تحلیل کنکور 1405

رشته تجربی

علی رحیمی

09177202896

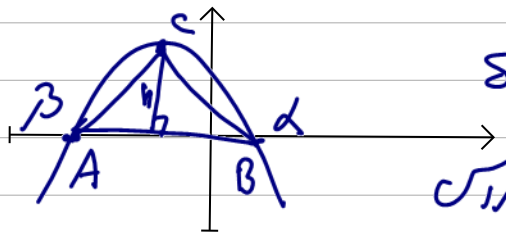
۱۱۱- رأس سهمی $y=-8x^2+ax+1$ و صفرهای آن، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{27}{64}$ است. اگر بخش بزرگ‌تری از مساحت مثلث در ناحیه دوم باشد، مقدار a کدام است؟

۱) -2 ✓ ۲) $4\sqrt{2}$ ۳) 2 ۴) $-4\sqrt{2}$

حل: $a<0$ دهانه سهمی رو به پایین

$P=\frac{c}{a}=\frac{-1}{8}$ منفی دو ریشه علامت متفاوت دارد.

بخش بزرگتر مساحت مثلث در ناحیه دوم است لذا قدرمطلق ریشه منفی بزرگتر است.



$S=\frac{1}{2}h\times AB$

عرض رأس — تفاضل دو ریشه

$h=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(a^2+32)}{-32}=\frac{a^2+32}{32}$

$AB=\alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{4a}=\frac{\sqrt{a^2+32}}{-32}$

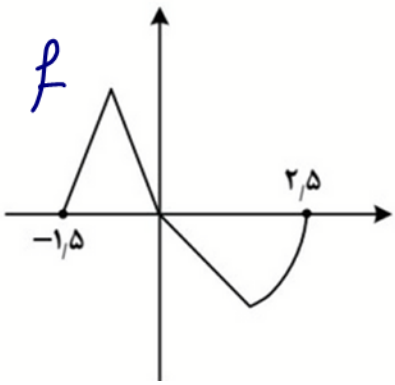
$\Rightarrow S=\frac{27}{64}\Rightarrow \frac{1}{2}\times\frac{a^2+32}{32}\times\frac{\sqrt{a^2+32}}{8}=\frac{27}{64}$

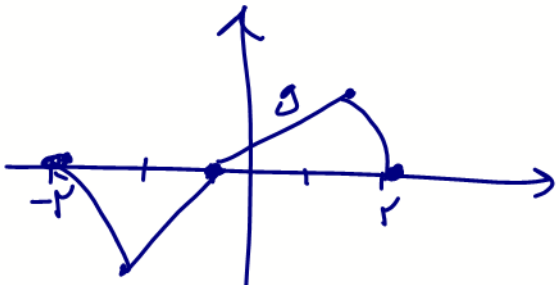
$(a^2+32)(\sqrt{a^2+32})=8\times 27$

توان ۲ $\rightarrow (a^2+32)^3=(8\times 27)^2\Rightarrow (a^2+32)^3=(2^3\times 3^3)^2=(3^2\times 2^2)^3$

$a^2+32=36\rightarrow a^2=4\rightarrow a=\pm 2\rightarrow \boxed{a=-2}$

۱۱۲- نمودار تابع f به‌صورت زیر رسم شده و $g(x)=-f(x+\frac{1}{2})$ است. اگر $h=\frac{f}{g}$ باشد، دامنه h شامل چند عدد صحیح است؟





۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳ ✓
۴) ۴

$-1, 0, 1$

-2 و 2 مخرج کسر است.

۱۱۳- هر کدام از ریشه‌های معادله‌ای ۰٫۵ واحد از یکی از ریشه‌های معادله $x^2+1.35x-1.3=0$ کمتر است. حاصل‌ضرب ریشه‌های آن معادله کدام است؟

۱) -0.375 ✓　　۲) -0.3　　۳) -1.3　　۴) -1.375

$ax^2+bx+c=0$ ، α و β باشد.

$\alpha' = \alpha + 0.5$
$\beta' = \beta + 0.5$
$\rightarrow \alpha = \alpha' - 0.5$
$\beta = \beta' - 0.5$
$\Rightarrow P = \alpha\beta = \alpha'\beta' - 0.5(\alpha'+\beta') + 0.25$

$= -1.3 + 0.5 \times 1.35 + 0.25 =$

$P' = \alpha'\beta' = -1.3$, $S = -\frac{b}{a} = -1.35$

$= -\frac{13}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{135}{100} + \frac{1}{4} =$

