

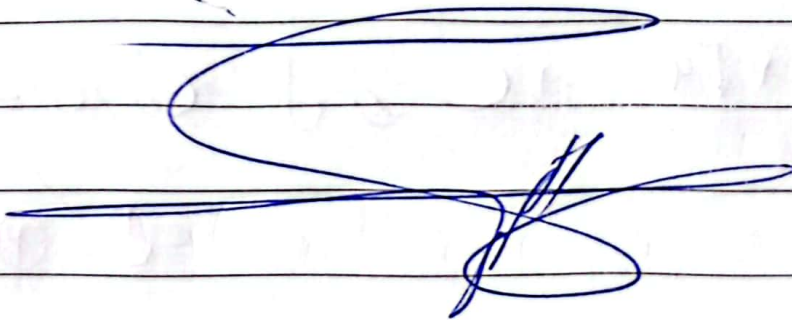
محمد حمیدی

شرفِ نسا

مفول دس رائی کاتون

طراح و مؤلف در راستای ایجاد آزمون از دانشی شود

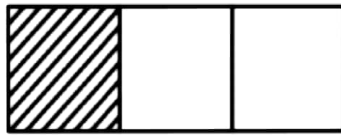
دکتر رائی



سولت دس رائی کاتون

تقدیم به سرکار خداداد کونیر

- ۱- در شکل زیر مستطیل بزرگ از ۳ مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت مستطیل بزرگ از $\frac{2}{3}$ مساحت یکی از مربع ها ۱۴ واحد بیشتر باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ کدام است؟



✓ (۱) $2\sqrt{6}$

(۲) $\sqrt{6}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{3}$

ضلع مربع را x بگیریم، پس طول و عرض مستطیل بزرگ به ترتیب $3x$ و x هستند.

مساحت مستطیل بزرگ و مربع را مساوی می‌کنیم:

$$S_{\text{مستطیل}} = \text{طول} \times \text{عرض} = (3x)(x) = 3x^2$$

$$S_{\text{مربع}} = (\text{ضلع})^2 = x^2$$

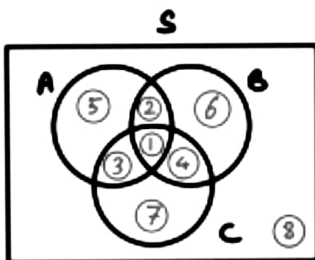
مساحت مستطیل از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع، ۱۴ واحد بیشتر است، پس:

$$3x^2 = \frac{2}{3}x^2 + 14 \xrightarrow{\times 3} 9x^2 = 2x^2 + 42 \xrightarrow{-2x^2} 7x^2 = 42 \xrightarrow{:7} x^2 = 6 \xrightarrow{\sqrt{}} x = \sqrt{6}$$

$$\underbrace{\text{طول}}_{3x} - \underbrace{\text{عرض}}_x = 2x = 2\sqrt{6}$$

اختلاف طول و عرض مستطیل برابر است با:

- ۲- مجموعه $(A - B) - (C - B)$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟
- (۱) $(B - C) - A$
- (۲) $A - (B \cup C)$
- (۳) $B - (A \cup C)$
- (۴) $(A - B) - C$ ✓



روی نمودارون، سه مجموعه A و B و C را نشان می‌دهیم و آن را به ۸ ناحیه تقسیم می‌کنیم:

مجموعه داده‌شده در صورت سوال را بر حسب نواحی می‌نویسیم:

$$(A - B) - (C - B) = \underbrace{\{5, 3\}}_{5, 3} - \underbrace{\{3, 7\}}_{3, 7} = \{5\}$$

برای هر چهار مجموعه داده‌شده در گزینه‌ها، همین کار را انجام می‌دهیم. هر کدام نقطه ناحیه ۵ شد، جواب است!

