

حل سوالات سخت ریاضی کنکور تجربی ۱۴۰۲ (خارج از کشور)

باروش های سریع تستی و مفهومی

دکتر احسان صیاد
مدرس صدا و سیما
شبکه یک و آموزش
@ehsan_sayad_math
ehsansayad.ir



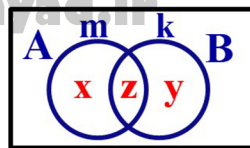
خ ۲ در یک دنباله هندسی با جمله اول a ، تسوی $2 = \frac{a_6}{a_3} + \frac{a_2}{a^2}$ برقرار است. نسبت a^2 به جمله دوم کلام می تواند باشد (۱؟) -2 (۲) 2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ ✓

$$\frac{a^2}{ar} = \frac{a}{r} = ?$$

$$\frac{ar^5}{(ar)^3} + \frac{ar}{a^2} = 2 \rightarrow \frac{r^2}{a^2} + \frac{r}{a} = 2 \xrightarrow{\frac{r}{a}=t} t^2 + t - 2 = 0$$

$$t=1 \rightarrow \frac{r}{a}=1 \quad t=-2 \rightarrow \frac{r}{a}=-2 \rightarrow \frac{a}{r}=-\frac{1}{2}$$

خ ۲ مجموعه های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m-k=5$ و تعداد اعضای مجموعه $A \cup B$ برابر (۱) باشد، کمترین مقدر ممکن برای m کلام است؟ (۱) 6 (۲) 7 (۳) 8 ✓ (۴) 9



$$\text{Min}(x+z) = ?$$

$$(x+z) - (z+y) = 5 \rightarrow x - y = 5$$

$$x + y + z = 11$$

$$\rightarrow 2x + z = 16$$

$$\text{Min: } z=0 \rightarrow x=8$$

خ ۲ اگر $\{x > 1\} \subset A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4 \log_x 32}} \right\}$ باشد، بزرگ ترین عضو مجموعه A کلام است (۱؟) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$ ✓

$$A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_8 x + \frac{4}{3} \log_x 32}} \xrightarrow{\log_8 x = t} s = \frac{1}{3} \left(t + \frac{4}{t} \right) \rightarrow s' = 0$$

$$1 - \frac{4}{t^2} = 0 \rightarrow t = \pm 2 \quad \log_8 x = -2 \rightarrow x = \frac{1}{4} \quad x > 1$$

$$\log_8 x = 2 \rightarrow x = 4$$

خ ۲ اگر $\{x > 1\} \subset A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4 \log_x 32}} \right\}$ باشد، بزرگ ترین عضو مجموعه A کلام است (۱؟) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$ ✓ روش سوم:

$$A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_8 x + \frac{4}{3} \log_x 32}}$$

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\frac{1}{3} \log_8 x + \frac{4}{3} \log_x 32 \geq 2\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{4}{3} \rightarrow A = \frac{1}{2}$$

خ ۲ در یک دنباله هندسی با جمله اول a ، تسوی $2 = \frac{a_6}{a_3} + \frac{a_2}{a^2}$ به جمله دوم کلام می تواند باشد (۱؟) -2 (۲) 2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ ✓ روش دوم:

$$\frac{a^2}{ar} = \frac{a}{r} = ? \rightarrow \frac{1}{r} = ?$$

$$\frac{ar^5}{(ar)^3} + \frac{ar}{a^2} = 2 \rightarrow \frac{r^2}{a^2} + \frac{r}{a} = 2 \xrightarrow{a=1} r^2 + r - 2 = 0$$

$$r=1 \rightarrow \frac{1}{r}=1 \quad r=-2 \rightarrow \frac{1}{r}=-\frac{1}{2}$$

خ ۲ اگر $\{x > 1\} \subset A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4 \log_x 32}} \right\}$ باشد، بزرگ ترین عضو مجموعه A کلام است (۱؟) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$ ✓ روش دوم:

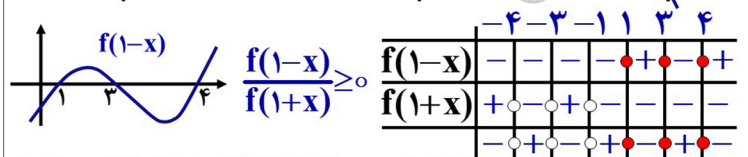
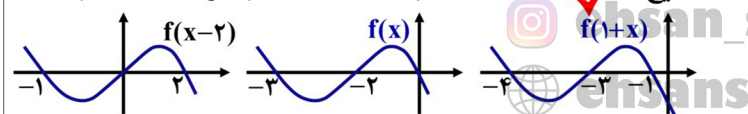
$$a+b = \text{ثابت} \quad \max(a \times b) = ? \rightarrow a=b$$

$$a \times b = \text{ثابت} \quad \min(a+b) = ? \rightarrow a=b$$

$$a \times b = \frac{4}{9} \quad \min\{a+b\} \rightarrow a=b \rightarrow \log_8 x = 4 \log_x 32$$

$$(\log_8 x)^2 = 4 \rightarrow \log_8 x = \pm 2 \quad x = \frac{1}{4} \quad x > 1 \quad x = 4 \rightarrow A = \frac{1}{2}$$

خ ۲ شکل زیر، نمودار $f(x-2)$ را نشان می دهد. دامنه تابع $g(x) = \frac{f(1-x)}{f(x+1)}$ شامل چند عدد صحیح است (۱؟) 4 (۲) 3 (۳) 2 (۴) 1 ✓



$$(-4, -3) \cup (-1, 1] \cup [3, 4) \rightarrow 0, 1, 3, 4$$

خ ۲ حداقل چند عضوز مجموعه $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{30}{1+|y|}\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد (۱؟) 7 (۲) 6 (۳) 5 (۴) 4 ✓

- $y=0 \rightarrow x=30$
- $y=\pm 1 \rightarrow x=15$
- $y=\pm 2 \rightarrow x=10$
- $y=\pm 3 \rightarrow x=7$
- $y=\pm 4 \rightarrow x=6$
- $y=\pm 5 \rightarrow x=5$
- $y=\pm 6 \rightarrow x=4$
- $y=\pm 7 \rightarrow x=3$
- $y=\pm 8 \rightarrow x=2$
- $y=\pm 9 \rightarrow x=1$

$$f = \{(30, 0), (15, \pm 1), (10, \pm 2), (6, \pm 3), (5, \pm 4), (3, \pm 9)\}$$

خ.۲ از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می شود. مجذور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟ (۱؟)

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \frac{2}{1+\sqrt{5}} \quad \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \frac{2}{3+\sqrt{5}}$$

$y = \frac{d}{x}$
 $\frac{d}{x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \rightarrow d = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)x$
 $\left(\frac{x}{y}\right)^2 = ?$
 $x^2 + y^2 = d^2 \rightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)x^2$
 $y^2 = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} - 1\right)x^2 \rightarrow y^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)x^2 \rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{2}{1+\sqrt{5}}$

خ.۲ اگر $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $f(f(x)) < f(2-3x)$ کدام است؟ (۱؟)

$f(x) > 2-3x$
 $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x > \left(\frac{1}{2}\right)^{2-3x} - \sqrt{2-3x}$
 $\log_{\frac{1}{5}} x > 0$
 $x < \frac{1}{5} \rightarrow x < 1 \xrightarrow{D: x > 0} 0 < x < 1$

خ.۲ اگر $\log_3 = \frac{1}{4}$ و $\log_2 = \frac{1}{3}$ باشد، اختلاف ریشه های معادله $(\log_{\frac{5}{3}})x^2 + (\log_9)x - \log_5 = 0$ چقدر است؟ (۱؟)

$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{s^2 - 4p}}{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{\frac{16}{9} + \frac{44}{3}}}{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{\frac{196}{9}}}{\frac{1}{3}} = \frac{14}{3}$
 $s = \frac{-\log_9}{\log_{\frac{5}{3}}} = \frac{2 \log_3}{\log_5 - \log_3} = \frac{0/8}{0/7 - 0/4} = -\frac{8}{3}$
 $p = \frac{-\log_5}{\log_{\frac{5}{3}}} = \frac{0/4 + 0/7}{0/3} = -\frac{11}{3}$

