۱۴۰۴،۰۳،۱۱ کنکور ریاضی

۰۹۱۰۷۸۶۹۹۴۱۳ دکتر خضری عارف

(۱)

$$S_n = \frac{a(q^n-1)}{q-1}, \quad q \neq 1, \quad a \neq 0$$

$$S_9 = 73 S_3 \Rightarrow \frac{a(q^9-1)}{q-1} = \frac{73a(q^3-1)}{q-1}$$

$$q^9 - 1 = 73(q^3-1) \Rightarrow$$

$$q^9 - 1 = \underbrace{(q^6+q^3+1)}_{73}(q^3-1) \Rightarrow q^6+q^3+1 = 73$$

$$\Rightarrow q^6 + q^3 - 72 = 0 \Rightarrow (q^3+9)(q^3-8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = -\sqrt[3]{9} \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_3}{a_1} = \frac{aq^2}{a} = q^2 = 4$$

(گزینه ۲)

(۲)

$$x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9 \xrightarrow{+1} x^2+1+\frac{10}{x^2+1} = 10$$

$$a = x^2+1 \Rightarrow a + \frac{10}{a} = 10 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a^2 + \frac{100}{a^2} + 20 = 100$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{100}{a^2} = 80 \Rightarrow (x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 80$$

(گزینه ۴)

(۳)

if $B = U$ $\quad A \cup B' \subseteq A \cap B$

$$\xrightarrow[A \cap B = A]{B' = \emptyset} \quad A \subseteq A$$

(گزینه ۱)

$x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow S = 5, P = 2$ (5

$$\frac{2\alpha+\beta^5}{5\beta^2} = \frac{1}{2}\left\{\frac{4}{5}\frac{(\alpha^2+\beta^2)}{(\alpha\beta)^2} + \frac{1}{5}(\alpha^2+\beta^2)\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{4}{5}\cdot\frac{95}{4} + \frac{1}{5}(95)\right\} = \frac{95}{5} = 19$$

(2 نمبر)

$$\alpha^2+\beta^2 = S^2 - 2PS = 5^2 - 2\times 2\times 5 = 25 - 20 = 95$$

$$\frac{2\alpha+\beta^5}{5\beta^2} = \frac{1}{2}\left\{\frac{4}{5}\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{1}{5}\beta^2 + \frac{4}{5}\frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{1}{5}\alpha^2\right\}$$ نوٹ:

A A

۷)

$max\, f = 1 \Rightarrow \sqrt{mx^2 - 8x + 39} = 5 \xRightarrow{\text{به توان ۲}}$

$mx^2 - 8x + 14 = 0 \xRightarrow[\text{تحقق بیشترین مقدار } f]{x_s = \frac{8}{2m}} m \cdot \frac{64}{4m^2} - 8 \times \frac{8}{2m} = -14$

$\Rightarrow \frac{32 - 16}{m} = 14 \Rightarrow m = \frac{16}{14} = \frac{8}{7} \Rightarrow [m] = 1$

گزینه ۳)

۸)

$P(x) = x^3(x^2 + a) \xRightarrow{a=-1} P(x) = x^3(x-1)(x+1)$

$Q(x) = x^2(x^2 + 3x + 2) = x^2(x+1)(x+2)$

ب.م.م : $x^2(x+1) = x^3 + x^2 \xRightarrow[x^n + x^3]{} n = 3$, $a = -1$

$\Rightarrow na = 3(-1) = -3$

گزینه ۱)

۹)

$0 \leq x \leq 2 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x = 1$

$f(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \checkmark \\ x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0 \checkmark \end{cases}$

$-2 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$\begin{cases} x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \times \\ x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$ تکراری و در بازه نیست

پس این ~~تابع~~ معادله ۳ ریشه دارد.