- ① $(B - C) - A = \underbrace{\{2, 4\}}_{2, 4} - \{5, 2, 1, 3\} = \{2\} \times$
- ② $A - (B \cup C) = \{5, 2, 1, 3\} - (\underbrace{\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}}_{\text{کلیه S - فرج C}}) = \{5, 2, 1, 3\} - \{1, 2, 4\} = \{5, 3\} \times$
- ③ $B - (A \cup C) = \underbrace{\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}}_{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{2\} \times$
- ④ $(A - B) - C = \underbrace{\{5, 3\}}_{5, 3} - \{1, 2, 4, 6, 7\} = \{5\} \checkmark$

۳- تابع با ضابطه $f(x) = (5x^2 - (ax+1)(x-b))c$ ثابت است. اگر $f(x+y) = f(x)f(y) - 2$ باشد، مقدار مثبت c

کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۱۰ (۱) ✓

فایده f را بدست می‌دهیم:

$$f(x) = (5x^2 - \underbrace{(ax+1)(x-b)}_{\text{فاکتورهای } x^2 - ax + x - b})c = (\underbrace{5x^2 - ax^2}_{\text{فاکتورهای } x^2} + \underbrace{abx - x + b}_{\text{فاکتورهای } x})c =$$

$$((5-a)x^2 + (ab-1)x + b)c$$

$$\begin{cases} 5-a=0 \rightarrow a=5 \\ ab-1=0 \rightarrow 5b-1=0 \rightarrow b=\frac{1}{5} \end{cases}$$

چون f ثابت است، باید ضرایب x^2 و x صفر باشد.

با جایگذاری در معادله $a=5$ و $b=\frac{1}{5}$ ، فایده f به شکل زیر در می‌آید:

$$f(x) = \left(\underbrace{(5-a)x^2}_{\frac{0}{5}} + \underbrace{(ab-1)x}_{\frac{0}{5}} + \underbrace{b}_{\frac{1}{5}} \right) c = \left(\frac{1}{5} \right) c = \frac{c}{5}$$

حال برای حل سوال داده‌های تمام $f(x)$ را $\frac{c}{5}$ قرار می‌دهیم:

$$\underbrace{f(x+y)}_{\frac{c}{5}} = \underbrace{f(x)}_{\frac{c}{5}} \underbrace{f(y)}_{\frac{c}{5}} - 2 \rightarrow \frac{c}{5} = \left(\frac{c}{5} \right)^2 - 2 \rightarrow \frac{c}{5} = \frac{c^2}{25} - 2 \xrightarrow{\times 25} 5c = c^2 - 10 \rightarrow$$

$$\underbrace{c^2 - 5c - 10}_{\text{شکل ۲}} = 0 \xrightarrow{\text{شرکت}} (c-10)(c+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} c=10 \checkmark \text{ (مقدار مثبت)} \\ c=-2 \end{cases}$$

۴- اگر $f(x) = \begin{cases} 1-x & x \geq 0 \\ 1+2x & x < 0 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{\pi}) + f(-1,7)$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۱

اول باید چک کنیم $\sqrt{\pi}$ و $-1,7$ در کدام دامنه قرار می گیرند؟ $x \geq 0$ یا $x < 0$

• اگر $\sqrt{\pi}$ را در $x \geq 0$ قرار دهیم به $|x| = \sqrt{\pi}$ می رسیم که معادله مثبت است. پس رابطه $f(x)$ را به کار می آوریم. دامنه $x \geq 0$ « مثبت » است :

$$f(x) = 1 - x \xrightarrow{x = \sqrt{\pi}} f(\sqrt{\pi}) = 1 - \sqrt{\pi} = 1 - \sqrt{3,14} = 1 - 1,77 = -0,77 \approx -1$$

• اگر $-1,7$ را در $x < 0$ قرار دهیم به $|x| = 1,7$ می رسیم که معادله منفی است. پس رابطه $f(x)$ را به کار می آوریم. دامنه $x < 0$ « منفی » است :

$$f(x) = 1 + 2x \xrightarrow{x = -1,7} f(-1,7) = 1 + 2(-1,7) = 1 - 3,4 = -2,4 \approx -2$$

$$f(\sqrt{\pi}) + f(-1,7) = -1 + (-2) = -3$$

پس :

۵- نقاط متمایز $(1, 3a)$ ، $(-1, a)$ و $(a, 3)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ✓ -۳ (۳) ۱ (۴) ۳

