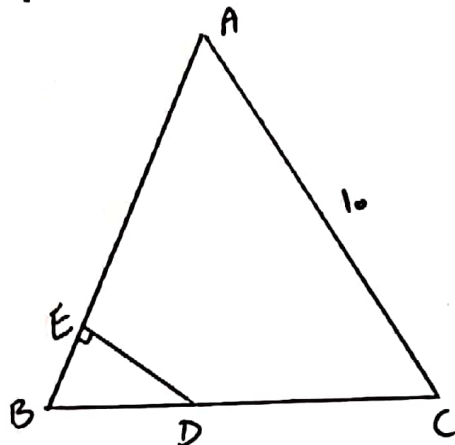


آیه کتده : خانم یوسف زاده

به نام خدا

سوالات هندسه کنگور رشته ریاضی - مرداد ۱۴۰۵

(۲۶) در شکل زیر، $AB=AC$ ، $BD=\frac{1}{4}BC$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴۰ باشد



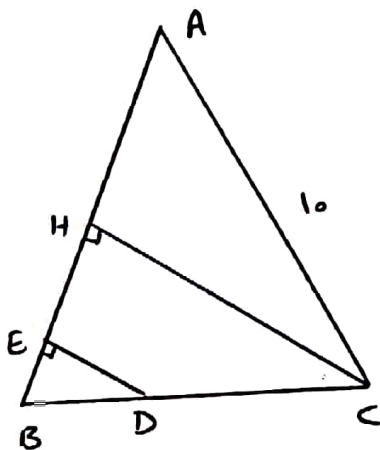
طول ED کدام است ؟

۳(۴

۲(۳

۲(۲

۱(۱



پاسخ : گزینه ۳

ابتدا از نقطه C بر AB عمود می کشیم. پس $CH \parallel DE$

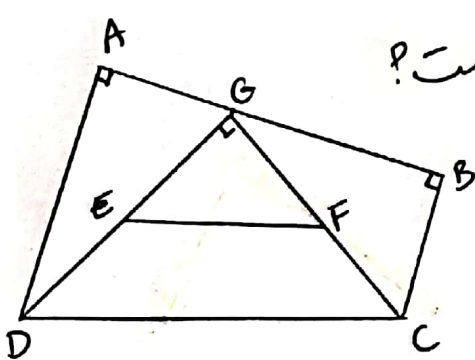
$$AB=AC=10, S_{\triangle ABC}=40$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{AB \times CH}{2} = \frac{10 \times CH}{2} \Rightarrow CH=8 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \triangle BHC : HC \parallel ED \Rightarrow \frac{BD}{BC} &= \frac{ED}{HC} \\ \text{ف: } \frac{BD}{BC} &= \frac{1}{4} \end{aligned} \Rightarrow \frac{ED}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{ED}{1} = \frac{1}{4} \Rightarrow ED=2$$

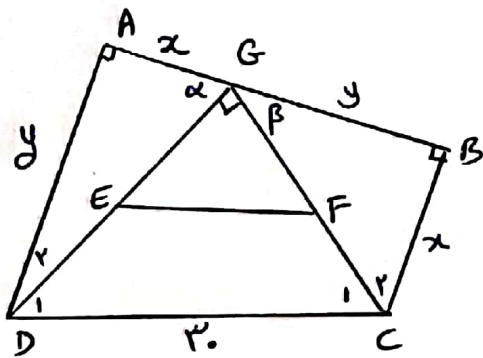
①

۲۷- در شکل زیر، چهار ضلعی های EFCD ذوزنقه متساوی الساقین است. اگر طول اضلاع



ذوزنقه ABCD اعداد صحیح مثبت باشند، طول ضلع AB کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۲۵ (۲) ۲۳ (۳) ۲۶ (۴)



پاسخ: گزینه ۱، EFCD ذوزنقه متساوی الساقین است.

پس $\hat{D}_1 = \hat{C}_1$ و در مثلث DGC زاویه های $\hat{D}_1$ و $\hat{C}_1$

برابرند پس متساوی الساقین است یعنی $GD = GC$

پس طبق قضیه فیثاغورس خواهیم داشت:

$$GD^2 + GC^2 = 30^2 \Rightarrow 2GD^2 = 900$$

$$\Rightarrow GD^2 = 450$$

از طرف دیگر مثلث های AGD و CBG قائم الزامیه هستند و در برابر دارند و زوایای حاده برابر

نیزاً $\hat{D}_2 + \hat{A}_2 = 90^\circ \Leftrightarrow \hat{D}_2 = \beta$ و $\hat{C}_2 + \hat{B}_2 = 90^\circ \Leftrightarrow \hat{C}_2 = \alpha$ پس این دو مثلث همنهشت اند

