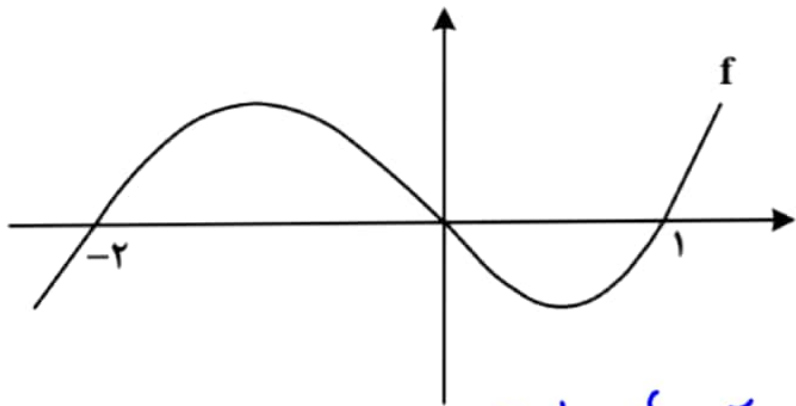


۱۱۱- نمودار زیر، تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(x+2)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



$$f(x) = 0 \rightarrow x = -2, 0, 1$$

$$f(x+2) = 0 \rightarrow x+2 = -2, 0, 1$$

$$\rightarrow x = -4, -2, -1$$

۳ (۱)

۶ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

| x | -4 | -2 | -1 | 0 | 1 |
|------|----|----|----|---|---|
| Sign | + | - | - | + | - |

$\Rightarrow -2, 0, 1$

۱۱۲ - اگر $f(x) = 2[x] - x$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، $\text{gof}(-\frac{5}{3})$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) -۶

(۲) -۴

(۱) ۴

صیح $\rightarrow g(x) = [x + f(x)]$
 $= [2[x]] = 2[x]$

$$g\left(f\left(-\frac{5}{3}\right)\right) = g\left(2\left(-\frac{5}{3}\right) + \frac{5}{3}\right) = g\left(-\frac{5}{3}\right) = 2 \times \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{10}{3}$$

۱۱۳- نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت.

نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

$$0,4(1+\sqrt{5}) \quad (4)$$

$$0,6+0,2\sqrt{5} \quad (3)$$

$$0,2(1+\sqrt{5}) \quad (2)$$

$$0,3+\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\text{نسبت طلایی} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \rightarrow \frac{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2,5} = 0,4(1+\sqrt{5})$$

۱۱۴- ریشه‌های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4} \right]$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) -۲

(۲) -۳

(۱) -۴

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1 \rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-a}{2a} + 1 = \frac{1}{2} \rightarrow a = 1$$

$$\rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow \alpha', \beta' = -2, \frac{3}{2} \rightarrow \alpha, \beta = -\frac{3}{2}, 2$$

$$\rightarrow \frac{b}{2} = \alpha\beta = -3 \rightarrow b = -6$$

$$\left[\frac{ab}{4} \right] = \left[\frac{-6}{4} \right] = -\frac{3}{2}$$

۱۱۵- اگر $f(x) = (x + \log x)^5$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $(f \circ f)(x) < f(x^5)$ کدام است؟

(۴) $(1, +\infty)$

(۳) $(5, +\infty)$

(۲) $(0, 1)$

(۱) $(0, 5)$

کلیتاً صعودی ✓

$$f(f(n)) < f(n^5) \rightarrow f(n) < n^5 \rightarrow (n + \log n)^5 < n^5 \rightarrow n + \log n < n$$

$$\rightarrow \log n < 0 \rightarrow n \in (0, 1)$$

۱۱۶- صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت

این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟

$$-\frac{1}{2} \quad \frac{m}{2} \quad -\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{4}$$

$$2x^2 - (m+2)x + m = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \lambda = 1, \frac{m}{2}$$

