

بدنام خدا - حل تشریحی سوالات ریاضی کتبی علوم تجربی ۱۴۰۵ - نام آریس: صمیمه ایری

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{2a} \right) = \left(\frac{a}{12}, \frac{a^2 + 32}{22} \right) \quad \Delta = a^2 + 32$$

محض نقطه

(۱۱۱)

$$|x_r - x_l| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{(a^2 + 32)^{1/2}}{12}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{a^2 + 32}{22} \times \frac{(a^2 + 32)^{1/2}}{12} = \frac{(a^2 + 32)^{3/2}}{44 \times 12} = \frac{2\sqrt{2} \times 1}{44 \times 12} = \frac{2^2 \times 2}{44 \times 12} = \frac{4^2}{44 \times 12}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(a^2 + 32)}^3 = 4^3 \Rightarrow \sqrt{a^2 + 32} = 4 \Rightarrow a^2 + 32 = 16 \Rightarrow a^2 = -16 \Rightarrow a = \pm 4i$$

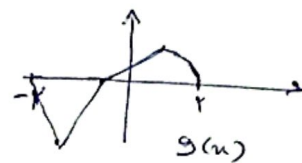
چون مختصی بجز نقطه نیست در سمت راست یعنی $a = -2$ باشد. این در سمت راست است
گزینه اول

(۱۱۲)

$$D_f = [-1, 5] \rightarrow D_g = [-2, 2] \Rightarrow D_{h=f/g} = [-1, 5] - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow f\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$f(0) = 0$



$$x = -1 \Rightarrow g(x) = 0 \quad \text{در صفر نیست}$$

$$x = -2 \Rightarrow g(x) = 0 \quad \text{در صفر نیست}$$

$$x = 2 \Rightarrow g(x) = 0 \quad \checkmark$$

$$D_h = \{x \mid x \in [-1, 5] \text{ and } x \neq 2\} = [-1, 2) \cup (2, 5]$$

گزینه سوم

(۱۱۳)

$$\alpha = x_1 - 1, 5 \quad \beta = x_2 - 1, 5 \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha\beta = (x_1 - 1, 5)(x_2 - 1, 5) = x_1x_2 - 1, 5(x_1 + x_2) + 1, 25 = -0, 25 \end{array} \right.$$

$$x_1x_2 = -1, 25 \quad \text{و} \quad x_1 + x_2 = -1, 25$$

گزینه اول

(۱۱۴)

$$f(x) = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{10}x - 2 \quad \text{و} \quad h(x) = f\left(\frac{1}{10}x\right)$$

$$D_f : [-2, 0] \rightarrow D_h = [-4, 0]$$

$$D_{g \circ h} = \{x \in D_h \mid h(x) \in D_g\} = \{x \in [-4, 0] \mid -\frac{1}{10}x - 2 > -\frac{1}{2}\} = [-4, -9, 5]$$

$$\Rightarrow \left| -\frac{9}{5} + 4 \right| = 1, 2 \quad \text{گزینه سوم}$$

$$(\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x})^2 = \left(\frac{y}{\sqrt{y}}\right)^2 \Rightarrow \tan x + \cot x - \sqrt{\tan x \cot x} = \frac{2}{y}$$

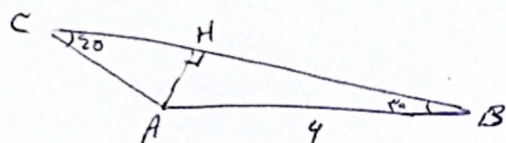
(115)

$$\Rightarrow \tan x + \cot x = \frac{18}{y} \Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{18}{y \times 2} \Rightarrow \boxed{\sin^2 x = \frac{y}{9}}$$

$$(\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = 1 - 2 \sin x \cos x = 1 - \frac{y}{9} = \frac{y}{9}$$

$$\Rightarrow \sin x - \cos x = \pm \frac{\sqrt{y}}{3}$$

از اینجا می بینیم که در هر دو صورت $|\sin x| > |\cos x|$ و $\sin x$ در بازه $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ و $\cos x$ در بازه $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ قرار می گیرد.



BC = ?

