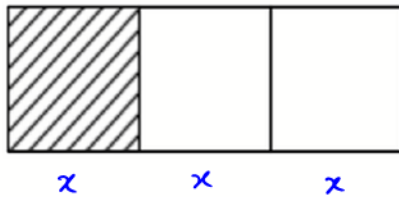


۱- در شکل زیر مستطیل بزرگ از ۳ مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت مستطیل بزرگ از $\frac{2}{3}$ مساحت یکی

از مربع ها ۱۴ واحد بیشتر باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ کدام است؟



$$S_{\text{مستطیل بزرگ}} = x(3x) = 3x^2$$

$$S_{\text{مربع کوچک}} = x^2 \Rightarrow 3x^2 = \frac{2}{3}x^2 + 14$$

(۱) $2\sqrt{6}$ ✓

(۲) $\sqrt{6}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{3}$

$$\Rightarrow 9x^2 - 2x^2 = 14 \Rightarrow 7x^2 = 14 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\text{اختلاف طول و عرض مستطیل} = 3x - x = 2x = 2\sqrt{2}$$

۲- مجموعه $(A - B) - (C - B)$ با کدام یک از مجموعه های زیر برابر است؟

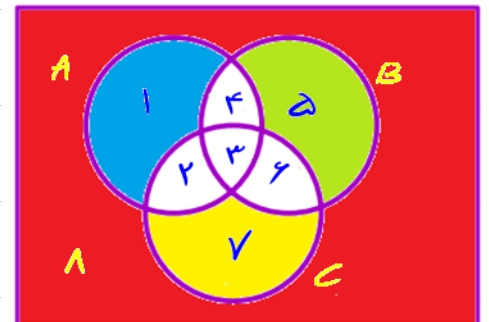
(۲) $A - (B \cup C)$

(۱) $(B - C) - A$

(۴) $(A - B) - C$ ✓

(۳) $B - (A \cup C)$

با استفاده از نمودار ون به صورت زیر برای هر کدام از مجموعه های A ، B ، C خواهیم داشت:



$$(A - B) = \{1, 2, 3, 4\} - \{4, 5, 6, 7\} = \{1, 2\}$$

$$(C - B) = \{2, 3, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 7\} = \{2, 6\}$$

$$\Rightarrow (A - B) - (C - B) = \{1, 2\} - \{2, 6\} = \{1\}$$

گزینه به بزرگترین گزینه می پردازیم:

(۱) $\Rightarrow (B - C) - A = (\{3, 4, 5, 7\} - \{2, 3, 6, 7\}) - \{1, 2, 3, 4\} = \{5\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{5\}$ ✗

(۲) $\Rightarrow A - (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4\} - (\{3, 4, 5, 7\} \cup \{1, 4, 5, 6\}) = \{1\}$ ✗

(۳) $\Rightarrow B - (A \cup C) = \{3, 4, 5, 7\} - (\{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 3, 6, 7\}) = \{5\}$ ✗

(۴) $\Rightarrow (A - B) - C = (\{1, 2, 3, 4\} - \{3, 4, 5, 7\}) - \{2, 3, 6, 7\} = \{1\}$ ✓

۳- تابع با ضابطه $f(x) = (\Delta x^2 - (ax+1)(x-b))c$ ثابت است. اگر $f(x+y) = f(x)f(y) - 2$ باشد، مقدار مثبت c کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۱۰ (۱) ✓

$$f(x) = (\Delta x^2 - ax^2 + abx - x + b)c = k \quad \text{ثابت}$$

$$\Rightarrow (2-a)x^2 + (ab-1)x + b = k' \Rightarrow \begin{cases} 2-a=0 \Rightarrow a=2 \\ ab-1=0 \Rightarrow ab=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = bc = \frac{1}{2}c$$

$$\Rightarrow f(x+y) = f(x)f(y) - 2 \Rightarrow \frac{c}{2} = \frac{c}{2} \times \frac{c}{2} - 2 \Rightarrow c^2 - 2c - 20 = 0$$

$$\Rightarrow (c-10)(c+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c=10 \quad \checkmark \\ c=-2 \quad \times \end{cases}$$

۴- اگر $f(x) = \begin{cases} [1-x] & x \geq 0 \\ [1+2x] & x < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{\pi}) + f(-1/2)$ کدام است؟

-۱ (۴)

-۴ (۳) ✓

-۳ (۲)