محور عرض: $y(0) = m \rightarrow S = \frac{1}{2} \left| m \left(\frac{m}{2} - 1 \right) \right|$

$$\rightarrow \left| m \left(\frac{m}{2} - 1 \right) \right| = \frac{3}{2} \rightarrow |m(m-2)| = 3 \begin{cases} m = -1 \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \checkmark \\ m = 3 \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

۱۱۷ - تابع $f(x) = \begin{cases} 2-3x & 2x+3 \leq 0 \\ 2+2mx-x^2 & 2x+3 > 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای

مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-1}(-19)$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

فاصله اول: $R_1 = [\frac{13}{2}, +\infty)$

فاصله دوم: $-x^2 + 2mx + 2 = -(x-m)^2 + m^2 + 2$

باید رأس سهم $(x=m)$ داخل بازه $x > -\frac{3}{2}$ نباشد، پس

$m \leq -\frac{3}{2} \xrightarrow{m^2+2 < \frac{13}{2}} m = -2 \rightarrow y_r = -(x+2)^2 + 4$

$f^{-1}(-19) \rightarrow -(x+2)^2 + 4 = -19 \rightarrow (x+2)^2 = 23 \xrightarrow{x > -\frac{3}{2}} x = 3$

۱۱۸ - اگر $\log 2 \approx 0,3$ و $\log 3 \approx 0,4$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $x^2(\log 30) + 2x(\log 6) - \log \frac{5}{6} = 0$ چقدر

۱ (۴)

۱,۴ (۳)

۰,۵ (۲)

است؟
۰,۷ (۱)

$$\rightarrow (\log 8 + \log 6)x^2 + (2 \log 6)x + (\log 6 - \log 5) = 0$$

$$\log 6 = \log 2 + \log 3 \approx 0,7$$

$$\log 5 = 1 - \log 2 \approx 0,7$$

$$\frac{a+c=b}{a+c=b} \rightarrow x = -1, \frac{\log 8 - \log 6}{\log 8 + \log 6} \approx 0$$

$$\rightarrow \text{تفاضل} \approx |-1 - 0| = 1$$

۱۱۹ - اگر $\tan x + \cot x = -3$ و $3\pi < 4x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos^3 x + \sin^3 x}$ کدام است؟

$0,5\sqrt{6}$ (۴)

$-0,75\sqrt{3}$ (۳)

$0,75\sqrt{3}$ (۲)

$-0,5\sqrt{6}$ (۱)

$$\frac{\sin \lambda}{\cos \lambda} + \frac{\cos \lambda}{\sin \lambda} = -3 \rightarrow \sin \lambda \cdot \cos \lambda = \frac{-1}{3}$$

$$\rightarrow 2 \sin \lambda \cdot \cos \lambda = \frac{-2}{3} \rightarrow (\sin \lambda + \cos \lambda)^2 = 1 + 2 \sin \lambda \cdot \cos \lambda = \frac{1}{3}$$

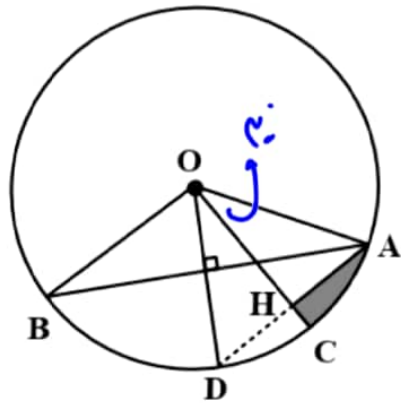
$$\frac{3\pi}{4} < \lambda < \pi \rightarrow \sin \lambda + \cos \lambda = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sin^3 \lambda + \cos^3 \lambda} = \frac{1}{(\sin \lambda + \cos \lambda)(1 - \sin \lambda \cos \lambda)} = \frac{-\sqrt{3}}{\frac{1}{3}} = -0,75\sqrt{3}$$

۱۲۰- مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به مساحت π ، $\widehat{AOB} = 120^\circ$ و OH عمود منصف AD است. اختلاف محیط مثلث