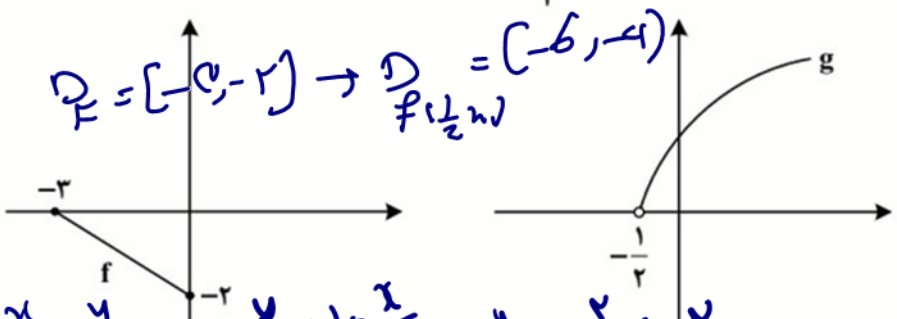
$= \frac{-260 + 135 + 25}{200} = \frac{-260+160}{200}$

$= \frac{-75}{200} = -0.375$

$\frac{-260}{185}$
0.75

۱۱۴- نمودارهای توابع f و g به‌صورت زیر رسم شده‌اند. اگر بازه I، دامنه $gof(\frac{1}{2}x)$ باشد، طول بازه I کدام است؟

۱) ۰٫۵ ✓
۲) ۱
۳) ۱٫۵ ✓
۴) ۳



$D_f = [-3,-2] \rightarrow D_{f(\frac{1}{2}x)} = [-6,-4]$

$\frac{x}{-3} + \frac{y}{-2} = 1 \Rightarrow \frac{y}{-2} = 1 + \frac{x}{3} \rightarrow y = -\frac{2}{3}x - 2$

$f(\frac{1}{2}x)$

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f \in D_g\} = \{x \in [-3,0] \mid -\frac{2}{3}x - 2 > -\frac{1}{2}\} =$

$-\frac{2}{3}x > \frac{3}{2}$

$x < -\frac{9}{4}$

$[-3,0] \cap (-\infty, -\frac{9}{4}) = [-3, -\frac{9}{4})$

$\xrightarrow{\times 2} [-6, -\frac{9}{2}) \rightarrow I = -\frac{9}{2} + 6 = \frac{3}{2} = 1.5$

۱۱۵- اگر $\sqrt{\tan x}-\sqrt{\cot x}=\frac{۲}{\sqrt{۷}}$ و x در ربع سوم باشد، حاصل $\sin x-\cos x$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}\sqrt{۲}$　　۲) $-\frac{۱}{۲}\sqrt{۳}$　　۳) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۳}$　　۴) $-\frac{۱}{۳}\sqrt{۲}$ ✓

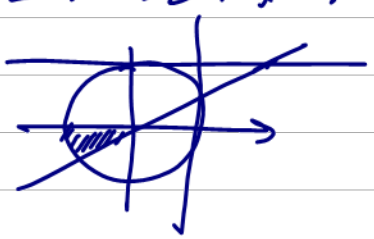
توان ۲ $\Rightarrow \tan x+\cot x-۲\sqrt{\tan x\times\cot x}=\frac{۴}{۷}$

$\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{۴}{۷}+۲ \Rightarrow \frac{\sin^۲ x+\cos^۲ x}{\sin x.\cos x}=\frac{۱۸}{۷}$

$\frac{۱}{\sin x.\cos x}=\frac{۱۸}{۷} \Rightarrow \sin x.\cos x=\frac{۷}{۱۸}$

$A=\sin x-\cos x \Rightarrow A^۲=۱-۲\sin x\times\cos x=۱-\frac{۷}{۹}=\frac{۲}{۹} \Rightarrow A=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۳}$

$\sqrt{\tan x}>\sqrt{\cot x} \rightarrow \tan x>\cot x$

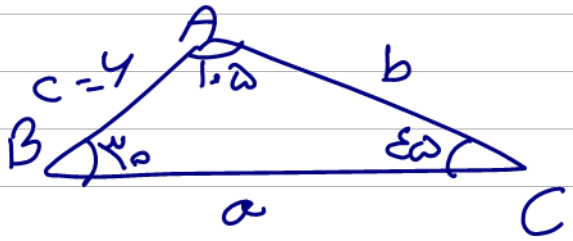


$\Rightarrow \cos x>\sin x \Rightarrow A<۰$

$A=-\frac{\sqrt{۲}}{۳}$

۱۱۶- در مثلث ABC اندازه زوایای $A\hat{C}B$ و $A\hat{B}C$ به‌ترتیب ۴۵ و ۳۰ درجه است. اگر $AB=۶$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

۱) $۳(۱+\sqrt{۲})$　　۲) $۳(۱+\sqrt{۳})$ ✓　　۳) $۴(۱+\sqrt{۲})$　　۴) $۴(۱+\sqrt{۳})$



$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C} \Rightarrow a=\frac{c}{\sin C}\cdot\sin A=\frac{۶}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}\times\sin(۱۰۵)=\frac{۱۲}{\sqrt{۲}}\sin(۹۰+۱۵)=$