-۲ (۱)

$$x = \sqrt{\pi} \Rightarrow \sqrt{\pi} \geq 0 \Rightarrow f(\sqrt{\pi}) = [1 - \sqrt{\pi}] = 1 + \underbrace{[-\sqrt{\pi}]}_{-2} = -1$$

$$x = -1/2 \Rightarrow -1/2 < 0 \Rightarrow f(-1/2) = [1 + 2(-1/2)] = 1 + \underbrace{[-1]}_{-2} = -2$$

$$\Rightarrow -1 - 2 = -3$$

۵- نقاط متمایز $(1, 3a)$ ، $(-1, a)$ و $(a, 3)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

-۳ (۲) ✓

-۲ (۱)

هر دو نقطه یک خط هستند.

$$(a, 3)(-1, a) \Rightarrow m = \frac{a-3}{-1-a} \quad (-1, a)(1, 3a) \Rightarrow m = \frac{3a-a}{1+1} = \frac{2a}{2} = a$$

$$\Rightarrow \frac{a-3}{-1-a} = a \Rightarrow a-3 = -a-a^2 \Rightarrow a^2+2a-3=0 \Rightarrow (a+3)(a-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \quad \text{غلط} \\ a = 1 \rightarrow \text{غلط} \end{cases}$$

(دو نقطه یک خط هستند)

۶- رابطه‌های زیر، تابع هستند. اگر مجموعه A برد تابع $f - g$ باشد، مجموع مقادیر اعضای A کدام است؟

$$f = \left\{ \left(7, \frac{k}{2} - 1 \right), \left(-\frac{5}{2}, 1 - k \right), (5, 2), \left(7, \frac{1}{2} \right) \right\} \Rightarrow \frac{k}{2} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow k = 3$$

$$g = \left\{ (5, n), \left(-\frac{5}{2}, \frac{n-1}{2} \right), (4, 3 - 2n^2), \left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2} \right) \right\} \Rightarrow \frac{n-1}{2} = -\frac{3}{2} \Rightarrow n = -2$$

$$\Rightarrow f = \left\{ \left(7, \frac{1}{2} \right), \left(-\frac{5}{2}, -2 \right), (5, 2) \right\}, \quad g = \left\{ (5, -2), \left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2} \right), (4, -5) \right\}$$

$$\Rightarrow f - g = \left\{ (5, 2), \left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2} \right) \right\} \quad A = \left\{ 5, -\frac{1}{2} \right\}$$

$$\Rightarrow 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

۷- هر دو ریشه معادله $(2a+1)x^2 - 4ax + 2a - 1 = 0$ مثبت هستند. a کدام مقدار زیر می‌تواند باشد؟

$$\frac{3}{8} \quad (4) \quad -\frac{2}{3} \quad (3) \quad -\frac{3}{10} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (1)$$

اگر ریشه‌های معادله را به صورت α و β در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{4a}{2a+1} \quad (1)$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2a-1}{2a+1} \quad (2)$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \Delta = (4a)^2 - 4(2a+1)(2a-1) > 0 \Rightarrow 16a^2 - 4(4a^2 - 1) > 0 \Rightarrow 4 > 0 \quad \checkmark$$

با بررسی گزینه‌ها، جایگزینی در شرط‌های (1) و (2) نقطه‌گزینی ۳ هرگز صحیح نباشد.

$$\alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow (1) S = \frac{4(-\frac{2}{3})}{2(-\frac{2}{3})+1} = \frac{-\frac{8}{3}}{-\frac{1}{3}} = 8 \quad (2) P = \frac{2(-\frac{2}{3})-1}{2(-\frac{2}{3})+1} = \frac{-\frac{7}{3}}{-\frac{1}{3}} = 7$$

۸- معادله $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x} - 1 = \frac{x}{x - 2}$ دارای چند جواب منفی است؟

۱ (۱) ✓ ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

$$\frac{x^2 - 2x + 3}{x(x - 2)} = \frac{x}{x - 2} + 1 = \frac{x + x - 2}{x - 2} = \frac{2x - 2}{x - 2} \quad x \neq 2 \Rightarrow 2x^2 - 2x = x^2 - 2x + 3$$

نقطه $x = -\sqrt{3}$ جواب شرط اول است $\Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x^2 = 3$

۹- در داده‌های ۱۵، ۱۱/۵، ۴، ۵، ۹، ۱۱، ۵/۱۰، ۱۷ و ۱، حاصل ضرب میانه و میانگین کدام است؟