خ.۲ اگر $\log_3 = \frac{1}{4}$ و $\log_2 = \frac{1}{3}$ باشد، اختلاف ریشه های معادله $\sin^3 x - \cos^3 x = 4$ اگر $\tan x + \cot x = 4$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^2 x} = 4 \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4}$

$(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)$
 $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin^2 x = \frac{3}{4}$
 $\sin x - \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

خ.۲ اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = f([x - f(x)])$ باشد، $f \circ g$ کدام است؟

$f(4) = 4 + 4 = 8$
 $g(4) = f([4 - 4]) = f(0) = 0 + 0 = 0$
 $f \circ g(4) = f(0) = 0$

خ.۲ ریشه های معادله $x^2 - (a+1)x + a = 0$ دو عدد فرد متوالی طبیعی و ریشه های معادله $x^2 - (3a+1)x + b = 0$ دو عدد زوج متوالی است. اختلاف حاصل ضرب ریشه های دو معادله کدام است؟ (۱؟)

$x = a = 3 \rightarrow x^2 - 10x + b = 0 \rightarrow s = 10 \rightarrow x = 4, 6$
 $6 \times 4 - 3 \times 1 = 21$
 $\alpha, \alpha + 2$
 $s: 2\alpha + 2 = a + 1 \rightarrow \alpha = \pm 1 \rightarrow \alpha = 1, 3$
 $p: \alpha^2 + 2\alpha = a$
 $\beta, \beta + 2$
 $s: 2\beta + 2 = 10 \rightarrow \beta = 4 \rightarrow \beta = 6$

خ.۲ اگر $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x$ باشد، اختلاف ریشه های معادله $f(f(x)) < f(2-3x)$ کدام است؟ (۱؟)

$f(x) > 2-3x$
 $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x > \left(\frac{1}{2}\right)^{2-3x} - \sqrt{2-3x}$
 $\log_{\frac{1}{5}} x > 0$
 $x < \frac{1}{5} \rightarrow x < 1 \xrightarrow{D: x > 0} 0 < x < 1$

خ.۲ اگر $\log_3 = \frac{1}{4}$ و $\log_2 = \frac{1}{3}$ باشد، اختلاف ریشه های معادله $(\log_{\frac{5}{3}})x^2 + (\log_9)x - \log_5 = 0$ چقدر است؟ (۱؟)

$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{s^2 - 4p}}{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{\frac{196}{9}}}{\frac{1}{3}} = \frac{14}{3}$
 $s = \frac{-\log_9}{\log_{\frac{5}{3}}} = \frac{2 \log_3}{\log_5 - \log_3} = \frac{0/8}{0/7 - 0/4} = -\frac{8}{3}$
 $p = \frac{-\log_5}{\log_{\frac{5}{3}}} = \frac{0/4 + 0/7}{0/3} = -\frac{11}{3}$

خ.۲ اگر $\log_3 = \frac{1}{4}$ و $\log_2 = \frac{1}{3}$ باشد، اختلاف ریشه های معادله $\sin^3 x - \cos^3 x = 4$ اگر $\tan x + \cot x = 4$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^2 x} = 4 \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4}$

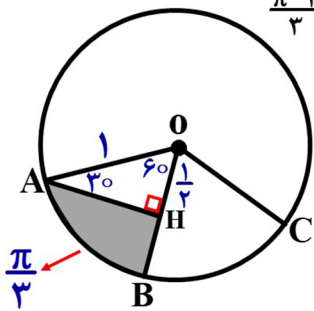
$(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)$
 $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin^2 x = \frac{3}{4}$
 $\sin x - \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

خ.۲ اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = f([x - f(x)])$ باشد، $f \circ g$ کدام است؟

$f(4) = 4 + 4 = 8$
 $g(4) = f([4 - 4]) = f(0) = 0 + 0 = 0$
 $f \circ g(4) = f(0) = 0$