ارتفاع AH و از هر دو BC را رسم می کنیم.

$$AH = \frac{1}{2} \cdot AB = 2 \Rightarrow AH = CH = 2$$

$$BH = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow BC = CH + BH = 2 + 2\sqrt{3} = 2(1 + \sqrt{3})$$

گزینه دوم

(116)

$$f(x) = -\frac{1}{x} \cos\left(\frac{\pi}{x} + x\right) = -\frac{1}{x} \sin \pi x$$

در $x = 0$ [0, 1] این تابع از 0 تا 1 تغییر می دهد. در $x = 1$ [1, 2] این تابع از 1 تا 0 تغییر می دهد.

در $x = 2$ [2, 3] این تابع از 0 تا -1 تغییر می دهد. در $x = 3$ [3, 4] این تابع از -1 تا 0 تغییر می دهد.

(117)

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + 1 = 2 \sin x \Rightarrow \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0$$

(118)

در $x \in [-\pi, \pi]$ داریم:

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Leftarrow \sin x = 1 \Leftarrow$$

$$-\frac{\pi}{2} = -2\pi + \frac{\pi}{2} \text{ و } \frac{\pi}{2}$$

گزینه اول

$$\frac{20}{1.1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2^{-1} \Rightarrow (\frac{1}{2})^{1 - \log_{\frac{1}{2}} 1.1} = 2^{-1 + \log_{\frac{1}{2}} 1.1} = 2^{-1} \times 2^{\log_{\frac{1}{2}} 1.1} \quad (119)$$

$$= \frac{1}{2} \times 1.1 = 0.55 = 2.5 \text{ گزینه اول}$$

(120) اعداد مرتب کنیم، عدد آرد ۱۱ است

$$10, 12, (14), 15, 17, (18), 20, 22, (24), 25, 27, 28, 30$$

Q_1 Q_3

برای Q_1 و Q_3 نیز a و b پیدا می‌کنیم

$$a \in [14, 18]$$

$$b \in [18, 24]$$

$$\text{مجموع } 32, 52$$

$$29 \times 2 = 58 \leftarrow \text{مجموع گزینه ۱}$$

$$28 \times 2 = 56 \leftarrow \text{مجموع گزینه ۲}$$

$$24 \times 2 = 48 \leftarrow \text{مجموع گزینه ۳}$$

$$26 \times 2 = 52 \leftarrow \text{مجموع گزینه ۴}$$

پس گزینه ۳ و مجموع اعداد گزینه ۱ و ۲ حذف می‌شود. اگر مقدار باز اعداد را در نظر بگیریم:
در $a=14, b=24$ مجموع $14+24=38$ گزینه سوم است که صحیح است.
 $a=12, b=22$

$$y = \frac{1}{x+a} \rightarrow yx + ay = 1 \Rightarrow x = \frac{1-ay}{y} \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{1-ay}{y} \quad (121)$$

$$\left(\frac{1-ay}{y} \right) = \left(\frac{1}{x+a} \right) \Rightarrow (1-ay)(x+a) = y \Rightarrow x^2 + ax - 1 = 0$$

$$\Delta = a^2 + 4$$

$$\text{اصلاًف: } \frac{\sqrt{a^2+4}}{a} = \frac{\sqrt{a^2+4}}{1} = 2\sqrt{10} = \sqrt{40}$$

$$\Rightarrow a^2 + 4 = 40 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6$$

پس گزینه ۲ و ۳ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1 - (2+1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x-2} = 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{(x-2)(x+2)} = -\frac{1}{4}$$