AOH و محیط قسمت سایه زده شده کدام است؟

$$R=1$$



$$\left. \begin{aligned} |OA| = 1, |OH| = \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \\ |\widehat{AC}| = \frac{2\pi}{3}, |HC| = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

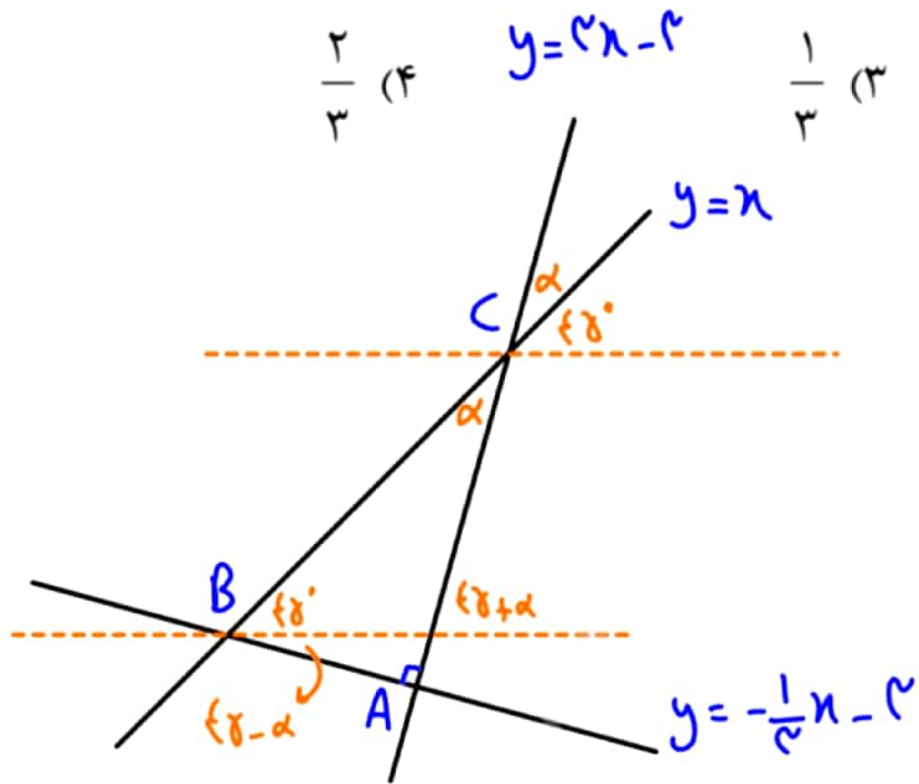
$$\sqrt{2} - \frac{\pi}{6} \quad (2)$$

$$\pi - \sqrt{3} \quad (3)$$

$$\pi - \sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} - \frac{\pi}{6}$$

۱۲۱- خطوط $ax - y = 3$ و $3y + x = -9$ ، یکدیگر را در نقطه A و خط $y - x = 0$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC، مقدار $\tan(B - C)$ کدام است؟



چون مرکز روی BC قرار دارد، پس $\hat{A} = 90^\circ$.

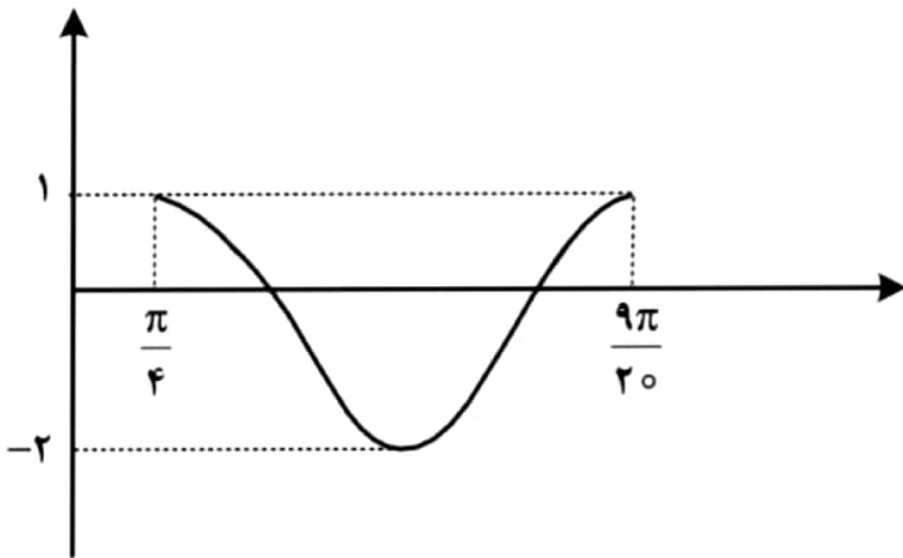
$$\tan(\delta + \alpha) = \frac{2}{3} \rightarrow \tan(90^\circ + 2\alpha) = \frac{2 \times \frac{2}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{-\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} = -\frac{12}{5}$$