خ.۲ مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به محیط 2π و AH عمود منصف OB است. محیط قسمت

هائوسور خورده چقدر از محیط مثلث OAH بزرگ تر است؟
 $\frac{\pi-3}{3}$ (۴) $\frac{\pi-1}{6}$ (۳) $\frac{2\pi-3}{6}$ (۲) $\frac{2\pi-1}{3}$ (۱)



$$2\pi r = 2\pi \rightarrow r = 1$$

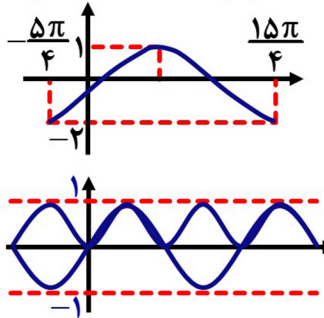
$$\frac{\pi}{3} - 1 = \frac{\pi-3}{3}$$

$$\frac{1}{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)} \sin 2x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x - \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{(-\frac{1}{\sqrt{2}})(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}})} = \frac{1}{(-\frac{1}{\sqrt{2}})(\frac{3}{2})} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} = -\frac{4\sqrt{2}}{6} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

خ.۲ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin^2(\frac{\pi}{4} - bx) + c$ در یک بازه تنلوب را نشان می‌دهد. مقلر ab کدام است (۱؟) $-\frac{3}{3}$ (۲) $\frac{3}{3}$ (۳) $-\frac{3}{6}$ (۴) $\frac{3}{6}$ (۵)



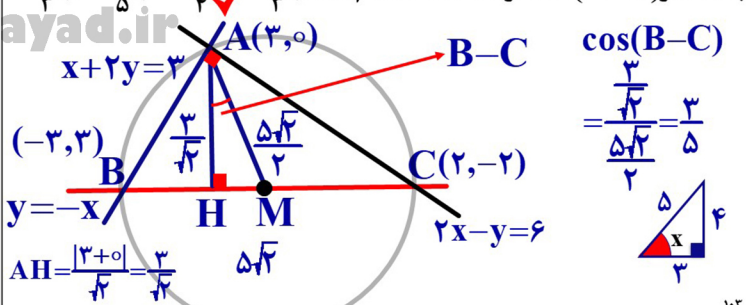
$$\frac{\pi}{b} = \frac{15\pi}{4} - \frac{5\pi}{4} = \frac{10\pi}{4} \rightarrow b = \frac{1}{5}$$

$$a = 3 \quad c = -2$$

$$y = 3 \sin^2(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{5}x) - 2$$

$$ab = -\frac{3}{6}$$

خ.۲ خطوط $x+2y=3$ و $x+ay=6$ یکدیگر را در نقطه A قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه دوم واقع در نقاط B و C قطع می‌کند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه دوم واقع باشد، مقلر $\cot(B-C)$ در مثلث ABC کدام است (۱؟) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۵)



خ.۲ اگر اختلاف جواب‌های غیر صفر معادله $\cot(\frac{\pi+4x}{2}) = \cos(\frac{\pi+8x}{2})$ در بازه $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ برابر α باشد، مقلر $\cos(3\alpha)$ کدام است (۱؟) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۵)

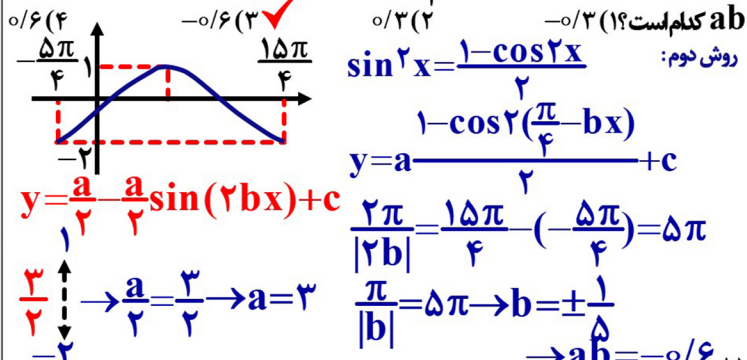
$$-\tan 2x = -\sin 4x \rightarrow \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$\sin 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$

$$\cos^2 2x = \frac{1}{2} \rightarrow \cos 2x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$2x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