شیب خط گذرنده از نقاط $A(1, 3a)$ و $B(-1, a)$ را m_{AB} کنیم:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a - 3a}{-1 - 1} = \frac{-2a}{-2} = a$$

شیب خط گذرنده از نقاط $B(-1, a)$ و $C(a, 3)$ را m_{BC} کنیم:

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{3 - a}{a + 1}$$

چون سه نقطه A ، B و C روی یک خط قرار دارند، پس دو شیب بدست آمده باید برابر باشند:

$$m_{AB} = m_{BC} \rightarrow a = \frac{3-a}{a+1} \xrightarrow[\text{درین}]{\text{طرفین}} a^2 + a = 3 - a \rightarrow a^2 + \underbrace{2a}_{\text{ج}} - \underbrace{3}_{\text{ف}} = 0 \xrightarrow{\text{عمر}} \rightarrow$$

$$(a+3)(a-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -3 \checkmark \\ a = 1 \times \end{cases}$$

به ازای $a=1$ ، مماس هر سه نقطه را بنویسیم: $A(\underbrace{1, 3a}_{(1, 3)})$ ، $B(\underbrace{-1, a}_{(-1, 1)})$ ، $C(\underbrace{a, 3}_{(1, 3)})$

چون مماس خط A و C یکی می‌شود، پس $a=1$ رد می‌شود (سوال گفته سه نقطه متمایز)

۶- رابطه‌های زیر، تابع هستند اگر مجموعه A بُرد تابع $f - g$ باشد. مجموع مقادیر اعضای A کدام است؟

$$f = \left\{ \left(7, \frac{k}{7} - 1 \right), \left(-\frac{5}{7}, 1 - k \right), (5, 2), \left(7, \frac{1}{7} \right) \right\}$$

$$g = \left\{ (5, n), \left(-\frac{5}{7}, \frac{n-1}{7} \right), (4, 3 - 2n^2), \left(-\frac{5}{7}, -\frac{3}{7} \right) \right\}$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{7}{2} \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{11}{6} \quad (3)$$

$$-\frac{7}{6} \quad (4)$$

• توزیع مرتب $\left(7, \frac{k}{7} - 1 \right)$ و $\left(7, \frac{1}{7} \right)$ در f داریم که مولفه‌های اولشان برابرند. برای آن‌که تابع باشد باید مولفه‌های دوم این توزیع مرتب برابر باشند:

$$\frac{k}{7} - 1 = \frac{1}{7} \xrightarrow{\times 7} k - 7 = 1 \rightarrow k = 8$$

• توزیع مرتب $\left(-\frac{5}{7}, \frac{n-1}{7} \right)$ و $\left(-\frac{5}{7}, -\frac{3}{7} \right)$ در f داریم که مولفه‌های اولشان برابرند. برای آن‌که تابع باشد باید مولفه‌های دوم این توزیع مرتب برابر باشند:

$$\frac{n-1}{7} = -\frac{3}{7} \rightarrow n-1 = -3 \rightarrow n = -2$$

پس با جای‌گذاری $k=8$ و $n=-2$ ، تابع f و g را بنویسیم:

صورت به خاطر تکرار

$$f = \left\{ \left(7, \frac{8}{7} - 1 \right), \left(-\frac{5}{7}, 1 - 8 \right), (5, 2), \left(7, \frac{1}{7} \right) \right\} \xrightarrow{k=8} f = \left\{ \left(7, \frac{1}{7} \right), (5, 2), \left(-\frac{5}{7}, -7 \right) \right\}$$

صورت به خاطر تکرار

$$g = \left\{ (5, n), \left(-\frac{5}{7}, \frac{n-1}{7} \right), (4, 3 - 2n^2), \left(-\frac{5}{7}, -\frac{3}{7} \right) \right\} \xrightarrow{n=-2} g = \left\{ (5, -2), (4, -5), \left(-\frac{5}{7}, -\frac{3}{7} \right) \right\}$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \left\{ -\frac{5}{7}, 5 \right\}$$