$=\frac{۱۲\sqrt{۲}}{۲}\cos ۱۵=۶\sqrt{۲}\cos ۱۵$

$\cos^۲ ۱۵=\frac{۱+\cos ۳۰}{۲}=\frac{۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۲} \Rightarrow \cos ۱۵=\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۲}$

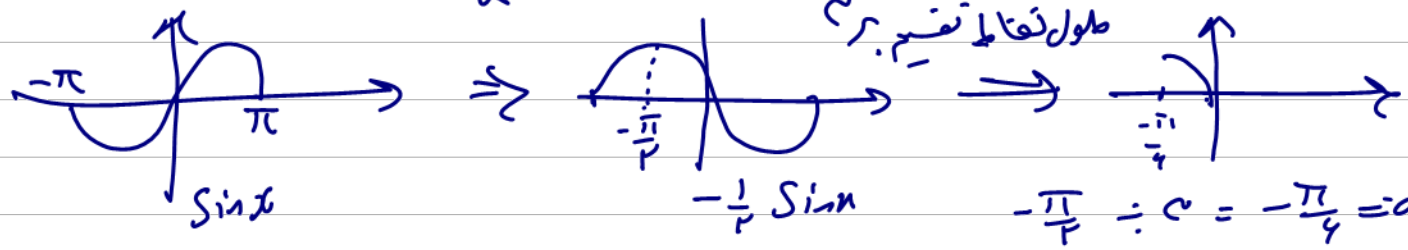
$=۳\sqrt{۲}\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$

$= 3\sqrt{4+2\sqrt{3}} = 3\left(\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}\right) = 3(1+\sqrt{3})$

۱۱۷- تابع $f(x) = -\frac{1}{2}\cos(\frac{3\pi}{2}+3x)$ روی بازه $[a,0]$ اکیداً نزولی است. کمترین مقدار a کدام است؟

۱) $-\frac{\pi}{12}$ ۲) $-\frac{\pi}{8}$ ۳) $-\frac{\pi}{4}$ ۴) $-\frac{\pi}{6}$ ✓

$f = -\frac{1}{2}\cos(\pi + \underbrace{\frac{\pi}{2}+3x}_{\alpha}) = +\frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{2}+\underbrace{3x}_{\alpha}) = -\frac{1}{2}\sin 3x$



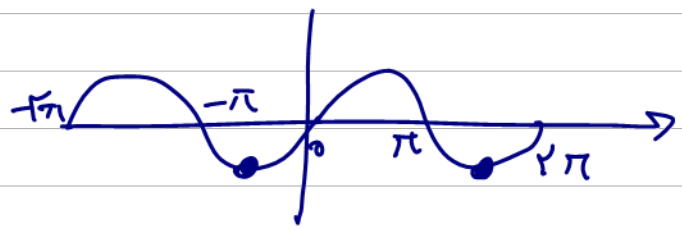
$-\frac{\pi}{2} \div 3 = -\frac{\pi}{6} = a$

۱۱۸- تعداد جواب‌های معادله $\sin(\pi+x)\cos(\frac{\pi}{2}+x)+1 = 2\sin(\pi-x)$ در بازه $[-2\pi,2\pi]$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ✓ ۳) ۳ ۴) ۴

$-\sin x \times (-\sin x) + 1 = 2\sin x \Rightarrow 1 + \sin^2 x - 2\sin x = 0$

$\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0 \rightarrow (\sin x + 1)^2 = 0 \rightarrow \sin x = -1$



$x = \frac{3\pi}{2}, \quad x = -\frac{\pi}{2}$

۲ جواب دارد.

۱۱۹- حاصل $(0/25)^{1-\log_4 10}$ کدام است؟

۱) ۲/۵ ✓ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۰۵

$1-\log_4 10 = \log_4 4 - \log_4 10 = \log_4 0/4 \quad \left\{ \frac{1}{4} = 0/25 \right. \Rightarrow (4^{-1})^{\log_4 0/4} = 4^{-\log_4 0/4} = 4^{-\log_4 \frac{10}{4}} = 4^{-\log_4 10 + \log_4 4} = 2/5$

۱۲۰- اگر اعداد a و b به داده‌های زیر اضافه شوند، چارک اول و سوم داده‌ها تغییر نمی‌کند. میانگین a و b کدام است؟

۴۵,۱۲,۱۵,۲۳,۱۴,۱۶,۳۴,۱۸,۴۲,۲۵,۱۰

۱) ۳۰ ۲) ۲۸ ۳) ۲۴ ۴) ۲۰

۱۰ ۱۲ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۸ ۲۳ ۲۵ ۳۴ ۴۲ ۴۵

b چارک اول — میانه — a چارک سوم

وقتی چارک ها تغییر نمی‌کنند اعداد اضافه شده برابر چارک ها باشند.

