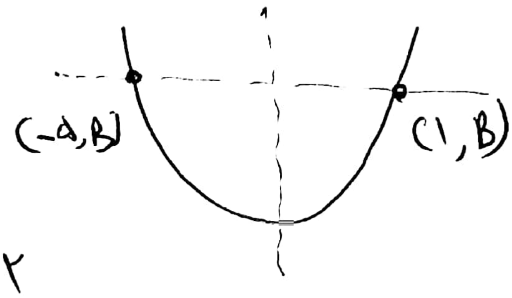
یاسین صادقی ((لابیرنت آموزشی دبیر درسی با کیفیت)) yasin sadeghi official

۱) دنباله‌ی فوق باید یک دنباله‌ی ثابت باشد لذا در دنباله‌ی ثابت $d=0$ و $r=1$ است پس $r+d=1$

---

۲) فرض کنید $ax^2+bx+c=0$ معادله‌ی سهمی باشد



$$x \text{ راس سهمی} = \frac{-5+1}{2} = -2$$

$$-\frac{b}{2a} = -2 \longrightarrow b=4a$$

طبق گفته سوال $c=\frac{3}{2}$

$$y \text{ راس سهمی} = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y \text{ راس سهمی} = -\frac{1}{2} = -\frac{\Delta}{4a} \rightarrow \Delta = 2a$$

$$\Rightarrow b^2-4ac = 2a \xrightarrow{b=4a} 16a^2-4a\left(\frac{3}{2}\right)=2a$$

$$16a^2-6a=2a \longrightarrow \underset{\text{غ ق ق}}{a=0} \;,\; \underset{\text{ق ق}}{a=\frac{1}{2}} \rightarrow b=2$$

$$\longrightarrow y=\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2} \xrightarrow{x=1} y=\frac{1}{2}(1)^2+2(1)+\frac{3}{2}=4$$

$$\boxed{B=4}$$

یاسین صادقی   دبیر ریاضی پاکدشت

(5

$3x^2 - 12x - a = 0 \longrightarrow S = 4 ,\ P = -\frac{a}{3}$

$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \longrightarrow \alpha^2 + \alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \ *$

$x = \alpha$

$3\alpha^2 - 12\alpha = a \longrightarrow \alpha^2 - 4\alpha = \frac{a}{3} = -P$

$$* \xrightarrow[\alpha^2 - 4\alpha = \frac{a}{3} = -P]{\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P} S^2 - 2P - P = 7 \xrightarrow{S = 4} 16 - 3P = 7$$

$P = 3$

$-\frac{a}{3} = 3 \rightarrow a = -9$

$$\xrightarrow[\text{اولیه}]{\text{جایگذاری در معادله}} 3x^2 - 12x + 9 = 0 \longrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$x = 3, 1$

خواسته سوال $\frac{a}{3} = -\frac{9}{3} = -3$

(6

$$\frac{(2-x)^2 + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{40}{9} \rightarrow \frac{4 - 4x + 2x^2}{(\underbrace{2x - x^2}_{t})^2} = \frac{40}{9}$$

$$\frac{4 - 2t}{t^2} = \frac{40}{9} \longrightarrow \frac{2 - t}{t^2} = \frac{20}{9} \rightarrow 20t^2 + 9t - 18 = 0$$

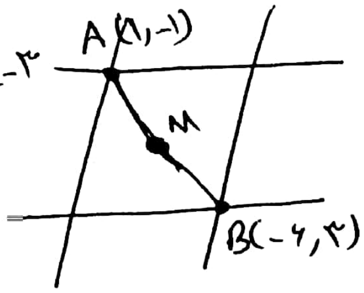
$$\longrightarrow \Delta = 1521 \longrightarrow \frac{-9 \pm \cancel{\sqrt{1521}}^{\,39}}{40} = \frac{3}{4}, -\frac{12}{10} = t$$

$$\begin{cases} -x^2 + 2x = -\frac{12}{10} \rightarrow -x^2 + 2x + \frac{12}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \\ -x^2 + 2x - \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 2 \end{cases} \xrightarrow[\text{جواب}]{} 2 + 2 = 4$$