مقدار تابع f را در $x = -\frac{5}{7}$ و $x = 5$ حساب می‌کنیم:

$$\bullet (f-g)\left(-\frac{5}{7}\right) = f\left(-\frac{5}{7}\right) - g\left(-\frac{5}{7}\right) = -7 - \left(-\frac{3}{7}\right) = -7 + \frac{3}{7} = -\frac{44}{7} = -\frac{1}{7}$$

$$\bullet (f-g)(5) = f(5) - g(5) = 2 - (-2) = 4$$

پس برد $f-g$ ، مجموعه $\left\{ -\frac{1}{7}, 4 \right\}$ است که به مجموع اعضای برابر است با:

$$-\frac{1}{7} + 4 = -\frac{1}{7} + \frac{28}{7} = \frac{27}{7}$$

۷- هر دو ریشه معادله $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$ مثبت هستند. a کدام مقدار زیر می تواند باشد؟

$$\frac{3}{2} (F$$

$$-\frac{2}{2} \quad (3 \checkmark)$$

$$-\frac{r}{10} (r$$

$$\frac{1}{f} (1)$$

فرايب سازنه: $\underbrace{(2a+1)}_A x^2 - \underbrace{2ax}_B + \underbrace{2a-1}_C = 0$, اصفه نيزم.

۱۔ اگر وہ دوسرے درجے دوم دامان ۲۔ ریشہ مثبت بابہ ، بابہ حرسہ شرط زیر اداسے بابہ :

① مع ریاضی، طبیعی، ہست (یعنی مع درجہ سبب، مثبتہ) درجہ سبب

② ضرب " " (" " ضرب) ← $P = \frac{C}{A} = \frac{r_{a-1}}{r_{a+1}} > 0$

(۳) دتاریخ دمه متبایه (چون آماریه تاریخ) ←

شرط ۲/ $\frac{f_a}{f_{a+1}} > 0$, $\frac{f_{a-1}}{f_{a+1}} > 0$ را به انظار مرء نزنیه بر دی کینم اگر لایم شد شرط ۳ را هم بر دی کینم.

① $a = \frac{1}{e} \rightarrow \begin{cases} S = \frac{e(\frac{1}{e})}{r(\frac{1}{e})+1} = \frac{1}{\frac{r}{e}} = \frac{e}{r} \checkmark \\ P = \frac{r(\frac{1}{e})-1}{r(\frac{1}{e})+1} = \frac{-\frac{1}{e}}{\frac{r}{e}} = -\frac{1}{r} \times \rightarrow \text{چون } p \text{ منفی شد، پس رد می شود} \end{cases}$

رد می شود و نیازی به میکرون p نیست

$$\textcircled{2} \quad a = \frac{r}{1} = -1/r \rightarrow \begin{cases} s = \frac{e(-1/r)}{r(-1/r)+1} = \frac{-1/r}{1/r} = -rx \\ \text{😊} \end{cases}$$

③ $a = \frac{-2}{3} \rightarrow \begin{cases} s = \frac{4(-\frac{2}{3})}{2(-\frac{2}{3})+1} = \frac{-\frac{8}{3}}{-\frac{1}{3}} = 8 \checkmark \\ p = \frac{2(-\frac{2}{3})-1}{2(-\frac{2}{3})+1} = \frac{-\frac{4}{3}-1}{-\frac{1}{3}} = 7 \checkmark \end{cases} \rightarrow \text{جواب عمیقہ} \rightarrow \text{تہا نرینہ اس کے ۲ شرط راداردار}$

④ $a = \frac{r}{\lambda} \rightarrow \begin{cases} s = \frac{r(\frac{r}{\lambda})}{r(\frac{r}{\lambda})+1} \rightarrow \frac{r}{r+1} \checkmark \\ p = \frac{r(\frac{r}{\lambda})-1}{r(\frac{r}{\lambda})+1} = \frac{\frac{r}{\lambda}-1}{\frac{r}{\lambda}+1} = \frac{1}{\lambda} \times \rightarrow \text{چون منفی شد، ر را می شود} \end{cases}$

۸- معادله $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x} - 1 = \frac{x}{x-2}$ دارای چند جواب منفی است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