$$\rightarrow -\cot 2\alpha = -\frac{12}{5} \rightarrow \cot 2\alpha = \frac{12}{5}$$

$$\hat{B} - \hat{C} = 90^\circ - \alpha - \alpha = 90^\circ - 2\alpha$$

$$\rightarrow \tan(\hat{B} - \hat{C}) = \cot 2\alpha = \frac{12}{5}$$

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a \cos^2\left(bx - \frac{\pi}{4}\right) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



$$\frac{\pi}{b} = \frac{9\pi}{20} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{5} \rightarrow b = 5 \quad 15 \text{ (1)}$$

$$-15 \text{ (2)}$$

$$\left. \begin{array}{l} a + c = 1 \\ c + c = -2 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} a = 3 \\ c = -2 \end{array}$$

$$7,5 \text{ (3)}$$

$$-7,5 \text{ (4)}$$

$$ab = 15$$

۱۲۳- اگر اختلاف جواب‌های معادله $\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = 0$ در بازه $[0, \pi]$ برابر α باشد، مقدار $\tan(2\alpha)$

کدام است؟

$$\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = 0$$

$\sin(\frac{\pi}{2} + 2x) = \cos 2x$ $\cos(\frac{\pi}{2} + 4x) = -\sin 4x$

$-\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

$$\rightarrow \sin 4x = \cos 2x \rightarrow 2 \sin 2x \cdot \cos 2x = \cos 2x \xrightarrow{\cos 2x \neq 0} \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{[0, \pi]} 2x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan \alpha = -\sqrt{3}$$

۱۲۴ - مقدار غیر صفر حد $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}} - 2b}{ax - b}$ کدام است؟

$$\frac{1}{24} \quad (۴)$$

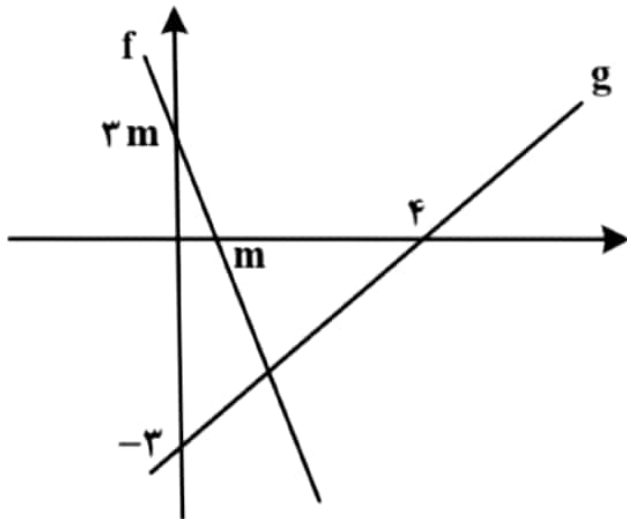
$$\frac{1}{48} \quad (۳)$$

$$16 \quad \frac{1}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{12} \quad (۱)$$

$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2+\sqrt{n}} - 2}{\frac{n}{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{n}} + 2}{2+2} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{n} - 2}{\frac{n}{2} - 2} \times \frac{\sqrt{2^2+2\sqrt{n}} + 2^2}{2+2+2} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{n-1}{4n-4} = \frac{1}{4}$$