$\frac{a+b}{2} = \frac{14+34}{2} = \frac{48}{2} = 24$

۱۲۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+a}$ در دو نقطه نمودار تابع وارونش را قطع می‌کند. اگر اختلاف طول این نقاط $2\sqrt{10}$ باشد، کدام مورد می‌تواند مقدار a باشد؟ $(a \neq 0)$

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

$y = \frac{1}{x+a} \Rightarrow yx + ay = 1 \Rightarrow yx = 1 - ay \Rightarrow x = \frac{1-ay}{y}$

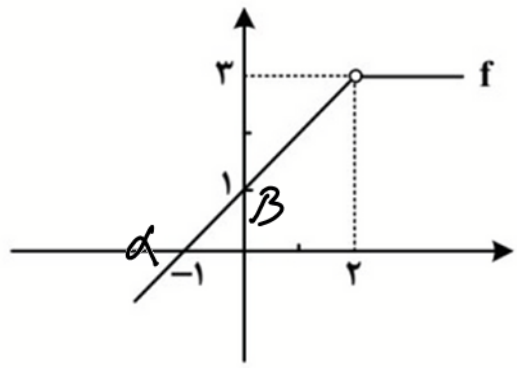
$f^{-1} = \frac{1-ax}{x} \Rightarrow f = f^{-1} \Rightarrow \frac{1}{x+a} = \frac{1-ax}{x} \Rightarrow x = x - ax^2 + a - a^2x$

$ax^2 + a^2x - a = 0 \xrightarrow{\div a} x^2 + ax - 1 = 0 \Rightarrow$

$x = \frac{-a \mp \sqrt{a^2+4}}{2} \rightsquigarrow \frac{-a+\sqrt{a^2+4}}{2} - \frac{-a-\sqrt{a^2+4}}{2} = \sqrt{a^2+4}$

$\sqrt{a^2+4} = 2\sqrt{10} \rightarrow a^2+4 = 40 \rightarrow a^2 = 36 \rightarrow a = \pm 6$

۱۲۲- نمودار تابع f به‌صورت زیر رسم شده است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۲^-} \frac{۳-f(x)}{x^۲-۴}$ کدام است؟



۱) $-\frac{۱}{۴}$ ✓

۲) $-\frac{۱}{۲}$

۳) $-\frac{۱}{۵}$

۴) $-\frac{۱}{۳}$

$$f(x)=\begin{cases} ۲ & x\geq ۲ \\ x+۱ & x<۲ \end{cases}$$

$$\frac{x}{-۱}+\frac{y}{۱}=۱ \to y=x+۱$$

$$\text{Hop} \rightsquigarrow \lim_{x\to ۲^-} -\frac{f'(x)}{۲x} = \frac{-۱}{۴}$$

۱۲۳- اگر $\lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{|x-|x||}{x^۲+۲x}=a$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \tan(ax)$ کدام است؟

۱) ۱

۲) صفر

۳) $-\infty$

۴) $+\infty$ ✓

$$\lim_{x\to ۰^-} \frac{|x-(-x)|}{x^۲+۲x} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{|۲x|}{x^۲+۲x} = \frac{-۲x}{x(x+۲)} = \frac{-۲}{x+۲} = \frac{-۲}{۰+۲} = -۱$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \tan(-x) = -\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \tan x = -(-\infty) = +\infty$$

حاشیه دوم

۱۲۴- تابع f با ضابطه $f(x)=1+\frac{2x}{a}$ است. اگر تابع $g(x)=\begin{cases} f(x) & x\geq -1 \\ f^{-1}(x) & x<-1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد و محور xها را در سمت مثبت محور قطع کند، مقدار $g(-1)$ کدام است؟

۱) ۴-　　۲) ۱-　　۳) ۲　　۴) ۳

$y=1+\frac{2x}{a} \Rightarrow y-1=\frac{2x}{a} \Rightarrow \frac{a(y-1)}{2}=x \Rightarrow f^{-1}=\frac{ax-a}{2}$

$g=\begin{cases} 1+\frac{2x}{a} & x\geq -1 \\ \frac{ax-a}{2} & x<-1 \end{cases} \rightarrow$ پیوسته $\Rightarrow 1-\frac{2}{a}=-\frac{2a}{2}$

$1-\frac{2}{a}=-a \Rightarrow a-2=-a^2$

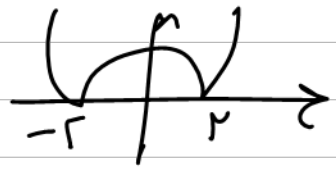
$a^2+a-2=0 \rightarrow (a+2)(a-1)=0 \rightarrow a=1,\ a=-2$ سمت راست