✓ (۱) ۱

درست چیست و در. خارج این نویسیم $\frac{x^2-2x}{x^2-2x}$ و ساده کنیم.

$$\frac{x^2-2x+3}{x^2-2x} - \frac{x^2-2x}{x^2-2x} = \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{x^2-2x+3-x^2+2x}{x^2-2x} = \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{3}{x^2-2x} = \frac{x}{x-2}$$

در فرج کسر است بی از آنکه ساده کنیم و عدد یک $x-2$ را از فرج یک طرف ساده کنیم؛ به طرفین درین

$$\frac{3}{x(x-2)} = \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{3}{x} = \frac{x}{1} \text{ طرفین } x^2=3 \rightarrow x=\pm\sqrt{3}$$

فرج کرد که به ازنال دو جواب درست آمد، منفرجه شوند، پس هر دو جواب قبول اند.

این سه دره فقط یک جواب منفی $(x=-\sqrt{3})$ دارد.

۹- در داده‌های ۱۵، ۱۱/۵، ۴، ۵، ۹، ۱۱، ۵، ۱۰/۵، ۱۷ و ۱، حاصل ضرب میانه و میانگین کدام است؟

۹۸ (۴✓)

۸۴ (۳)

۷۲ (۲)

۶۳ (۱)

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱، ۴، ۵، ۹، ۱۰/۵، ۱۱، ۱۱/۵، ۱۵، ۱۷

تعداد داده‌ها فرد است پس داده وسط، میانه است:

$$Q_p = 10.5 = \frac{21}{2}$$

میانگین برای آردن میانه، باید مجموع را بر تعداد تقسیم کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\overbrace{1+4+5+9}^{19} + \overbrace{10.5+11+11.5}^{22} + \overbrace{15+17}^{32}}{9} = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}$$

$$\bar{x} \times Q_p = \frac{28}{3} \times \frac{21}{2} = 98$$

حاصل ضرب میانگین و میانه برابر است:

۱۰- اگر زاویه مربوط به داده «A» در یک نمودار دایره‌ای شامل چهار داده A, B, C و D برابر ۱۳۵ درجه باشد، کدام

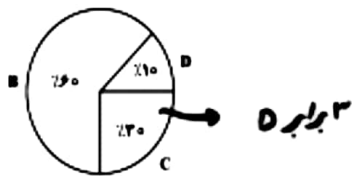
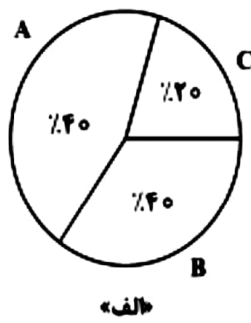
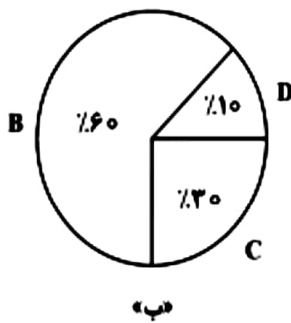
عدد زیر، مجموع فراوانی نمودار «ب» است؟

۱۶ (۱)

۱۵ (۲)

۱۰ (۳) ✓

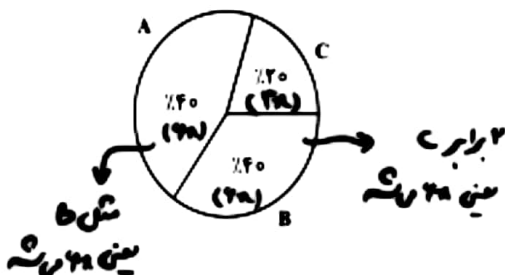
۹ (۴)



باقیه به نمودار (ب) که ۳۰ درصدان C و ۱۰ درصدی D است،
نسبت می‌گیریم، فراوانی C، ۳ برابر فراوانی D است.

فرض کنیم فراوانی D و C به ترتیب x و $3x$ است.

باقیه به نمودار (الف)، فراوانی A و B را بر حسب x می‌نویسیم:



پس ترتیب فراوانی A برای C، B، D به عدد $4x$ ، $4x$ ، $2x$ و x است.