۷) گزینه ی ۱

دقت کنید که $B(-6,3)$ روی هیچکدام از دو خط ذکر شده نیست

$l_1: x+4y=-3$



$l_2: x-3y=4$

$$\begin{cases} y=\dfrac{x-4}{3} \\ y=\dfrac{-x-3}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x-4}{3}=\frac{-x-3}{4} \rightarrow x=1 \rightarrow y=-1$$

$A(1,-1)$

$M\left(-\frac{5}{2}, 1\right)$

فاصله از خط l_1 $\rightarrow \dfrac{\left|-\frac{5}{2}+4+3\right|}{\sqrt{17}}$

فاصله از خط l_2 $\rightarrow \dfrac{\left|-\frac{5}{2}-3-4\right|}{\sqrt{10}} = \dfrac{19}{2\sqrt{10}}$

---

۸)

$f(x)=\sqrt{x}\sqrt{mx-1}$

$5y-10x=12 \xrightarrow{y=7.2} x=2.4 \rightarrow (2.4, 7.2) \in f^{-1}$

$(7.2, 2.4) \in f$

$\Rightarrow 2.4 = \sqrt{7.2}\sqrt{7.2m-1}$

$2.4 \times 2.4 = 7.2(7.2m-1)$

$0.8 = 7.2m-1 \rightarrow m=\frac{1}{4} \rightarrow f(16)=4\sqrt{3}$

گزینه ی ۲

۹)

در هر هفته ۱۲٫۵ درصد از دست می دهد و ۸۷٫۵ درصد باقی ماند یعنی $\frac{7}{8}$ ماده اولیه

باقی مانده است. از طرفی $\log_3 7 = \frac{10}{6}$, $\log_3 2 = \frac{10}{16}$ است

$$\left(\frac{7}{8}\right)^n A = \frac{1}{7} A \longrightarrow \left(\frac{7}{8}\right)^n = \frac{1}{7}$$

$$\log_3 \left(\frac{7}{8}\right)^n = \log_3 \frac{1}{7} = -\log_3 7$$

گزینه ۳ ✓

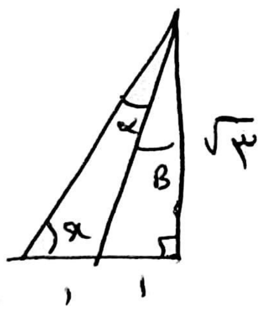
$$n\left(\log_3 7 - 3\log_3 2\right) = -\log_3 7$$

$$n\left(\frac{10}{6} - \frac{30}{16}\right) = -\frac{10}{6}$$

$$n = 8 \xrightarrow{\text{هفته}} 56 \text{ روز}$$

---

۱۰) گزینه ۴ ✓



$$\tan B = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(\alpha + B) + x = 90$$

$$\tan(\alpha + B) = \cot x$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan\alpha}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\tan\alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$1 + \sqrt{3}\tan\alpha = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}\tan\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

(۱۱

$$S = \frac{5\times 12 \times \sin\alpha}{2} = 15 \longrightarrow \sin\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6} , \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{اختلاف} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

(۱۲

$$f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1+\tan^2(cx - \frac{3\pi}{4})} = \frac{2}{a} - b\cos^2(cx - \frac{3\pi}{4})$$

برای اینکه تابع بیشترین مقدار ممکن شود باید $\cos^2(cx - \frac{3\pi}{4}) = 0$ شود