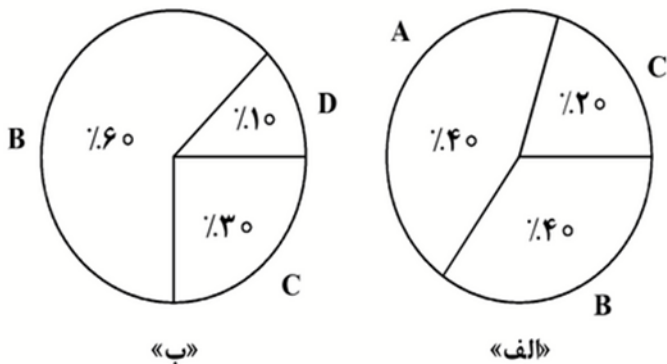
۶۳ (۱) ۷۲ (۲) ۸۴ (۳) ۹۸ (۴) ✓

۱، ۴، ۵، ۹، ۱۰، ۵، ۱۱، ۱۱، ۵، ۱۵، ۱۷

میانه $= 10,5 = Q_2 = \frac{21}{2}$

میانگین $\bar{x} = \frac{1 + 4 + 5 + 9 + 10,5 + 11 + 11,5 + 15 + 17}{9} = \frac{84}{9} = \frac{28}{3} \Rightarrow \bar{x} Q_2 = \frac{28}{3} \times \frac{21}{2} = 14 \times 7 = 98$

۱۰- اگر زاویه مربوط به داده «A» در یک نمودار دایره‌ای شامل چهار داده A، B، C و D برابر ۱۳۵ درجه باشد، کدام عدد زیر، مجموع فراوانی نمودار «ب» است؟



۱۶ (۱)

۱۵ (۲)

۱۰ (۳) ✓

۹ (۴)

باتوجه به نمودار «ب»، فراوانی C، ۳ برابر فراوانی D است. فراوانی D، C را به ترتیب x و $3x$ در نظر بگیریم.

پس فراوانی A، B، C، D به ترتیب x ، $4x$ ، $3x$ و x است.

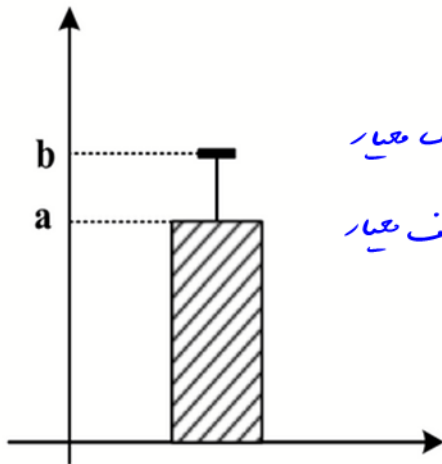
فراوانی کل داده‌های نمودار «ب» برابر است با:

$$f_B + f_C + f_D = 4x + 3x + x = 8x$$

باتوجه به اینکه x باید عددی صحیح باشد با جایگزینی اعداد صحیح به جای x ، نقطه گزینته ۳ را می‌توانیم به دست آوریم.



۱۱- داده‌های ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷، a و b ، مربوط به سن دوستان مریم است که در تولد ۲۲ سالگی اش (مهمانی اول) شرکت داشتند و نمودار زیر نشان‌دهنده دو شاخص سن افراد حاضر در این مهمانی است. مریم ۱۰ سال بعد، زمانی که صاحب فرزند شد، تصمیم می‌گیرد به اتفاق پدر بزرگ و مادر بزرگش یک مهمانی (مهمانی دوم) ترتیب دهد و همه دوستانش که در مهمانی اول حضور داشتند را دعوت کند. اگر واریانس سن افراد در مهمانی اول ۴ باشد، مقدار شاخص مرکزی مناسب برای سن افراد در مهمانی دوم، کدام است؟



مهمانی اول: در این افراد سن در میانگین اول $\bar{x} = 22$ بوده پس اوتاف معیار

سن $\sigma^2 = 4$ است. با توجه به نمودار، $b - a$ برابر با اوتاف معیار

است. $\rightarrow b - a = 2 \Rightarrow b = a + 2$

۳۴/۵ (۱) ✓

۳۴ (۲)

۳۳/۵ (۳)

۳۵ (۴)