$g(-1)=f(-1)=1+\frac{2(-1)}{-2}=1+1=2$

۱۲۵- اختلاف شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست بر منحنی $y=|x^2-4|$ در $x=2$ کدام است؟

۱) ۸　　۲) ۶　　۳) ۴　　۴) ۳

$y=\begin{cases} x^2-4 & x>2 \\ 4-x^2 & x<2 \end{cases}$



$f'=\begin{cases} 2x & x>2 \rightarrow 4 \\ -2x & x<2 \rightarrow -4 \end{cases} \rightarrow +4-(-4)=8$

۱۲۶- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t)=\frac{9t+3}{\sqrt{t}}$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t=1$ چند گرم است؟

۱) ۱۷　　۲) ۷٫۵　　۳) ۳　　۴) ۱٫۵

$m'(t)=\frac{9\sqrt{t}-\frac{1}{2\sqrt{t}}(9t+3)}{t} \xrightarrow{t=1} m'(1)=\frac{9-\frac{1}{2}(12)}{1}=3$

۱۲۷- برای چند مقدار طبیعی a، تابع $f(x)=|2x^2-9x+a|$ در بازه $[1,4]$ دارای دو مینیمم نسبی است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

$y' = \frac{2x^2-9x+a}{|2x^2-9x+a|}(4x-9)$

$|u| = \frac{u}{|u|}u'$

$y'=0 \Rightarrow 4x-9=0 \to x=\frac{9}{4}=2.25$

$2x^2-9x+a=0 \to \Delta = 81-8a \to x=\frac{9\pm\sqrt{81-8a}}{4}$

$81-8a>0$

$81>8a$

$10>a$

	α		2.25		β	
$4x-9$	$-$		$-$		$+$	
	$+$		$-$		$-$	
	$-$		$+$		$+$	
		min				min

$1 \le \frac{9-\sqrt{81-8a}}{4} < \frac{9+\sqrt{81-8a}}{4} \le 4$

$4 < 9-\sqrt{81-8a}$

$\sqrt{81-8a} \le 5 \to 81-8a < 25 \to 56 \le 8a \to 7 \le a$ (1)

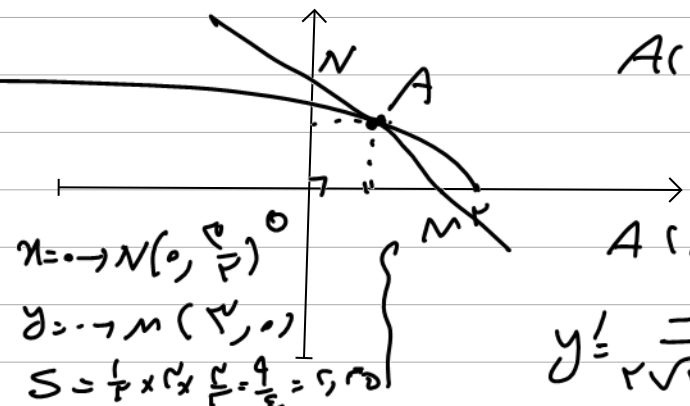
$\frac{9+\sqrt{81-8a}}{4} < 4 \to 9+\sqrt{81-8a} < 16 \to \sqrt{81-8a} < 7 \Rightarrow 81-8a < 49$

$81-49 < 8a \to 32 < 9a \to 4 < a$ (2)

$1,2 \Rightarrow 7 < a < 10 \Rightarrow 7,8,9 \Rightarrow$ ۳ حالت

۱۲۸- خطی در نقطه (a,a) بر نمودار تابع $y=\sqrt{2-x}$ مماس شده و محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند. مساحت مثلث OAB کدام است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۱/۷۵



$A(a,a) \Rightarrow a=\sqrt{2-a} \Rightarrow a^2=2-a$

$a^2+a-2=0 \Rightarrow (a+2)(a-1)=0 \to a=1,\ a=-2$

$x=0 \to N(0,\frac{3}{2})$

$y=0 \to M(3,0)$

$S=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}=2.25$

$A(1,1)$

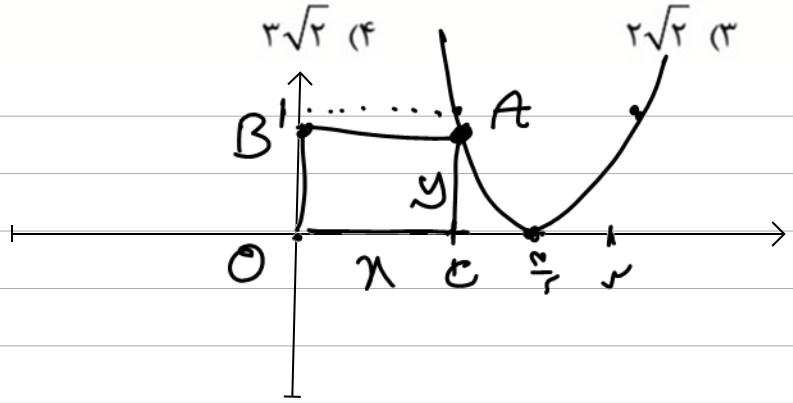
$y'=\frac{-1}{2\sqrt{2-x}} \Rightarrow m=\frac{-1}{2}$