پس

$$\frac{2}{a} = 6 \longrightarrow a = \frac{1}{3}$$

برای اینکه تابع کمترین مقدار ممکن شود باید $\cos^2(cx - \frac{3\pi}{4}) = 1$ شود

پس

$$\frac{2}{\frac{1}{3}} - b = 0 \longrightarrow b = 6$$

از طرفی

$$T = \frac{\pi}{|c|} = 9\pi \xrightarrow{c>0} c = \frac{1}{9}$$

$$f(\frac{3\pi}{4}) = 6 - 6\cos^2(-\frac{2\pi}{3}) = 6 - 1{,}5 = 4{,}5$$

(۱۳

$$\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\xrightarrow{\times 2\sqrt{3}} \boxed{3\sin x - \sqrt{3}\cos x = 2}$$

از طرفی ،

$$\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \longrightarrow \sin^2(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3} \xrightarrow{\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x} \cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$$

$$\longrightarrow \cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \sin(\frac{\pi}{2} + 2x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{3}$$

$$\Longrightarrow 3\sin x - \sqrt{3}\cos x + m\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = 1 \longrightarrow 2 - \frac{m}{3} = 1 \longrightarrow m = 3$$

۱۴)

$f(2m^2-9m-2) < f(m^2-4m+4) \xrightarrow{\text{صعودی}} 2m^2-9m-2 < m^2-4m+4$

$\to m^2-5m-6<0 \to (m-6)(m+1)<0$

$-1<m<6 \xrightarrow{\text{طبیعی}} 1\leq m<6$

$\downarrow$

۵ مقدار

---

۱۵)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$$

اگر $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ باشد

پس $f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$ است

$$\frac{\frac{a}{c}}{-\frac{d}{c}} = \frac{-\frac{d}{c}}{\frac{a}{c}} \to a^2=d^2 \to a=\pm d$$

$a=d \longrightarrow \frac{ax+b}{cx+a} \to \left(\frac{a}{c}, -\frac{a}{c}\right)$

$a=-d \longrightarrow f=f^{-1} \longrightarrow$ روی خط $y=x$ است

پس گزینه ۳ جواب می‌تواند باشد

---

۱۶) گزینه ۴

$$f(x)=\begin{cases} |[-x]-x| & [x] \text{ فرد} \\ k-x+[x] & [x] \text{ زوج} \end{cases}$$

$x=2 \longrightarrow \begin{cases} 2^+ \to k-2+2=k \\ 2^- \to |-2-2|=4 \\ 2 \to k \end{cases}$ (1)

$x=-2 \longrightarrow \begin{cases} -2^+ \to k+2-2=k \\ -2^- \to |2+2|=4 \\ 2 \to k \end{cases}$ (2)

$(1),(2) \Longrightarrow k=4$

$x=1 \longrightarrow \begin{cases} 1^+ \to |-2-1|=3 \\ 1^- \to k-1 \\ 1 \to -2 \end{cases}$

برای زوج فقط برقرار است

Scanned with CamScanner

(17

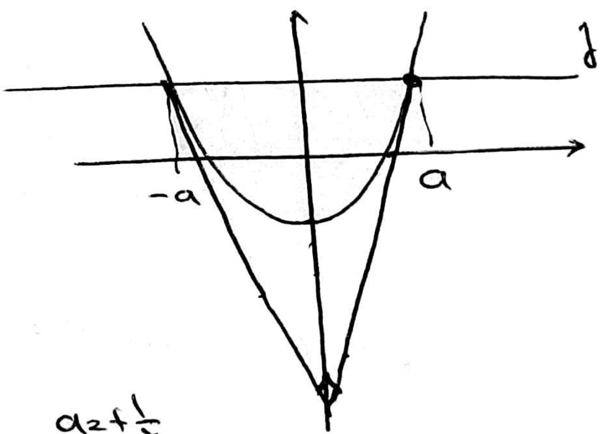
$$f(x)=\frac{5\cos x}{1-\sin x}\xrightarrow{f'(x)} f'(x)=\frac{-5\sin x(1-\sin x)+\cos x(5\cos x)}{(1-\sin x)^2}$$