گزینه اول

(125)

$$\lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{|n - \ln n|}{x(x+r)} = a \Rightarrow \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1 - \ln n}{n(n+r)} = a \Rightarrow \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{-\frac{1}{n}}{n(n+r)} = a \quad (123)$$

$$= \frac{-r}{r} = \boxed{-1 = a} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \tan(-n) = \lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \frac{\sin(-n)}{\cos(-n)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \frac{-\sin n}{\cos n} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad \left(\begin{array}{c} \text{گزینه} \\ \text{د} \end{array} \right) \quad (124)$$

$$y = 1 + \frac{rn}{a} \Rightarrow a(y-1) = rn \Rightarrow n = f^{-1}(n) = \frac{a(n-1)}{r}$$

$$\lim_{n \rightarrow -1^+} g(n) = \lim_{n \rightarrow -1^-} g(n) \Rightarrow \frac{a(-1)}{r} = 1 - \frac{r}{a} \Rightarrow -a = 1 - \frac{r}{a}$$

$$\Rightarrow -a^2 = a - r \Rightarrow a^2 + a - r = 0 \Rightarrow (a+r)(a-1) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} a = -r \\ a = 1 \end{array} \right.$$

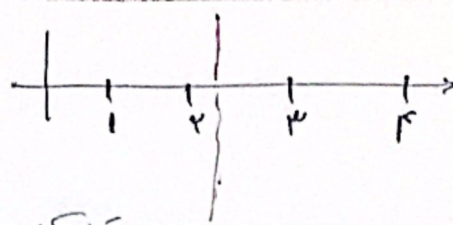
$$\begin{aligned} \text{If } a = -r &\Rightarrow f(n) = 1 - n = 0 \rightarrow n = 1 \quad \text{مستبعد} \\ \text{If } a = 1 &\Rightarrow f(n) = 1 + rn = 0 \Rightarrow n = -\frac{1}{r} \quad \text{مستبعد} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{مستبعد} \\ \text{مستبعد} \end{array} \right\} \Rightarrow a = -r$$

$$g(-1) = f(-1) = 1 + \frac{r(-1)}{-r} = 1 + 1 = 2 \quad \text{گزینه سوم}$$

$$y = \begin{cases} x^r - 2, & |x| \geq r \\ -x^r + 2, & |x| < r \end{cases} \xrightarrow{\text{نقشه}} \begin{matrix} rn & \xrightarrow{x=r} & r^r \\ -rn & \xrightarrow{x=-r} & -r^r \end{matrix} \xrightarrow{\text{اختلاف}} |2 - (-2)| = 4 \quad \text{گزینه اول}$$

$$m'(t) = \frac{9\sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}}(9t+4)}{t} \rightarrow m'(1) = \frac{9 - \frac{1}{1}(14)}{1} = 9 - 4 = 5 \quad \text{گزینه سوم} \quad (125)$$

نقطه: $\frac{-b}{2a} = \frac{a}{2} = 1, 20$



(127)

به دست می آید: $[1, 2]$ ، $\Delta > 0$ و $p = x_1 \cdot x_2 > 0$ و $q = x_1 + x_2 > 0$

$$\Delta = 11 - 2(2a) = 11 - 4a > 0 \Rightarrow 11 > 4a \Rightarrow a < \frac{11}{4} = 2, 75 \quad (*)$$

$$p = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{a}{2} > 0 \Rightarrow a > 0 \quad (I)$$

$$q = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{a}{2} > 0 \Rightarrow a > 0$$

$$f(1) > 0, f(2) > 0 \Rightarrow f(1) = a - 1 > 0 \Rightarrow a > 1 \quad (II)$$

$$f(2) = a - 2 > 0 \Rightarrow a > 2 \quad (III)$$

$$a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$\Leftarrow (*) \text{، } a \geq 2 \Leftarrow (III), (II), (I)$$

گزینه سوم

$$y = \sqrt{2-x} \xrightarrow{(a, a)} a = \sqrt{2-a} \Rightarrow a^2 = 2-a \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \quad (128)$$

$$(a+2)(a-1) = 0 \begin{cases} a=1 \rightarrow y=1 \rightarrow (a, a) = (1, 1) \\ a=-2 \rightarrow y=\sqrt{2-(-2)} = 2 \text{ خ } \Rightarrow a=1 \end{cases}$$

$$y' = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}} \rightarrow y'(1) = \frac{-1}{2\sqrt{2-1}} = \frac{-1}{2}$$

$$y-1 = \frac{-1}{2}(x-1) \Rightarrow y = \frac{-1}{2}x + 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{-1}{2}x + \frac{3}{2}$$