باقیه به اینکه تعداد فراوانی باید عددهای طبیعی باشد، پس x مقادیر عددهای طبیعی است، یعنی x باید ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ... باشد.

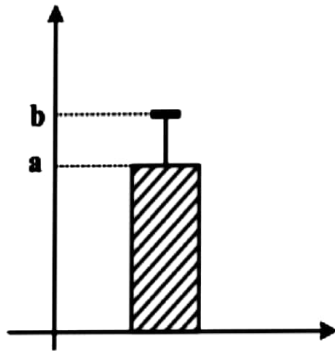
$$f_A + f_C + f_D = 4x + 4x + 2x = 10x$$

فراوانی که داده‌ها را نمودار (ب) را حساب کنیم،

از حساب x ، اعداد ۱، ۲، ۳، ... قرار دهیم، مقدار ۱۰ را برابر با ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ... می‌شود که در این گزینه فقط ۱۰ را داریم.

بهتر بعد در صورت سوال قید می‌شود «کدام عدد زیر می‌تواند مجموع فراوانی داده‌ها را نمودار (ب) باشد».

۱۱- داده‌های ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷ و b و a مربوط به سن دوستان مریم است که در تولد ۲۲ سالگی‌اش (مهمانی اول) شرکت داشتند و نمودار زیر نشان‌دهنده دو شاخص سن افراد حاضر در این مهمانی است. مریم ۱۰ سال بعد، زمانی که صاحب فرزند شد، تصمیم می‌گیرد به اتفاق پدر بزرگ و مادر بزرگش یک مهمانی (مهمانی دوم) ترتیب دهد و همه دوستانش که در مهمانی اول حضور داشتند را دعوت کند. اگر واریانس سن افراد در مهمانی اول ۴ باشد، مقدار شاخص مرکزی مناسب برای سن افراد در مهمانی دوم، کدام است؟



۳۴/۵ (۱✓)

۳۴ (۲)

۳۳/۵ (۳)

۳۵ (۴)

• مهمانی اول: واریانس سن افراد حاضر در مهمانی اول $\sigma^2 = 4$ به این معنی است که انحراف معیار سن $\sigma = 2$ است.

طول میله سنی $b - a$ برابر با انحراف معیار است: $b - a = 2 \rightarrow b = a + 2$

از فرض مسئله ۷ داده ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷، a ، b و (۲۲) باید برابر با ارتفاع مستطیل (یعنی a) باشد، پس:

$$a = \frac{a + b + \overbrace{21 + 23 + 25 + 27}^{118} + 22}{7} \quad \frac{b = a + 2}{\text{طول میله سنی}} \quad a = \frac{a + a + 2 + 118}{7} \rightarrow a = \frac{2a + 120}{7} \quad \frac{\text{طول میله سنی}}{\text{ارتفاع مستطیل}}$$

$$7a = 2a + 120 \rightarrow 5a = 120 \rightarrow a = 24 \xrightarrow{\text{پس}} b = a + 2 = 26$$

• مهمانی دوم: به سن همه افراد حاضر در مهمانی اول اضافه می‌شود. نسبتاً فرزند، پدر بزرگ و مادر بزرگ هم در این مهمانی حضور دارند:

$$32, \underbrace{a+10}_{34}, \underbrace{b+10}_{36}, 31, 33, 35, 37, M, P, B$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 پدربزرگ پدربزرگ پدربزرگ

در این داده‌ها B ، M و P به معنی کمترین، میان و بیشترین است. چون ۵ فرزند، مادر بزرگ و پدر بزرگ باقی‌مانده دارد، پس آن‌ها را داده دورافتاده می‌نامیم و باید میان را به عنوان به معنی کمترین انتخاب کنیم.