$$f(x)=x\,g(x)-2x+5\rightarrow \frac{f(x)+2x-5}{x}=g(x)$$

$$\lim_{x\to 0} g(x)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+2x-5}{x}\ \underset{\frac{0}{0}\ \text{فرم}}{\overset{\text{hop}}{=}}\ \lim_{x\to 0}\frac{f'(x)+2}{1}=f'(0)+2$$

$$=+5+2=7$$

(18



$$y=x^2-1$$

$$y'=2x \begin{cases}\rightarrow 2a\\ \rightarrow -2a\end{cases}$$

$$2a\times(-2a)=-1$$

$$4a^2=1\rightarrow a=\pm\frac{1}{2}\ \xrightarrow{a=+\frac{1}{2}}\ y=\left(+\frac{1}{2}\right)^2-1=-\frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{a=-\frac{1}{2}}\ y=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-1=-\frac{3}{4}$$

$$\text{عرض}=-\frac{3}{4}$$

۱۹(

$$y = \frac{k}{2}x^3 - (k+2)x^2$$

ناحیه ۳ $\rightarrow$ $x_{\text{عطف}} < 0$ ، $y_{\text{عطف}} < 0$

$$x_{\text{عطف}} = \frac{k+2}{3\frac{k}{2}} = \frac{2(k+2)}{3k}$$

	-2		0	
$+$	0	$-$	ت.ن	$+$

$(-2, 0)$ ①

$\xrightarrow[\text{تا } y \text{ عطف بدست آید}]{x \text{ عطف را جایگذاری می‌کنیم}}$ $\frac{k}{2}\left(\frac{2(k+2)}{3k}\right)^3 - (k+2)\left(\frac{2(k+2)}{3k}\right)^2$

$$\frac{8k}{2} \times \frac{(k+2)^3}{27k^3} - \frac{(k+2) \times 4(k+2)^2}{9k^2}$$

$\xrightarrow{\times 27k^3}$ $4k(k+2)^3 - 12k(k+2)^3$

$\xrightarrow{\text{باید منفی باشد}}$ $-8k(k+2)^3 < 0$

	-2		0	
$-$	0	$+$	ت.ن	$-$

$(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ ②

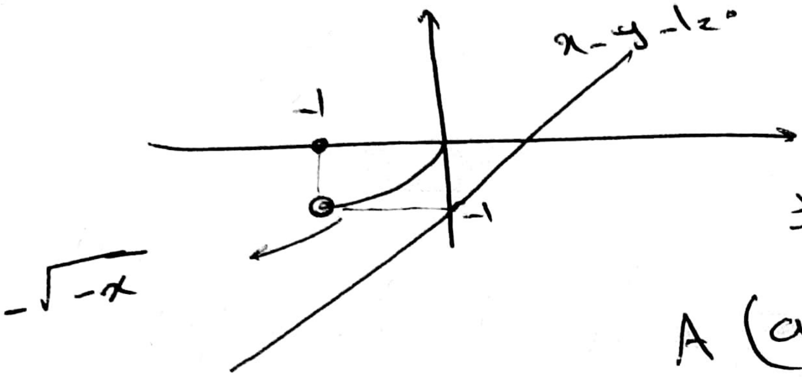
①، ② $\xRightarrow[\text{اشتراک}]{}$ $\varnothing$

۲۰)

$y = -\sqrt{-x-[x^2]}$

$-x-[x^2] \geq 0 \longrightarrow x+[x^2] \leq 0$

فقط در $[-1,0]$



نقطه ی A را روی $-\sqrt{-x}$ در نظر بگیرید

پس داریم: $A(a, -\sqrt{-a})$

فاصله نقطه A از خط برابر است با:

$$\frac{|a+\sqrt{-a}-1|}{\sqrt{2}}$$

مشتق

$$1-\frac{1}{2\sqrt{-a}}=0 \longrightarrow a=-\frac{1}{4}$$

$$\frac{\left|-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-1\right|}{\sqrt{2}}=\frac{3}{4\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$$

Scanned with CamScanner