۱۲۵- شکل زیر، نمودار تابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$ کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-2x|}{\frac{2}{4}x} = \frac{-2x}{\frac{2}{4}x} = -4$$

-۳ (۱)

۳ (۲)

-۴ (۳)

۴ (۴)

صورت باید ریشه مضاعف زیر را یکبار باشد

$$\rightarrow m - 4 = 2 \rightarrow m = 7$$

$f(x)$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، مقدار b کدام می تواند باشد؟

خروج: $\lambda = a \rightarrow a = -1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + (m-1)x + (m-4)}}{|x^2 + ((m-7)x + a)^2|} & x \neq a \\ \frac{2 \sin b}{2\sqrt{x+2}} & x = a \end{cases}$$

-۱۲۶ اگر تابع

$(\lambda+1)(2\lambda+m-4)$

$\lambda^2 + a^2$

$$\frac{5\pi}{6} \quad (4)$$

$$\frac{5\pi}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$\text{صورت: } \frac{\sqrt{3(\lambda+1)^2}}{|\lambda^2+1|} = \frac{\sqrt{3}|\lambda+1|}{|\lambda+1|(\lambda^2-\lambda+1)} \rightarrow \lim_{\lambda \rightarrow a} \text{صورت} = \lim_{\lambda \rightarrow (-1)} \text{صورت} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{خروج: } \lambda = a = -1 : \frac{2 \sin b}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۲۷- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$ باشد، مقدار $g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

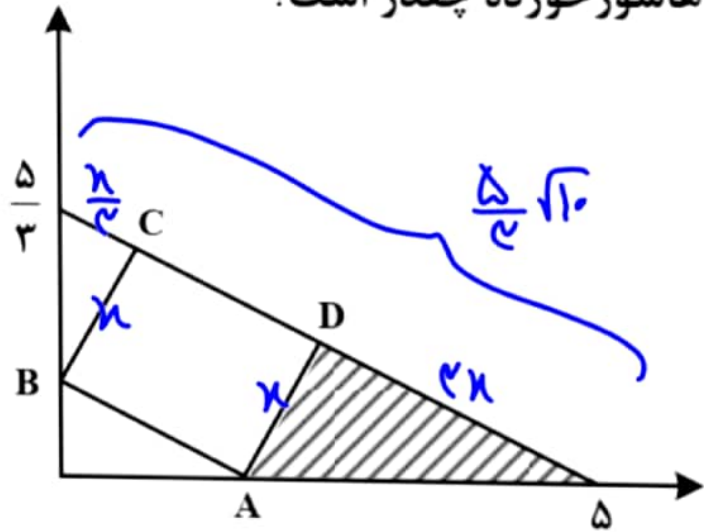
(۱) $-\frac{1}{2}$

$(f \circ g)'(-\sqrt[3]{2})$

$$D_g = (-\infty, 0) : g(x) = \frac{1}{2x^3} \xrightarrow{g(x)} f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3} + \frac{1}{2x^3}}} = \sqrt[3]{x} = x$$

$$\rightarrow (f \circ g)'(x) = 1$$

۱۲۸- در شکل زیر، مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم است. مساحت مثلث هاشور خورده چقدر است؟



$$S = n \left(\frac{5}{c} \sqrt{10} - \frac{n}{c} - 2n \right)$$

$$= \frac{1}{c} n (5\sqrt{10} - 10n)$$

$$= \frac{1}{c_0} n \left(\frac{\sqrt{10}}{2} - n \right)$$

← حداکثر S در $n = \frac{\sqrt{10}}{4}$ رخ می دهد. پس مساحت هاشور خورده برابر با

$$\frac{1}{4} n \times 2n = \frac{2}{4} n^2 = \frac{2}{4} \times \frac{10}{16} = \frac{18}{16}$$