گزینه ۳)

$f(a)=a \Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = 1$ (گزینه ۱) (۱۰)

$\log^{2x+1} = (\log a - \log 2)(\log a + \log 2)$ (۱۱)

$= \log a^2 \Rightarrow 2x+1 = a^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{2^{-1}} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$ (گزینه ۲)

(۱۲)

$2\sin\alpha < 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\Rightarrow 2\sin\alpha(1-\cos\alpha) < 0 \Rightarrow \sin\alpha < 0$

$\cos\alpha > 0$

$\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} > 0 \Rightarrow \cos\alpha > 0$ (گزینه ۴)

(۱۳)

$\frac{\cos 10^\circ - 2\sin 10^\circ}{2\sin 10^\circ + 2\sin 10^\circ} = \frac{\cos 10^\circ - 2\sin 10^\circ}{4\sin 10^\circ}$

$= \frac{1}{4}\cot 10^\circ - \frac{1}{2} = \sqrt{3}$ (گزینه ۳)

$\cot(15^\circ) = \cot(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\cos(45^\circ - 30^\circ)}{\sin(45^\circ - 30^\circ)} = \frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$= \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = 2+\sqrt{3}$

۱۴)

$$tg\,\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tg(\beta + 30^\circ) = \frac{\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{5}{3}\sqrt{3}$$

$$tg\,\alpha = \frac{3 \times \sqrt{3}}{5\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{5}\sqrt{3} = 0.2\sqrt{3}$$

گزینه ۱)

۱۵)

$$\lim_{x \to 0} \frac{k + \cos(\sqrt{a}\,x)}{k x^2} = 3 \Rightarrow k + 1 = 0 \Rightarrow k = -1$$

$$HoP: \quad k = -1 \quad \lim_{x \to 0} \frac{-\sqrt{a}\,\sin(\sqrt{a}\,x)}{-2x} \overset{0}{\underset{0}{=}} \lim_{\substack{x \to 0 \\ HoP}} \frac{-a\cos(\sqrt{a}\,x)}{-2} = 3$$

یک

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = 3 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow \frac{a}{k} = \frac{+6}{-1} = -6$$

گزینه ٤)

۱۶)

$x = -a$: ریشه $\quad -ma - 2 = 0 \Rightarrow m = -\frac{2}{a}$

$$y = -4 = \frac{a^2}{m} \Rightarrow a^2 = -4m \xRightarrow{m = -\frac{2}{a}} a^2 = \frac{8}{a} \Rightarrow a = 2$$

گزینه ۳)

LINE NOTE

۱۷) $\lim_{x\to\pi^-} \frac{\cot x}{[x-\pi]} = \frac{\cot \pi^-}{-1} = -\frac{\cos\pi^-}{\sin\pi^-} = +\infty$

گزینه ۳)

۱۸) روش ۱: $x=a \Rightarrow a^2+a=0 \Rightarrow a(a+1)=0$

$\Rightarrow a=0$ (غ ق ق) یا $a=-1$ (ق ق)

روش ۲: $x=a \Rightarrow a^3+a^2+(m-2)a=0$

$\Rightarrow a(a^2+a+(m-2))=0 \xRightarrow{a=-1} m=2$

$\Rightarrow \lim_{x\to-1} \frac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|} = \lim_{x\to-1} \frac{\sqrt{3}\,|x+1|}{|(x+1)(x^2-x+1)|} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

گزینه ۲)

۱۹) $\left(f(x)-2g(x)\right)' = \left(\frac{2|x-2|-2|x-2|-2\sqrt{3}x}{3\sqrt{x^2}}\right)' = \frac{\sqrt{3}}{3}x^{-\frac{7}{6}}$ $= \frac{\sqrt{3}}{3}$

$f(x)=\frac{2|x-2|}{3\sqrt{x^2}}$, $g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3}x}{3\sqrt{x^2}}$

گزینه ۲)

۲۰)

$y = \frac{4}{3}x + 1$ $f(3) = 5$

$f'(3) = \frac{4}{3}$

گزینه ۴

۲۱)

$\begin{cases} 2b = 6a \Rightarrow b = 3a & \text{مشتق} \\ 2ba + c = 3a^2 & \text{خود تابع} \end{cases}$

$\Rightarrow c = -3a^2$

$\Rightarrow a^3 + b - c = a^3 + 3a + 3a^2 = (a+1)^3 - 1$

گزینه ۱

۲۲)

$x_{max} = \frac{0 \times 1 + a \times \frac{2}{3}}{5/3} = \frac{2}{5}a$

$\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2 \times \frac{3}{5}a} = 4.5 = \frac{3}{2}$

به توان ۳ $\Rightarrow \frac{4}{25}a^2 \times \frac{a^3}{5^3} = \frac{1}{2^3} \Rightarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} = (2.5)^5$

$\Rightarrow a = 2.5$

گزینه ۱

بچه‌ها باور ذهنی کلید اکار است.

Dr. khanjari.a 0910 7869425