$\Rightarrow y=-\frac{1}{2}x+h \Rightarrow 1=-\frac{1}{2}+h$

$h=\frac{3}{2} \to y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

۱۲۹- یک رأس مستطیلی واقع بر منحنی $y = 4x^2 - 12x + 9$ بوده و سه رأس دیگر، روی محورهای مختصات است. اگر این مستطیل بین محورها و نمودار منحنی محاط باشد، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

۱) ۲ ✓ ۲) ۳ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $3\sqrt{2}$



$y = 4x^2 - 12x + 9$

$x = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

$y = 4 \times \frac{9}{4} - 12 \times \frac{3}{2} + 9 = 9 - 18 + 9 = 0$

$\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

1	$\frac{3}{2}$	2
1	0	1

$S = xy = x(4x^2 - 12x + 9)$

$S = 4x^3 - 12x^2 + 9x \rightarrow S' = 12x^2 - 24x + 9 = 0$

$\xrightarrow{\div 3} 4x^2 - 8x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = 64 - 48 = 16 \rightarrow x = \frac{8 \mp 4}{8} = \begin{cases} \frac{12}{8} \\ \frac{4}{8} \end{cases}$ غ ق ق

$x = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2}\left(4 \times \frac{1}{4} - 12 \times \frac{1}{2} + 9\right) = \frac{1}{2}(1 - 6 + 9) = 2$

۱۳۰- ۷ نفر در خط شروع یک مسابقه ایستاده‌اند. به چند طریق ممکن است ۳ نفری که اشتباه در خط شروع ایستاده‌اند مجاور هم باشند؟

۱) ۴۲ ۲) ۳۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰ ✓

$\underbrace{1,2,3}, 4, 5, 6, 7$ $\quad$ $1, \underbrace{2,3,4}, 5, 6, 7$ $\quad$ $1, 2, \underbrace{3,4,5}, 6, 7$

$1, 2, 3, \underbrace{4,5,6}, 7$ $\quad$ $1, 2, 3, 4, \underbrace{5,6,7}$

---

۵ حالت و هر حالت ۲ حالت دیگر دارد که $5 \times 2 = 10$ است.

از سه نفر a و b و c اگر بخواهند اشتباهی در جای خود بکنند ۲ حالت وجود دارد.

فرض کنید حالت درست a-b-c باشد حالت‌های نادرست

c-a-b $\quad$ b-a-c

۱۳۱- دو دانش‌آموز، هر کدام تابلوهایی با شماره‌های ۱ تا ۸ در اختیار دارند، هر کدام به تصادف یک تابلو را انتخاب کرده و به هم نشان می‌دهند. اگر عدد روی تابلوی یکی، مضرب دیگری باشد، هر دو برنده جایزه می‌شوند. چند درصد احتمال دارد که آنها برنده شوند؟

۱) ۴۰　　۲) ۶۲٫۵　　۳) ۵۰　　۴) ۷۲٫۵

$S=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

$S'=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

$1\to 8$　　$2\to 5$

$3\to 3$　　$4\to 4$　　$6\to 4$

$5\to 2$　　$6\to 6$　　$7\to 2$

تعداد حالت‌ها　۲۴ حالت است جواب

$\frac{24}{64}=\frac{3}{8}$ → ۳۷٫۵ درصد

۱۳۲- هر یک از اعداد ۱ تا ۹ روی یک کارت نوشته شده است. سه کارت به تصادف انتخاب می‌شود. با کدام احتمال هر سه عدد روی کارت فرد هستند به‌طوری‌که می‌دانیم مجموع آنها نیز فرد است؟

۱) $\frac{1}{2}$　　۲) $\frac{1}{4}$　　۳) $\frac{1}{3}$　　۴) $\frac{1}{5}$

B

فرد: ۱، ۳، ۵، ۷، ۹

زوج: ۲، ۴، ۶، ۸

$P(A|B)=$

مجموع فرد B

هر سه فرد → $\binom{5}{3}=10$ حالت

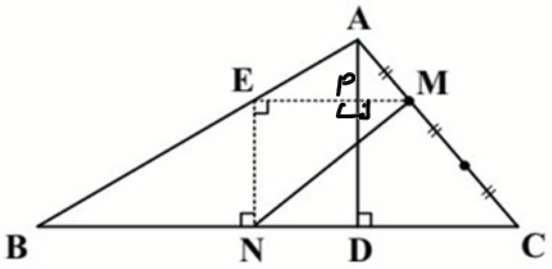
یک فرد و دو زوج → $\binom{5}{1}\binom{4}{2}=5\times 6=30$ حالت