$$\frac{15}{8} \quad (1)$$

$$\frac{15}{16} \quad (2)$$

$$\frac{25}{12} \quad (3)$$

$$\frac{25}{24} \quad (4)$$

$$\frac{25}{24} \quad (4)$$

۱۲۹- در یک دسته ۷ تایی از اعداد زوج متوالی (دسته اول)، انحراف معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچک ترین عدد دسته را حذف نموده و عدد زوج دیگر را اضافه می کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته های مختلف را تا جایی ادامه می دهیم که میانگین آن دسته (دسته آخر)، مجذور انحراف معیار باشد. اختلاف بزرگ ترین عضو دسته اول و آخر، کدام است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

$$\sigma^2 = \frac{7^2 - 1}{12} \times 2^2 = 14 \rightarrow \sigma = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دسته اول: داده وسط} = 2\sigma = 8 \\ \text{دسته آخر: داده وسط} = \sigma^2 = 14 \end{array} \right\} \rightarrow 14$$

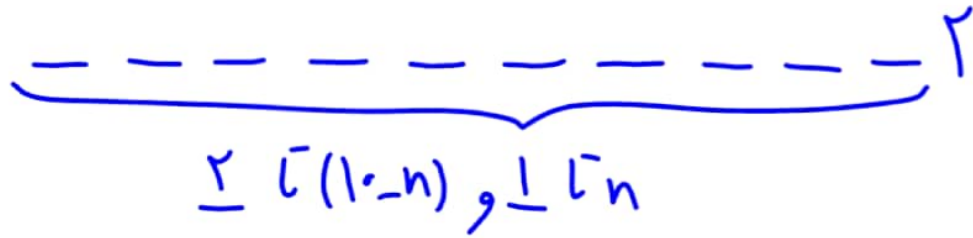
۱۳۰ - چند عدد یازده رقمی با ارقام ۱ و ۲ می توان نوشت به طوری که مضرب ۶ باشند؟

۴۳۱ (۴)

۳۴۱ (۳)

۲۲۱ (۲)

۱۳۱ (۱)



$$\text{مجموع ارقام} = 2(10-n) + n + 2 = 22 - n \xrightarrow{\text{بیشتر بر ۳}} n = 1, 4, 7, 10$$

$$\rightarrow \binom{10}{1} + \binom{10}{4} + \binom{10}{7} + \binom{10}{10} = 10 + 210 + 120 + 1 = 341$$

۱۳۱- یک سکه را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای بار k ام «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً n بار پرتاب لازم شود، $\frac{k}{k+\delta}$

برابر احتمال آن است که در n پرتاب k بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می‌تواند $n+k$ باشد؟

۵ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

$$\binom{n-1}{k-1} = \frac{k}{k+\delta} \binom{n}{k} \rightarrow \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = \frac{k}{k+\delta} \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\rightarrow 1 = \frac{n}{k+\delta} \rightarrow n = k+\delta \rightarrow n+k = 2k+\delta \rightarrow \text{عدد فرد بزرگ‌تر از } \delta$$

۱۳۲- احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشته پزشکی، یکی از سه دانشگاه A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، ۰/۴، ۰/۳۵ و ۰/۲۵ است. اگر او یکی از دانشگاه‌های A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال ۰/۳، ۰/۲۵ و ۰/۳۵ در آن دانشگاه پذیرفته می‌شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشته پزشکی قبول شود؟

- ۲۰/۵۵ (۱) ۲۹/۵۵ (۲) ۲۰/۲۵ (۳) ۲۹/۲۵ (۴) ●

$$0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.25 + 0.25 \times 0.35 = 0.1 + 0.105 + 0.0875$$

$$= 0.2925$$

۱۳۳- نقاط $A(-1, 4)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(x, y)$ و $D(-1-x, y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های D و C مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

