. تابع $f(x) = a + b(\frac{1}{4})^x$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(-1) = -1$ باشد، حاصل $a - b$ چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: گزینه (۳).

همچنین $f^{-1}(-1) = -1$ است، پس $f(-1) = -1$ است:

$$\left. \begin{aligned} a + b(\frac{1}{4})^{-1} = -1 &\Rightarrow a + 2b = -1 \\ a + b &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, b = -1 \Rightarrow a - b = 2$$

۱۱۸. ۹ داده آماری را در نظر بگیرید. اختلاف هشت داده آماری از میانگین برابر ۱ یا -۱ و اختلاف یک داده از میانگین برابر صفر است. انحراف معیار این داده‌ها، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

پاسخ: گزینه (۴).

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_8 - \bar{X})^2 + (x_9 - \bar{X})^2}{9}} = \sqrt{\frac{4(1)^2 + 4(-1)^2 + 0^2}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

۱۱۹. داده‌های جمع‌آوری شده در یک مطالعه آماری اعداد طبیعی متوالی هستند. اگر به همه داده‌ها ۲ واحد بیافزاییم، اختلاف میانه و میانگین

داده‌های جدید چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ: گزینه (۱). اگر به همه داده‌ها، عدد a را اضافه کنیم، میانه و میانگین هر دو به اضافه a می‌شوند.

بین داده‌هایی شامل چند عدد طبیعی متوالی، میانه و میانگین برابر هستند

۱۲۰. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - [x^3]}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) $+\infty$

پاسخ: گزینه (۲). ابتدا توجه کنید که اگر $x \rightarrow 2^+$ آن‌گاه $[x^3] = 8$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - [x^3]} \stackrel{hop}{=} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x}{3x^2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

۱۲۱. اگر $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x-1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (4-1) \frac{\sqrt{a(x-1)^2}}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3) \frac{\sqrt{a}|x-1|}{|x-1|} = 6 \Rightarrow 3\sqrt{a} = 6 \Rightarrow a = 4$$

اکنون حاصل حد در بی نهایت را پیدا می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4(x-1)^2}}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2|x-1|}{|x-1|} = 2$$

۱۲۲. اگر $f(x) = x \left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{14}$

پاسخ: گزینه (۱).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3 = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{\frac{1}{9}} \right)^3 = \left(\frac{1}{3} \right)^3 = \frac{1}{27}$$

۱۲۳. معادله خط مماس بر نمودار $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3}$ در نقطه ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت $4y - 3x = n$ است. مقدار $m+n$ چقدر است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: گزینه (۴). ابتدا خط به معادله $4y - 3x = n$ را به شکل $y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4}$ می نویسیم که شیبش $\frac{3}{4}$ است، پس در تابع

$$f(x) = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3} \text{ داریم } f'(1) = \frac{3}{4}.$$

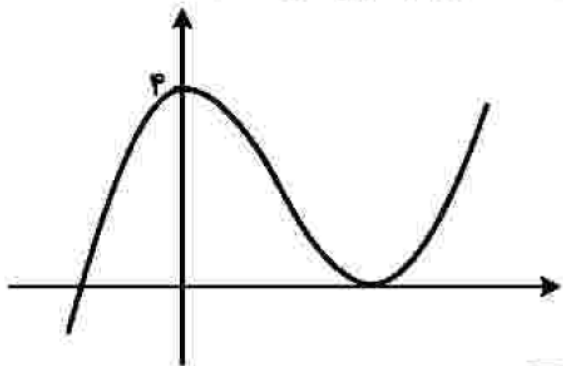
$$f(x) = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x + m)(x + 3) - (x^2 + mx + 1)}{(x + 3)^2}$$

$$f'(1) = \frac{(2 + m)(4) - (1 + m)}{(4)^2} = \frac{6 + 3m}{16} = \frac{3}{4} \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 3} \Rightarrow f(1) = 1 \Rightarrow (1, 1) \in 4y - 3x = n \Rightarrow 4 - 3 = n \Rightarrow n = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} m = 2 \\ n = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow m + n = 3$$

۱۲۴. نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. طول نقطه میانی منبسطی تابع، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۳

پاسخ: گزینه (۲).

$$f(0) = 4 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$$

همچنین تابع در $x=0$ ماکسیمم نسبی دارد:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \xrightarrow{f'(0)=0} b=0 \Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + 4$$

اکنون تابع در نقطه‌ای مینیمم نسبی دارد و در آن نقطه عرضش صفر است:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 + 2ax = 0 \Rightarrow x = 0, \frac{-2a}{3}$$

$$f\left(\frac{-2a}{3}\right) = 0 \Rightarrow \left(\frac{-2a}{3}\right)^3 + a\left(\frac{-2a}{3}\right)^2 + 4 = 0 \Rightarrow \frac{-8a^3 + 4a^3}{27} = -4 \Rightarrow a = -3$$

$$\frac{-2a}{3} = \frac{-2(-3)}{3} = 2$$

۱۲۵. از بین مخروط‌های حاصل که از دوران کامل پاره‌خط AB با اندازه $3\sqrt{3}$ حول خط L به دست می‌آیند، ارتفاع مخروطی با بیشترین حجم کدام است؟ (فقط نقطه A روی خط L واقع است)