$\binom{4}{2}=\frac{4\times 3\times 1}{2\times 1}$

کل حالات $=\binom{9}{3}=\frac{9\times 8\times 7}{3\times 2\times 1}=3\times 4\times 7=84 \to P(B)=\frac{40}{84}$

$P(A\cap B)=\frac{\text{هر سه فرد}}{84}=\frac{10}{84} \Rightarrow P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$

۱۳۳- در شکل زیر، $AD=۶$ و $BC=۹$ است. طول MN چقدر است؟



۱) $۳/۵\sqrt{۲}$

۲) $۳\sqrt{۲}$

۳) ۴/۵

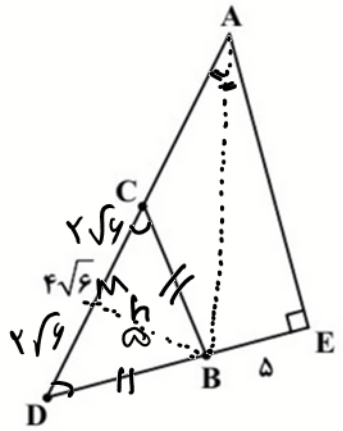
۴) ۵ ✓

$$\frac{AM}{AC}=\frac{ME}{BC} \Rightarrow \frac{AM}{۳AM}=\frac{ME}{۹} \Rightarrow ME=۳ \Rightarrow \frac{AP}{AD}=\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow AP=\frac{۶}{۳}=۲ \rightarrow AP=۲ \rightarrow PD=۶-۲=۴ \rightarrow EN=۴$$

$$MN=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵$$

۱۳۴- در شکل زیر، $BC=BD$ و B روی نیمساز زاویه A قرار دارد. طول BD چند برابر طول ارتفاع وارد بر DC است؟



۱) ۱/۲

۲) ۱/۳

۳) ۱/۴ ✓

۴) ۱/۵

DBC → ارتفاع = میانه

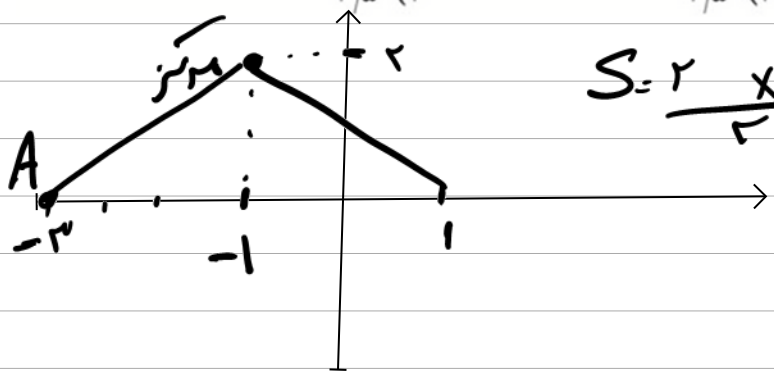
متساوی الساقین

$$BM=BE=۷ \Rightarrow BD=\sqrt{۲۵+۲۴}=۷$$

$$\frac{BD}{h}=\frac{۷}{۵}=۱/۴$$

۱۳۵- قطرهای یک بیضی روی خطوط $y = x + ۳$ و $ay - ۲x = -۲$ قرار دارند. اگر مرکز بیضی و محل برخورد قطرهای بیضی با محور xها، رئوس یک مثلث باشند، مساحت این مثلث کدام است؟

۱) ۴ ✓ ۲) ۳ ۳) ۴٫۵ ۴) ۳٫۵



$S = \frac{۲ \times ۴}{۲} = ۲ \times ۲ = ۴$

$y = x + ۳ \to m = ۱$

$ay - ۲x = -۲ \to m' = \frac{۲}{a}$

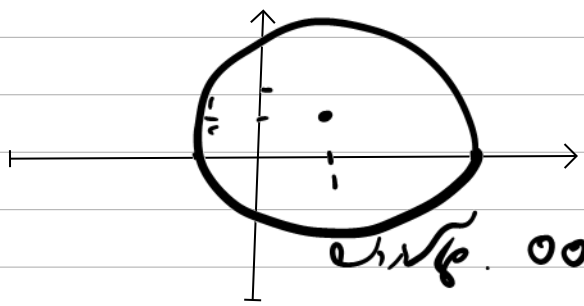
$mm' = -۱ \to -۱ = \frac{۲}{a} \to \boxed{a = -۲}$

$\begin{cases} y = x + ۳ \\ -۲y - ۲x = -۲ \Rightarrow y + x = ۱ \end{cases} \to x + ۳ + x = ۱ \to ۲x = -۲ \to x = -۱$