معادله خط مماس

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \quad \text{نقطه: } y$$

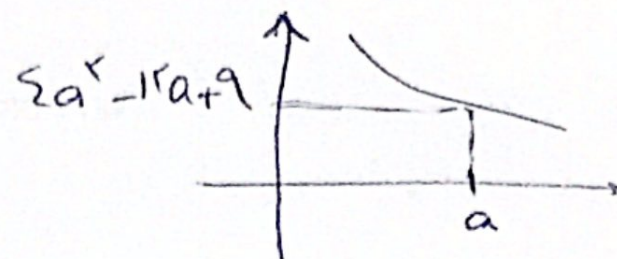
$$y=0 \Rightarrow x = 3 \quad \text{نقطه: } x$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2, 25$$

گزینه سوم

(۱۲۹) اگر غائبہ کی رُش مستطیل پر متغیر واقع اسے، پُر رُش مستطیل

$$\underbrace{(a, 4a^2 - 12a + 9)}_{\text{عرض}} \underbrace{\quad}_{\text{طول}}$$



$$S = a(4a^2 - 12a + 9) = 4a^3 - 12a^2 + 9a$$

$$S' = 12a^2 - 24a + 9 = 0 \xrightarrow{\div 3} 4a^2 - 8a + 3 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} b' = -8 \\ \end{array} \right.$$

$$\Delta' = 16 - 12 = 4 \Rightarrow a = \frac{8 \pm 2}{8} \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{5}{4} \xrightarrow{\text{عوض}} 0 \\ a = \frac{1}{2} \rightarrow 4 \end{array} \right.$$

$$\left(\frac{1}{2}, 4 \right) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

گزر خ اول

$$\begin{array}{c} 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \\ 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \end{array} \quad \text{۵ حالت}$$

چون صفت دو طرفه دارد $0 \times 5 = 10$ گزینه چهارم

$$n(S) = 8 \times 8 = 64 \quad \text{حالت}$$

حالت مطلوب	$(1,1) (5,5) (4,4) (4,4)$	---	$(8,8)$	→	حالت ۸
	$(1,2) (1,3)$	- - -	$(1,8)$	→	حالت ۸
	$(5,1) (5,1)$		$(8,1)$	→	حالت ۸
	$(5,4) (2,4) (2,8) (4,8) (3,4)$			→	حالت ۵
	$(5,2) (4,2) (8,2) (8,4) (4,4)$			→	حالت ۵
					حالت ۳۵

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{35}{64} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

گزینه سوم

(۱۳۲)

$$P(\text{مجموع فرد} \mid \text{سه عدد فرد}) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{l} \text{سه} \\ \text{عدد فرد} \end{array} \quad \{1, 3, 5, 7\} \\ \text{سه} \\ \text{عدد زوج} \quad \{2, 4, 6, 8\}$$

(مجموع دو عدد فرد) = (مجموع یک عدد فرد)

$$\binom{0}{3} + \binom{4}{2} \binom{0}{1} = 1 + 4 = 5$$

گزینه سوم

$$\binom{0}{3} = 1$$

(۱۳۳)

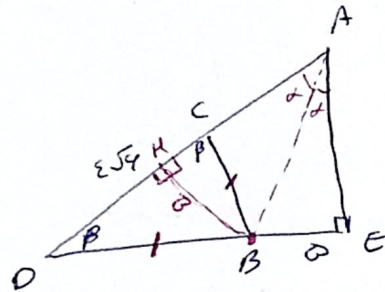
طبق آمار $\frac{AM}{AC} = \frac{EM}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{ME}{9} \Rightarrow ME = 3$

$$\frac{BE}{AB} = \frac{EN}{AD} \Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{EN}{4} \Rightarrow EN = 2$$

میانگه: $MN = 5$

گزینه چهارم

(۱۳۴)



چون B مرکز نیمه دایره A قرار دارد پس

$$BH = BE = 5$$

مثلث BDC متساوی الساقین است بر BH عمود

$$HC = HD = \frac{5\sqrt{4}}{2} = 2\sqrt{4}$$

میانگه BCH: $BC^2 = 5^2 + (2\sqrt{4})^2 = 25 + 16 = 41 \rightarrow BC = \sqrt{41}$

$$BD = BC = \sqrt{41} \Rightarrow \frac{BD}{BH} = \frac{\sqrt{41}}{5} = 1, 2$$

گزینه سوم

(۱۳۵) مرکز بیضی محل تقاطع دو قطر است که حاصل محل تقاطع ۲ خط نیزه باشد و مماس ۲ خط هم عمودند.