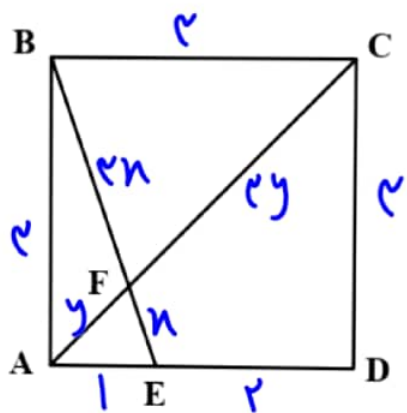
۱۳ (۱)

$$AB \parallel CD \rightarrow \frac{4-1}{-1-3} = \frac{-3}{2x+1} \rightarrow 2x+1=3 \rightarrow x=\frac{2}{2} \rightarrow C\left(\frac{2}{2}, -1\right)$$

$$AB \perp BC \rightarrow \frac{-3}{2} \times \frac{y-1}{-\frac{2}{2}} = -1 \rightarrow \frac{y-1}{2} = -1 \rightarrow y = -1$$

$$\text{محیط} = 2(AB + BC) = 2\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 15$$

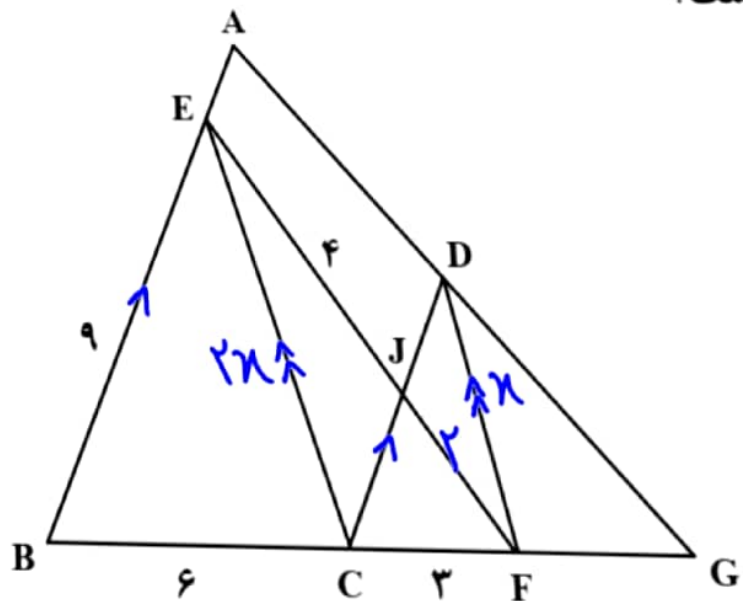
۱۳۴- در مربع شکل زیر، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟



$$\frac{x}{y} = \frac{4x}{4y} = \frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

- $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (1)
- $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (2)
- $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (3)
- $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (4)

۱۳۵- در شکل زیر، $AB \parallel CD$ و $EC \parallel DF$ است. اندازه DF چقدر است؟



$$\triangle BCE \sim \triangle FGD \quad (k = \frac{1}{3})$$

$$\hookrightarrow DF = \frac{1}{3} CE$$

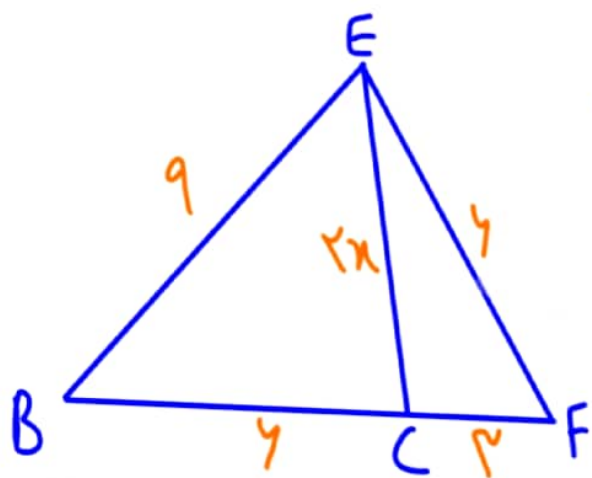
$$\rightarrow FJ = \frac{EJ}{3} = 2$$

$$\frac{\sqrt{11}}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{11}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{33}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{33}}{2} \quad (4)$$



$$\rightarrow \frac{9 \times 6^2 + 6 \times 9^2}{9 + 6} = (2n)^2 + 6 \times 9$$

$$\rightarrow 27 + 27 = 4n^2 + 18 \rightarrow 4n^2 = 27 \rightarrow n = \frac{\sqrt{27}}{2}$$