خ.۲ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin^2(\frac{\pi}{4} - bx) + c$ در یک بازه تنلوب را نشان می‌دهد. مقلر ab کدام است (۱؟) $-\frac{3}{3}$ (۲) $\frac{3}{3}$ (۳) $-\frac{3}{6}$ (۴) $\frac{3}{6}$ (۵)



$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

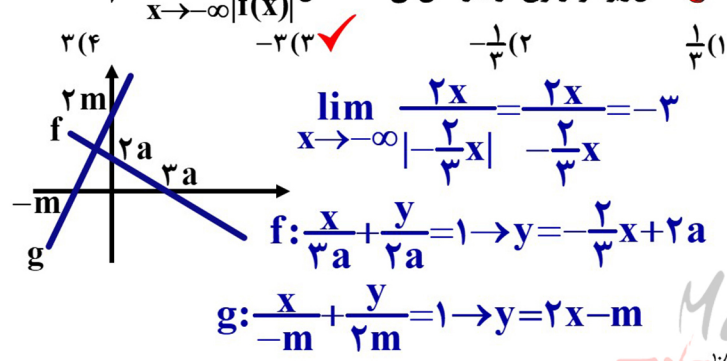
$$y = a \frac{1 - \cos 2(\frac{\pi}{4} - bx)}{2} + c$$

$$\frac{2\pi}{|2b|} = \frac{15\pi}{4} - \frac{5\pi}{4} = \frac{10\pi}{4} \rightarrow b = \pm \frac{1}{5}$$

$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{10\pi}{4} \rightarrow b = \pm \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow ab = -\frac{3}{6}$$

خ.۲ شکل زیر، نمودار توابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{f(x)}$ کدام است؟ $\frac{1}{3}$ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{6x^2 + 6x + 3}}{|2x^3 + a^2|} = \frac{\sqrt{6(x^2 + x + \frac{1}{2})}}{|2x^3 + a^2|} = \frac{\sqrt{6}|x + \frac{1}{2}|}{|2x^3 + a^2|}$$

$$2a^3 + a^2 = 0 \rightarrow a^2(2a + 1) = 0 \rightarrow a = 0 \rightarrow \frac{0}{0}$$

$$a = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{6}|x + \frac{1}{2}|}{|2x^3 + \frac{1}{4}|} \xrightarrow{H} \frac{\sqrt{6}(x + \frac{1}{2})}{2x^3 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{6x^2} \xrightarrow{x = -\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{6}}{6 \times \frac{1}{4}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{2 \tan b}{f(-\frac{1}{2})} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \rightarrow \tan b = \frac{\sqrt{6}}{3} \rightarrow b = \frac{\pi}{6}$$

خ.۲ مقلر غیر صفر حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2-\sqrt{x}} - b}{ax+b}$ کدام است (۱؟) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{3}$ (۵)

$$\frac{0}{0} \rightarrow a+b = 0 \rightarrow b = -a$$

$$\frac{b \times \frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{x}}} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{x}}}{a} = \frac{-a \times \frac{1}{2}}{a} = \frac{1}{6}$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{6x^2 + (m+3)x + \frac{m}{2}} & x \neq a \\ |2x^3 + (m-3)x^2 + a^2| & x = a \end{cases}$$

$$\frac{2 \tan b}{f(-\frac{1}{2})} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \rightarrow \tan b = \frac{\sqrt{6}}{3} \rightarrow b = \frac{\pi}{6}$$

$$(m+3)^2 - 4 \times 6 \times \frac{m}{2} \leq 0$$

$$m^2 + 6m + 9 - 12m \leq 0 \rightarrow m^2 - 6m + 9 \leq 0$$

$$(m-3)^2 \leq 0 \rightarrow m = 3$$

خ.۲ در شکل زیر، یکی از اضلاع قائمه مثلث بزرگ نصف دیگری است. اگر مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم باشد، نسبت طول به عرض مستطیل کدام است (۱)؟