$$m_y = 1 \quad , \quad m_{y_r} = \frac{r}{a} \Rightarrow m_1 m_r = -1 \Rightarrow \frac{r}{a} = -1 \Rightarrow a = -r$$

$$y_r = \frac{r(x-1)}{-r} = -x+1$$

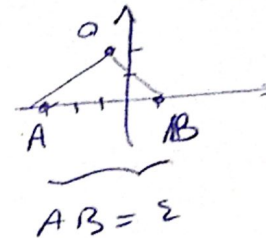
$$y_1 = y_r \Rightarrow x+2 = -x+1 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -1$$

$$y = -1+2 = 1 \rightarrow \text{مرکز بیضی } (-1, 1)$$

① محل تقاطع ۲ خط مماس: $x+2=0 \Rightarrow x=-2 \rightarrow A(-2, 0)$

② محل تقاطع ۲ خط مماس: $-x+1=0 \Rightarrow x=1 \rightarrow B(1, 0)$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times \text{ع} \times 2 = \text{ع}$$



گزینه اول

$$C_1 \left\{ \begin{array}{l} r(x, x) \\ r = \text{ع} \end{array} \right.$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - y + \frac{1}{2}) = 1 + 1 + \frac{1}{2} \quad (136)$$

$$(x-1)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{9}{2}$$

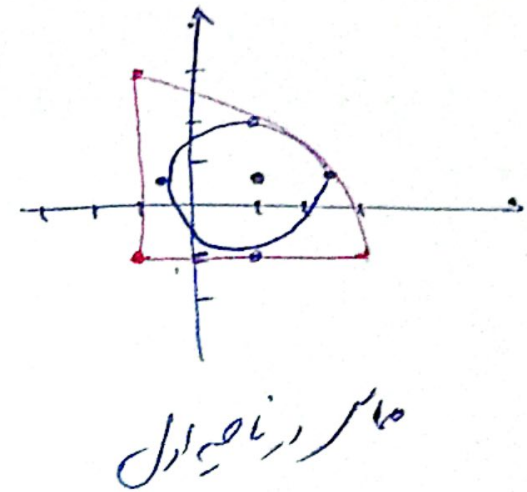
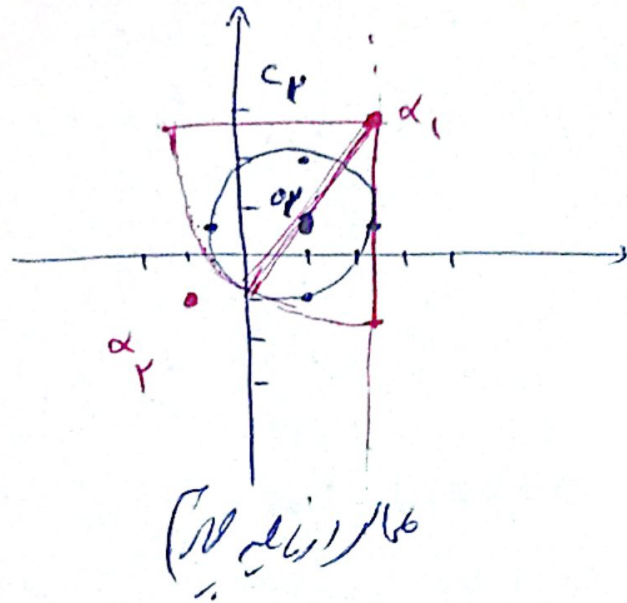
$$C_2 \left\{ \begin{array}{l} r(1, \frac{1}{2}) \\ \text{شعاع } r' = \frac{3}{\sqrt{2}} \end{array} \right.$$