$x = -۱ \to y = ۲$

۱۳۶- در نقطه‌ای واقع در ناحیه چهارم، دایره C به مرکز (α, α) و شعاع ۴ با دایره $x^۲ + y^۲ - ۲x - y = ۱$ مماس درون است. فاصله مرکز دایره C از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۰٫۵\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $۲٫۵\sqrt{۲}$ ✓



$(x - a)^۲ + (y - a)^۲ = ۱۶$

$(x - ۱)^۲ + (y - \frac{۱}{۲})^۲ = ۱ + ۱ + \frac{۱}{۴} = \frac{۹}{۴}$

مماس درون $OO' = R - R' \Rightarrow \sqrt{(a-۱)^۲ + (a - \frac{۱}{۲})^۲} = ۴ - \frac{۳}{۲} = \frac{۵}{۲}$

$\to a^۲ - ۲a + ۱ + a^۲ - a + \frac{۱}{۴} = \frac{۲۵}{۴} \Rightarrow ۲a^۲ - ۳a - ۵ = ۰$

$a = \frac{۳ \mp \sqrt{۹ + ۴۰}}{۴} = \frac{۳ \mp ۷}{۴} = \begin{cases} \frac{۵}{۲} \\ -۱ \end{cases}$ غیر در ناحیه ۴

$O(۲٫۵, ۲٫۵) \Rightarrow d = \sqrt{\frac{۲۵}{۴} + \frac{۲۵}{۴}} = \sqrt{\frac{۵۰}{۴}} = \sqrt{\frac{۲۵ \times ۲}{۴}} = \frac{۵\sqrt{۲}}{۲} = ۲٫۵\sqrt{۲}$

۱۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی a، عدد $\frac{1}{5}$ در بازه $\left[\frac{1}{3a+1}, \frac{1}{2a-3}\right)$ قرار دارد؟

۱) ۱　　۲) ۲ ✓　　۳) ۳　　۴) ۴

$\frac{1}{3a+1} \leq \frac{1}{5} < \frac{1}{2a-3} \Rightarrow \frac{1}{3a+1} \leq \frac{1}{5} \Rightarrow 5 \leq 3a+1 \Rightarrow 4 \leq 3a$

$a \geq \frac{4}{3}$

$\frac{1}{5} < \frac{1}{2a-3} \Rightarrow 2a-3 < 5 \rightarrow 2a < 8 \rightarrow a < 4$

$\Rightarrow \frac{4}{3} \leq a < 4 \rightarrow a = 2, 3 \rightarrow$ ۲ مقدار

۱۳۸- میانگین جملات دنباله حسابی a,۱۲,b,c,...,۱۷۲ برابر ۸۷ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

۱) ۱۳۹۲　　۲) ۱۴۷۹　　۳) ۱۵۶۶ ✓　　۴) ۱۶۵۳

$\text{میانگین جملات} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{S_n}{n} = \frac{\frac{n}{2}[a+172]}{n} = 87 \Rightarrow$

$a+172 = 174 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2, 12,$

$a = 2$

$d = 10 \rightarrow n = \frac{a_n - a}{d} + 1 = \frac{172-2}{10} + 1 = 18$

$S_n = 9[174] = 1566$

۱۳۹- اگر ۲- یکی از ریشه‌های معادله $x(3x^2+x+a)=-2$ باشد، حاصل‌ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

۱) $-\frac{3}{4}$　　۲) $-\frac{2}{3}$ ✓　　۳) $\frac{1}{4}$　　۴) $\frac{1}{3}$

$3x^3+x^2+ax+2 \,/\, x+2$

$P(-2)=0 \Rightarrow -24+4-2a+2=0 \Rightarrow -18-2a=0 \Rightarrow a=-9$

$3x^3+x^2-9x+2 \,/\, x+2$

$3x^3+6x^2$

$-5x^2-9x$

$-5x^2-10x$

$x+2$

$3x^2-5x+1 \longrightarrow P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$

حاصل‌ضرب $=\frac{1}{3}\times(-2)=-\frac{2}{3}$

۱۴۰- اگر $a+\sqrt{b}-c=6$ و $\sqrt{a+\sqrt{b}}+\sqrt{c}=3$ باشد، حاصل $\log_2 c$ کدام است؟

۱) ۲　　۲) ۱　　۳) ۱-　　۴) ۲- ✓

$A=\sqrt{a+\sqrt{b}}+\sqrt{c}=\sqrt{6+c}+\sqrt{c}=3$

$\Rightarrow \sqrt{6+c}=3-\sqrt{c} \Rightarrow 6+\cancel{c}=9-6\sqrt{c}+\cancel{c}$

$6\sqrt{c}=3 \Rightarrow \sqrt{c}=\frac{1}{2} \Rightarrow c=\frac{1}{4} \rightarrow \log_2\frac{1}{4}=\log_2 2^{-2}=-2$