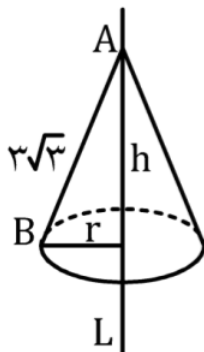
$\sqrt{3}$ (۴)

$2\sqrt{3}$ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه (۲).



$$r^2 + h^2 = (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow r^2 = 27 - h^2$$

$$V(h) = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi(27 - h^2)h}{3} = \frac{\pi}{3}(-h^3 + 27h)$$

$$V'(h) = \frac{\pi}{3}(-3h^2 + 27) \xrightarrow{V'(h)=0} h = 3$$

۱۲۶. ۷ کتاب در موضوعات مختلف که ریاضی، فیزیک و زیست هم جزو آن‌هاست، در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان ۴ کتاب را طوری

انتخاب کرد که اگر ریاضی انتخاب شود، زیست نیز انتخاب شود و اگر فیزیک انتخاب شود، زیست انتخاب نشود؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه (۳): به وضوح امکان ندارد که هم ریاضی و هم فیزیک را انتخاب کنیم. پس ۳ حالت داریم:

- ریاضی را انتخاب کنیم. پس فیزیک را انتخاب نمی‌کنیم و زیست را انتخاب می‌کنیم. پس باید دو کتاب دیگر از بین بقیه کتاب‌ها

$$\binom{4}{2} = 6 \text{ انتخاب کنیم. تعداد حالت‌ها:}$$

- فیزیک را انتخاب کنیم. پس ریاضی و زیست را انتخاب نمی‌کنیم. پس باید سه کتاب دیگر از بین بقیه کتاب‌ها انتخاب کنیم. تعداد

$$\binom{4}{3} = 4 \text{ حالت‌ها:}$$

- فیزیک و ریاضی را انتخاب کنیم. پس باید چهار کتاب دیگر از بین بقیه کتاب‌ها انتخاب کنیم. تعداد حالت‌ها: $\binom{5}{4} = 5$

پس جواب $6 + 4 + 5 = 15$ است.

۱۲۷. احتمال شیوع یک بیماری در جامعه‌ای برابر ۰/۰۸ و احتمال بهبود یافتن فرد مبتلا به این بیماری ۰/۵ است. احتمال این که فردی از این جامعه به این بیماری مبتلا شود و بهبود یابد، چند درصد است؟

- (۱) ۰/۰۲ (۲) ۰/۰۴ (۳) ۰/۰۲ (۴) ۰/۰۴

پاسخ: گزینه (۴): احتمال مطلوب برابر است با:

$$P(A) = \frac{8}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{100} = 4\%$$

۱۲۸. سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y+2x=7$ ، $AC: 4y-3x=17$ و $BC: 2y-7x=-19$ هستند. طول ارتفاع BH کدام است؟

- (۱) ۴/۴ (۲) ۳ (۳) ۲/۵ (۴) ۱

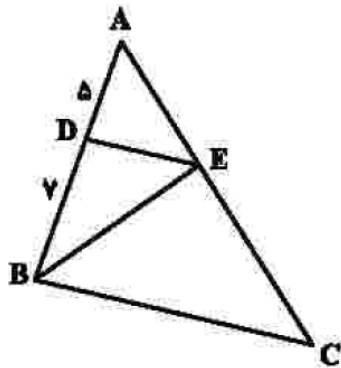
پاسخ: گزینه (۱): نقطه B محل تلاقی دو خط $AB: y+2x=7$ و $BC: 2y-7x=-19$ است. دستگاه تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} 2y-7x=-19 \\ y+2x=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=3 \\ y=1 \end{matrix} \Rightarrow B(3,1)$$

فاصله نقطه $B(3,1)$ از خط $AC: -3x+4y-17=0$ را پیدا می‌کنیم. این فاصله برابر با طول ارتفاع BH است:

$$BH = \frac{|-3(3)+4(1)-17|}{\sqrt{(-3)^2+4^2}} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$$

۱۲۹. در مثلث ABC ، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE ، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟



(۱) ۱/۵

(۲) ۱/۷

(۳) ۲/۱

(۴) ۲/۴

پاسخ: گزینه (۴):

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \left(\frac{12}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{25x} = \frac{144}{25} \Rightarrow S_{ABC} = 144x$$

همچنین نسبت مساحت BDE و ADE برابر با نسبت قاعده‌هایشان است:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{BDE}} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{25x}{S_{BDE}} = \frac{5}{12} \Rightarrow S_{BDE} = 35x$$

$$S_{BCE} = S_{ABC} - S_{ADE} - S_{BDE} = 144x - 25x - 35x = 84x$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{84x}{35x} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

۱۳۰. نقطه $(-12, 0)$ یکی از کانون‌های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است. اگر مبدأ مختصات مرکز بیضی باشد، خروج از

مرکز بیضی، چقدر است؟

(۴) ۱/۸

(۳) ۱/۴

(۲) ۰/۸

(۱) ۰/۶

عجایب کنکور

پاسخ: گزینه (۲):

$$2b=18 \Rightarrow b=9$$

$$c=12$$

$$a^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 \Rightarrow a = 15$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$