از فرض ساینس ۲ داده شد $21, 23, 25, 27, a, b$ با هم برابر

آرایش سبیل (غنی) باید بین داریم

$$a = \frac{a+b+22+21+23+25+27}{7} \xrightarrow{b=a+2} a = \frac{7a+120}{7} \Rightarrow 7a = 7a+120$$

$$\rightarrow a = 22, b = a + 2 = 24$$

مهمانی دوم: ۲۰ سال بعد از تولد ۲۲ سالگی، مریم و پدر و مادر بزرگش هم در این مهمانی حضور دارند.

$$\Rightarrow 22, \frac{(a+10)}{24}, \frac{(b+10)}{26}, 21, 23, 25, 27, A, B, C$$

\swarrow \searrow \rightarrow
 پدر بزرگ مادر بزرگ بچه‌ها

در این داده‌ها، به دنبال شخص که در این مهمانی حضور داشته باشد. چون سن فرزند ۱۰ سال بعد از تولد ۲۲ سالگی، مریم و پدر و مادر بزرگش با جمعیت فاصله دارد، پس از مریم دور افتاده در کنار مریم و مادر بزرگ و پدر بزرگ را به عنوان شخص که در این مهمانی حضور داشته باشد.

$$c, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, B, A \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{24+25}{2} = 24.5$$

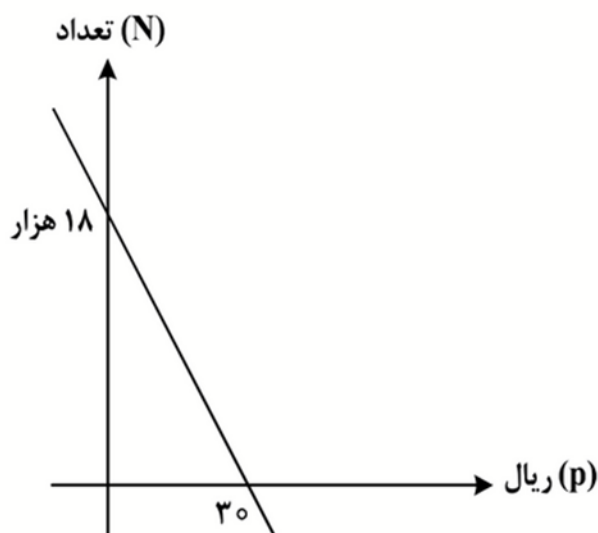
۱۲- اگر p و $q \sim r$ گزاره‌های درست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به r بستگی دارد؟

(۱) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$ (۲) $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q$ ✓

(۳) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$ (۴) $(r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$

نزینه (۲) $\Rightarrow (p \Rightarrow r) \Rightarrow q \equiv (T \Rightarrow r) \Rightarrow F \equiv (\sim T \vee r) \Rightarrow F \equiv (r \Rightarrow F) \equiv$
 $\equiv (\sim r \vee F) \equiv \sim r$ به r بستگی دارد.

۱۳- نمودار زیر، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد. اگر هزینه تولید هر واحد از این کالا ۲۵ ریال و هزینه اولیه ۱۸ هزار ریال باشد، بنگاه این کالا را با چه قیمتی بفروشد تا بیشترین سود را به دست آورد؟



(۱) ۳۵

(۲) ۳۲٫۵

(۳) ۳۰

(۴) ۲۷٫۵ ✓

باتوجه به نمودار روبرو، رابطه بین N و P را به صورت زیر بدست می‌آوریم:

شیب خط $m = \frac{18000 - 0}{0 - 30} = -600 \Rightarrow y = -600x + 18000$

$\Rightarrow N = -600P + 18000 \Rightarrow P = 30 - \frac{N}{600}$

درآمد = قیمت فروش \times تعداد کالاهای $= N(30 - \frac{N}{600}) = 30N - \frac{N^2}{600}$

هزینه کل = هزینه ثابت + (تعداد کالاهای \times هزینه متغیر) $= 18000 + 25N$

تایید سود = درآمد - هزینه $= (30N - \frac{N^2}{600}) - (18000 + 25N) = -\frac{1}{600}N^2 + 5N - 18000$

سود ماکزیمم $(N_s) = -\frac{b}{2a} = \frac{-5}{2(-\frac{1}{600})} = \frac{5}{-\frac{1}{300}} = 1500$

قیمت فروش برای سود ماکزیمم $P = 30 - \frac{N_s}{600} = 30 - \frac{1500}{600} = 30 - 2.5 = 27.5$