پس: $AG = BC = y$, $AD = BG = x$

$$\triangle ADG \xrightarrow{\text{قضیه فیثاغورس}} x^2 + y^2 = GD^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 450 \Rightarrow \begin{cases} y = 21 \\ x = 3 \end{cases} \begin{array}{l} \text{چون } x \text{ و } y \text{ باید} \\ \text{صحیح و مثبت باشند} \end{array}$$

$$\Rightarrow AB = x + y = 21 + 3 = 24$$

۲۸ - نقطه A' که تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d و نقطه A'' تصویر نقطه A تحت دوران حول نقطه A' به اندازه 120° است. اگر فاصله نقطه A از خط d برابر $2\sqrt{6}$ و O نقطه برخورد پاره خط AA'' با خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟

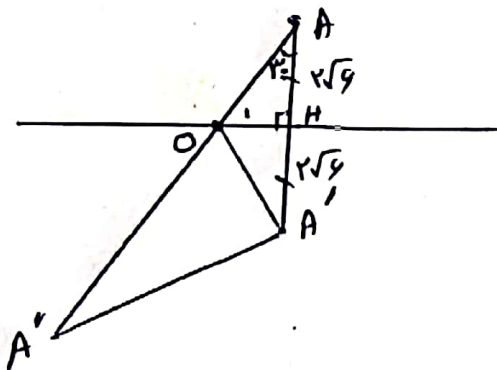
$8\sqrt{3} \quad (۴)$

$6\sqrt{3} \quad (۳)$

$4\sqrt{3} \quad (۲)$

$2\sqrt{3} \quad (۱)$

پاسخ: گزینه ۴



$A'H = AH = 2\sqrt{6}$

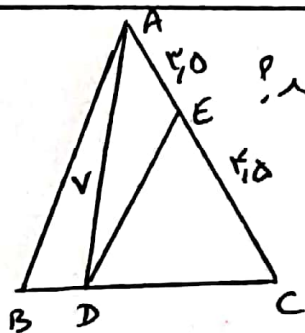
$\angle AA'A'' = 120^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}'' = 30^\circ$

$\angle OAH, \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 60^\circ$

$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} OA = 2\sqrt{6} \Rightarrow OA = 4\sqrt{2}$

$\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow OH = \frac{1}{2} OA \Rightarrow OH = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow S_{OAA'} = \frac{1}{2} OH \cdot AA' = \frac{1}{2} 2\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{3}$



۲۹ - در مثلث ستای الاضلاع ABC شکل زیر، طول ضلع BD کدام می تواند باشد؟

$2,5 \quad (۴)$

$3 \quad (۳)$

$2,5 \quad (۲)$

$2 \quad (۱)$

پاسخ: گزینه ۳

$AE + EC = 2,5 + 5 = 8 \Rightarrow AB = 8$

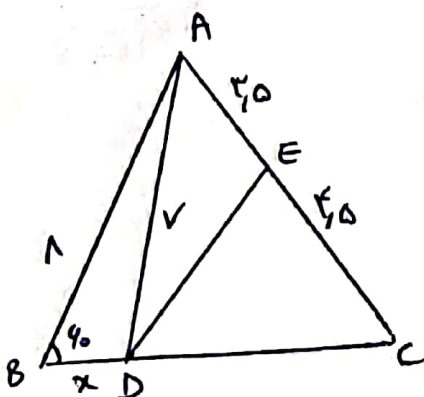
رابطه کسینوس ها

$\triangle ABD \text{ در مثلث } : AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos 40^\circ$

$\Rightarrow 49 = 64 + x^2 - 16x \left(\frac{1}{2}\right)$

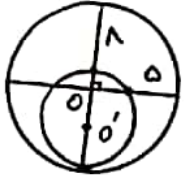
$\Rightarrow 49 = 64 + x^2 - 8x \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=5 \end{cases}$



آدرس کانال اینستا (هندسه پایه کتکوری) : @hendese

۳- در شکل زیر، دو دایره به مرکزهای O و O' تماس درون هستند. طول خط المرنین کدام است؟



۴۵۱۴

۳۵۱۳

۴۱۲

۳۱۱

پاسخ: گزینه ۲

$$1 + x = 5 + y = R$$

R : شعاع دایره بزرگ

$$2r + 1 = 2R$$

r : شعاع دایره کوچک

$$\Rightarrow 2R - 2r = 1 \Rightarrow R - r = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d = 1$$