۱۳۶- طول کوتاه‌ترین وتری که از $(-1, 2/5)$ در دایره $2x^2 + 2y^2 - 6x - 10y + 1 = 0$ رسم می‌شود، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{7}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (۳)$$

$$\sqrt{7} \quad (۲)$$

$$\sqrt{5} \quad (۱)$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 - 3x - 5y + \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{جایگزینی نقطه } (-1, \frac{5}{2}) \text{ در معادله دایره: } 1 + \frac{25}{4} + 3 - \frac{25}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} - \frac{25}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\rightarrow \text{کوتاه‌ترین وتر} = 2 \sqrt{-\left(\frac{-7}{2}\right)} = \sqrt{7}$$

۱۳۷- مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های

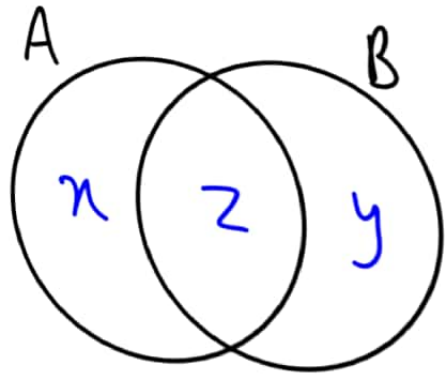
$A \cap B$ و $A \cup B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)



$$\begin{cases} (x+z) - (z+y) = 14 \\ (x+y+z) - z = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - y = 14 \\ x + y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$n(B - A) = y = 3$$

۱۳۸- در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d ، تساوی $6a_7^2 = 5a_3a + 3a_4a$ برقرار است. نسبت جمله چهارم دنباله به d ، کدام می‌تواند باشد؟

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

$$\text{فرض: } d=1 \rightarrow 4(a+1)^2 = 5(a+2)a + 3(a+1)a$$

$$\rightarrow 4a^2 + 12a + 4 = 8a^2 + 13a \rightarrow 2a^2 + a = 4 \begin{cases} a = -2 \rightarrow a_4 = a + 3 = 1 \checkmark \\ a = 1/2 \rightarrow a_4 = a + 3 = 7/2 \end{cases}$$

۱۳۹- اگر $A = \{\log_9 x + 3 \log_x 3 : x > 1\}$ باشد، کوچک ترین عضو مجموعه A کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\sqrt{6} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{\log x}{\log 9} + \frac{3 \log 3}{\log x^3} = \frac{\log x}{3 \log 3} + \frac{3 \log 3}{3 \log x}$$

$$ab = \frac{9}{x} \quad a, b > 0 \rightarrow \min\{a+b\} \rightarrow a = b = \sqrt{\frac{9}{x}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{x}} \rightarrow \min\{a+b\} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{x}} = \sqrt{9}$$

۱۴۰- حداقل چند عضو از مجموعه $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{72}{y^2 - 1} \right\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟

۲ (۱)
۳ (۲)
۴ (۳)
۵ (۴)

باید $\sqrt{72}$ بر $y^2 - 1$ بخش‌پذیر باشد، پس

$$y^2 = 0, 4, 9, 25 \rightarrow y = 0, \pm 2, \pm 3, \pm 5$$

$$\rightarrow f = \{ (-72, 0), (24, \pm 2), (9, \pm 3), (4, \pm 5) \}$$

۴ عضو باید حذف شود.

مهندس محمد حمیدی

مؤلف کتاب ریاضی ریپیچ و کانون و هندسه 21 ماز

طراح ریاضی تمام آزمون های آزمایشی کشور

عضو انجمن ریاضی ایران

رتبه 21 ارشد ریاضی و 500 کامپیوتر

هیبت علمی مهرماه

Instagram: math_hamidi