۱۴- در یک شرکت هیچ کدام از کارکنان با حداقل حقوق ۸۰ میلیون ریالی زیر خط فقر نیستند. میانگین درآمد خانوارهای کشور حداکثر چند میلیون ریال است؟

- ۴۰ (۱) ۸۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ✓

$$\bar{x} \leq 160 \Rightarrow \frac{\bar{x}}{2} \leq 80 \Rightarrow \bar{x} = 160$$

۱۵- با حروف کلمه «پارسی» چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت به طوری که در نوشتن آن فقط یک حرف، نقطه دار ظاهر شود؟

- ۷۲ (۱) ۳۶ (۲) ۲۴ (۳) ✓ ۱۲ (۴)

$$\frac{1}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{120}$$

حروف نقطه دار (پ) و (ی) هر یک ۱ بار، برای آنکه فقط یک حرف نقطه دار داشته باشیم از ۴ حرف (ا) در آخر کلمه ظاهر شود.

۱۶- حسن و علی قرار است هر کدام به ۳ سؤال از ۶ سؤالی که روی برگه ای نوشته شده، پاسخ دهند. به طوری که برای همه سؤالات پاسخ تهیه شود. با کدام احتمال شماره سؤالات حسن متوالی است؟

- $\frac{1}{10}$ (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ✓ $\frac{1}{20}$ (۳) $\frac{1}{40}$ (۴)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{15} = \frac{1}{7.5}$$

(حالتی که حسن بتواند به ۳ سؤال متوالی پاسخ دهد)

۱۷- در دنباله بازگشتی به صورت $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$ جمله اول $\frac{3}{4}$ است. نسبت جمله دوم به جمله سوم کدام است؟

- ۰/۷۲ (۱) ✓ ۰/۷ (۲) ۰/۶۴ (۳) ۰/۶ (۴)

$$n=1 \rightarrow a_2 = \frac{1}{1+2a_1} = \frac{1}{1+2(\frac{3}{4})} = \frac{2}{5}$$

$$n=2 \Rightarrow a_3 = \frac{1}{1+2a_2} = \frac{1}{1+2(\frac{2}{5})} = \frac{5}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{9}} = \frac{18}{25} = \frac{72}{100} = 0.72$$



۱۸- در یک سالن در ردیف اول ۸، در ردیف دوم ۱۲ و ردیف سوم ۱۶ صندلی قرار دارد. صندلی‌ها با همین نظم در ۱۲ ردیف چیده شده‌اند. اگر بخواهند این سالن را به دو سالن با نصف ظرفیت کنونی تفکیک کنند به طوری که در سالن‌های جدید چیدمان صندلی‌ها دارای همان نظم قبلی ولی با ۴ صندلی در ردیف نخست شروع شود، در سالن‌های جدید چند ردیف صندلی قرار دارد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳) ✓

۸ (۲)

۶ (۱)

$8, 12, 16, \dots$
جمله ۱۲

$$a_n = 4n + 8 \quad a_{12} = 4 \times 12 + 8 = 56$$

$$S_{12} = \frac{12}{2} [8 + 56] = 12 \times 32 = 384 \quad \text{کل صندلی سالن}$$

$$\Rightarrow \text{سالن جدید} \Rightarrow 4, 8, 12, \dots \Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [4 \times 1 + (n-1)4] = \frac{384}{2} = 192$$

$$\Rightarrow n(2n+4) = 384 \Rightarrow n(n+2) = 96 \Rightarrow n=8$$

۱۹- جملات سوم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۷ و ۴۹ هستند. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

۳۴۳ (۴) ✓

$49\sqrt{7}$ (۳)

۳۳۶ (۲)

$343\sqrt{7}$ (۱)

$$\frac{a_7}{a_3} = \frac{49}{7} = r^4 \Rightarrow r^4 = 7$$

$$\frac{a_{11}}{a_7} = \frac{a_{11}}{49} = r^4 = 7 \Rightarrow a_{11} = 49 \times 7 = 343$$

۲۰- اگر $\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times (\frac{a}{5})^5} = 5^{a+3}$ باشد، مقدار $f(2)$ در تابع $f(x) = \frac{1}{5}a^x - 1$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱) ✓

$$\frac{a^5 \times (2 \times 3)^3}{3^3 \times \frac{a^5}{5^5}} = \frac{2^3 \times 3^3 \times 5^5}{3^3} = 2^3 \times 5^5 = 2^{a+3} \Rightarrow a+3=8 \Rightarrow a=5$$

$$f(2) = \frac{1}{5}(5)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$