چون هکڻ دږک اټ

$$oo' = |r - r'|$$

$$(\alpha - 1)^2 + (\alpha - \frac{1}{r})^2 = (\alpha - \frac{r}{r})^2 = \frac{r^2}{\Sigma} \Rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 - 3\alpha - 2 = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \frac{5}{2} \\ \alpha_2 = -1 \end{cases} \begin{matrix} \xrightarrow{\text{نقطه}} (\frac{5}{2}, \frac{5}{2}) \\ \xrightarrow{\text{نقطه}} (-1, -1) \end{matrix}$$

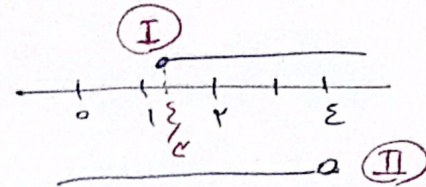


$$\text{فاصله هکڻ از مبدا (اصل)} = \frac{5}{2} = 2.5$$

نقطه هکڻ

(۱۳۷) چون a طبعی است پس a بر $a-1$ و $a+1$ صحیح است

$$\frac{1}{r_{a+1}} \leq \frac{1}{\delta} \Rightarrow \delta \leq r_{a+1} \Rightarrow r_a \geq \varepsilon \Rightarrow a \geq \frac{\varepsilon}{r} \simeq 1, \dots \quad \textcircled{I}$$



چون a طبعی و $\frac{1}{a-c} < \frac{1}{\delta}$ است پس δ کمتر است نیز باید است.

$$\frac{1}{\delta} < \frac{1}{a-c} \Rightarrow a-c < \delta \Rightarrow ca < 1 \Rightarrow a < \frac{1}{c} \quad \textcircled{II}$$

از I و II اعداد طبیعی ۲ و ۳ می باشد و گزینه در صحیح است.

$$S_n = \frac{(a + 14r) \cancel{n}}{r} = 14 \times \cancel{n} \Rightarrow a + 14r = 14 \times \cancel{r} \Rightarrow a = r$$

$$\text{Ans: } \left. \begin{matrix} 1, 2, \dots, 19, 19, \dots \end{matrix} \right\} \begin{matrix} a_1 = 1 \\ d = 1 \end{matrix} \quad S_n = 19 \times 19 = 361$$

$$(1\frac{1}{2})_n = \frac{1\sqrt{r}-r}{1e} + 1 = 1\sqrt{r}+1=1\Lambda$$

۱۴۹) ۲- کس از مشتق است و این در (۱) قابل فهم

$$-x(3(x) - 2 + a) = -x \Rightarrow 1 + a = 1 \Rightarrow \underline{a = -9}$$

$$N_{100}: 3x^3 + x^2 - 9x + 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(3x^2 - 5x + 1) = 0$$

$$\text{گزینه ۱: } x = -2$$

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{c}$$

حاصل ضرب اشیاء:

$$\text{حاصل ضرب اشیاء} = -2 \times \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$

گزینه دوم

با اشیاء از زیر ۲ داریم:

(۱۴۰)

$$\text{گزینه ۱: } \log_r c = 2 \rightarrow c = r^2 \Rightarrow a + \sqrt{b} = 10 \rightarrow \text{کامل نیست}$$

$$\text{گزینه ۲: } \log_r c = 1 \rightarrow c = r \Rightarrow a + \sqrt{b} = 8 \rightarrow \text{کامل نیست}$$

$$\text{گزینه ۳: } \log_r c = -1 \rightarrow c = r^{-1} = \frac{1}{r} \Rightarrow a + \sqrt{b} = \frac{12}{r} \rightarrow \sqrt{\frac{12}{r}} \rightarrow \text{کامل نیست}$$

$$\text{گزینه ۴: } \log_r c = -2 \rightarrow c = r^{-2} = \frac{1}{r^2} \Rightarrow a + \sqrt{b} = \frac{20}{r} \rightarrow \sqrt{\frac{20}{r}} = \frac{5}{r} \checkmark$$

اینک گزینه ۴:

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} + \sqrt{c} = \frac{5}{r} + \frac{1}{r} = \frac{6}{r} = 3 \checkmark$$

هنرِ امری

9.14929519

@Teachingmath65