$x = \sqrt{a} - 2y - \frac{y}{2} \rightarrow x = \sqrt{a} - \frac{5y}{2}$
 $s = xy = (\sqrt{a} - \frac{5y}{2})y$
 $s' = (\sqrt{a} - 5y) = 0 \rightarrow \sqrt{a} - 5y = 0$
 $y = \frac{\sqrt{a}}{5}$
 $x = \frac{\sqrt{a} - \frac{5y}{2}}{1} = \frac{\sqrt{a} - \frac{5 \cdot \frac{\sqrt{a}}{5}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{a} - \frac{\sqrt{a}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{a}}{2}$
 $\frac{x}{y} = \frac{\frac{\sqrt{a}}{2}}{\frac{\sqrt{a}}{5}} = \frac{5}{2}$

خ.۲ چند عدد چهارده رقمی با رقم ۷ و ۸ می توان نوشت به طوری که مضرب ۶ بوده و از هر دو طرف (سمت چپ و راست) یکسان خوانده شوند (۱)؟

۷(۴) عدد
 ۶(۳) عدد
 ۲۲(۲) عدد
 ۲۱(۱) عدد

بخش پذیر بر ۳

$(n \times 8) + (12 - n) \times 7 + 16 = n + 100$
 $n = 2, 5, 8, 11 \rightarrow n = 2, 8$

$\frac{6!}{5!} = 6$
 $\frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$

خ.۲ یک سکه را آقدر پرتاب می کنیم تا برای m بار «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً n بار پرتاب لازم شود، $\frac{m}{m+3}$ برابر احتمال آن است که در n پرتاب m بار سکه «رو» بیاید. کدام مورد می تواند n m باشد (۱)؟

۳۵(۴)
 ۴۰(۳)
 ۴۵(۲)
 ۵۰(۱)

$n = m + 3 \rightarrow nm = m(m+3) \rightarrow m = 5 \rightarrow 40$
 به m عدد می دهیم

خ.۲ نقاط $A(x, y)$ ، $B(-1-x, y-3)$ ، $C(0, -3)$ و $D(-4, 0)$ رؤس یک مستطیل هستند. اگر رئس های A و B مجاور باشند، مساحت مستطیل کدام است؟

۱۲/۵(۴)
 ۱۵(۳)
 ۱۵/۵(۲)
 ۱۲(۱)

$B(-1-x, y-3)$ $A(x, y)$
 $C(0, -3)$ $D(-4, 0)$

$-1-x-4 = x \rightarrow x = -\frac{5}{2}$
 $y-3 = y-3$
 $AB \parallel CD: \frac{3}{2x+1} = \frac{3}{-4} \rightarrow x = -\frac{5}{2}$
 $AB \perp AD: \frac{3}{2x+1} \times \frac{y}{x+4} = -1 \rightarrow y = -2$
 $CD = 5, AD = \frac{5}{2} \rightarrow s = 5 \times \frac{5}{2} = 12\frac{1}{2}$

خ.۲ در شکل زیر، AB || CE و AC || ED است. اندازه ED چقدر است؟

۳√۵(۴)
 ۲√۷(۳)
 √۳۳(۲)
 √۲۹(۱)

$\Delta AFC:$
 $AC^2 = 4^2 + 8^2 - 2 \times 4 \times 8 \times \cos 120^\circ$
 $AC^2 = 112 \rightarrow AC = 4\sqrt{7} \rightarrow x = 2\sqrt{7}$

خ.۲ اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^5 + |x^5|}$ باشد، مقدر $f'(g(\frac{5\sqrt{3}}{4}))$ و $f'(g(\frac{5\sqrt{3}}{4}))$ کدام است (۱)؟

۱(۴)
 -۱(۳)
 -1/3(۲)
 1/3(۱)

$x > 0 \rightarrow g(x) = \frac{1}{2x^5}$
 $x < 0 \rightarrow g(x) = x$

$x > 0 \rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} \rightarrow f(g(x)) = -x \rightarrow (f \circ g)' = -1$

خ.۲ در یک دسته ۷ تایی از اعداد طبیعی متوالی (دسته اول)، اجزای معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچک ترین عدد دسته را حذف نموده و عدد طبیعی دیگری را اضافه می کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته های مختلف را تا جایی می دهیم که میانگین دسته آخر، مکعب اجزای معیار باشد. اختلاف کوچک ترین عضو دسته اول و دسته آخر، کدام است؟

۷(۴)
 ۶(۳)
 ۴(۲)
 ۳(۱)

دسته اول: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)
 دسته آخر: (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)

$\sigma^2 = \frac{7^2 - 1}{12} \times 12 = 4 \rightarrow \sigma = 2 \rightarrow \bar{x} = 4$
 $\rightarrow 5 - 1 = 4$
 دسته آخر: $\bar{x} = \sigma^3 = 8$

خ.۲ احتمال اینکه پارسا یکی از سه رشته A، B و C را در دانشگاه انتخاب کند، به ترتیب ۵/۴، ۵/۲ و ۵/۳ است. اگر او یکی از سه رشته A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال ۵/۲، ۵/۳ و ۵/۴ می شود. پارسا با کدام احتمال در رشته مورد علاقه اش پذیرفته می شود (۱)؟

۳۵(۴)
 ۴۰(۳)
 ۴۵(۲)
 ۵۰(۱)

$n = m + 3$
 $\rightarrow p r r p p r \rightarrow \frac{5!}{2!3!}$
 $\rightarrow p r r r p p \rightarrow \frac{5!}{2!3!} \rightarrow \frac{n!}{(n-m)!m!}$

خ.۲ احتمال اینکه پارسا یکی از سه رشته A، B و C را در دانشگاه انتخاب کند، به ترتیب ۵/۴، ۵/۲ و ۵/۳ است. اگر او یکی از سه رشته A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال ۵/۲، ۵/۳ و ۵/۴ می شود. پارسا با کدام احتمال در رشته مورد علاقه اش پذیرفته می شود (۱)؟

۵/۴۵(۴)
 ۵/۱۹۵(۳)
 ۵/۲۴۴(۲)
 ۵/۲۴۵(۱)

$A \rightarrow 5/45 \rightarrow 5/2$
 $B \rightarrow 5/2 \rightarrow 5/25$
 $C \rightarrow 5/35 \rightarrow 5/3$

$5/45 \times 5/2 + 5/2 \times 5/25 + 5/35 \times 5/3$
 $5/9 + 5/5 + 5/105 = 5/245$

خ.۲ در لوزی شکل زیر، E وسط ضلع CD است. اگر قطر بزرگ لوزی ۳ برابر قطر کوچک باشد، طول EF چند برابر AB است (۱)؟

1/10(۴)
 1/5(۳)
 1/5(۲)
 1/10(۱)

$(y)^2 + (3y)^2 = (2x)^2 \rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2}y$
 $AF = \sqrt{7}y \rightarrow EF = \frac{\sqrt{7}}{2}y$
 $\frac{EF}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{2}y}{2 \times \frac{\sqrt{10}}{2}y} = \frac{\sqrt{7}}{10}$

۲۰۲ (خ) نقطه های M و N به ترتیب روی دو دایره متقاطع $x^2 + y^2 - 2x + 2y = a$ و $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 6a = 0$ قرار دارند. اگر بیشترین فاصله M و N برابر ۸ باشد، مقدار a کدام است؟ (۱؟)

۱(۴) ۱/۵(۳) ۲(۲) ✓ ۲/۵(۱؟)

$O(1, -1)$
 $R = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + 4^2 + 4a} = \sqrt{2+a}$
 $O'(-2, 3)$
 $R' = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + 6^2 - 24a} = \sqrt{3-6a}$
 $OO' = \sqrt{(1+2)^2 + (-1-3)^2} = 5$
 $MN: \sqrt{2+a} + \sqrt{3-6a} + 5 = 8 \rightarrow a = 2$

 ehsan_sayad_math

 ehsansayad.ir