داده را مرتب می‌کنیم: $B, 31, 32, 33, \underbrace{34, 35, 36, 37}_{\text{دورافتاده}}, M, P$

$$Q_2 = \frac{34 + 35}{2} = 34.5$$

پس به این معنی دورافتاده است:

۱۲- اگر p و $q \sim$ گزاره‌های درست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به r بستگی دارد؟

- (۱) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$ ✓
 (۲) $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q$ ✓
 (۳) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$
 (۴) $(r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$

p و q درست اند پس p درست و q نادرست است. r هم که دلخواه است.
 چرا لازم شد از هم‌اندازی تبدیل گزاره‌های p و q به معنی استفاده نکنیم و ارزش گزاره‌های p و q را مشخص نکنیم. چون هم از r (یا $\sim r$) شد جواب است.

$$(1) (q \Rightarrow r) \Rightarrow p \equiv (\underbrace{F \Rightarrow r}_T) \Rightarrow T \equiv T \quad \times$$

$$(2) (p \Rightarrow r) \Rightarrow q \equiv (\underbrace{T \Rightarrow r}_{\text{تبدیل به معنی}}) \Rightarrow F \equiv (\underbrace{\sim T \vee r}_F) \Rightarrow F \equiv \underbrace{r \Rightarrow F}_{\text{تبدیل به معنی}} \equiv \sim r \vee F \equiv \underbrace{\sim r}_T \quad \checkmark$$

به r بستگی دارد

$$(3) (r \Rightarrow p) \Rightarrow q \equiv (\underbrace{r \Rightarrow T}_{\text{تبدیل به معنی}}) \Rightarrow F \equiv (\sim r \vee T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \quad \times$$

$$(4) (r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p \equiv (\underbrace{r \Rightarrow T}_{\text{تبدیل به معنی}}) \Rightarrow F \equiv (\sim r \vee T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \quad \times$$

The graph shows a linear relationship between price (P) and quantity (N). The vertical axis is labeled 'تعداد (N)' and the horizontal axis is labeled 'ریال (P)'. The line intersects the vertical axis at ۱۸ هزار and the horizontal axis at ۳۰.

३८ (१)

३३,५ (४

२० (३)

27, Δ (F✓)

$$m = \frac{1A_{\infty, \infty}}{-r_1} = \frac{1A_{\infty, \infty}}{-r_0} = -4\%$$

سینے راجاب کا کہنا ،

عرض از مبدا خط هم که ۱۸۰۰ است پس در هر اسف به صورت معلوم است،

ماہ عدد و ترتیب p و N کے مطابق

ازت دست به p ابرج N و p کیم :

$$y_{0..p} = 1, 2, \dots, N \xrightarrow{+y_{0..}} p = 30 - \frac{N}{y_{0..}}$$

• از ضرب قیمت فروش در تعداد کالا، درآمد به دست می آید: $N \left(۴ - \frac{N}{۶} \right) = ۴N - \frac{N^2}{۶}$ = قیمت فروش \times تعداد کالا =

• جمع هزینه را می نویسیم ،

$$18000 + 25N = \underbrace{18000}_{\text{هزینه ثابت}} + \underbrace{25}_{\text{هزینه هر کال}} \times \underbrace{N}_{\text{تعداد}}$$

• جمع سود را می‌نویسیم ، $(3 \cdot N - \frac{N^2}{2}) - (1A \dots + 20N) = \underbrace{(-\frac{1}{2})}_{A} N^2 + \underbrace{20N}_{B} - \underbrace{1A \dots}_{C}$ ، سود = هزینه - درآمد

به افتراض طول راس به راس باشد ، سود ماکزیمم میشود :

$$N_S = \frac{-B}{2A} = \frac{-6}{2(-\frac{1}{4})} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$$

N نسبت آماره را در رابطه: $p = 30 - \frac{N}{2}$ قرار دهیم تا نسبت بدست آید: $p = 30 - \frac{100}{2} = 30 - 50 = 20$

۱۴- در یک شرکت هیچ کدام از کارکنان با حداقل حقوق ۸۰ میلیون ریالی زیر خط فقر نیستند. میانگین درآمد خانوارهای کشور حداکثر چند میلیون ریال است؟

۱۶۰ (۴) ✓

۱۲۰ (۳)

۸۰ (۲)

۴۰ (۱)

خط فقر برابر با نصف میانگین است: $\bar{x}_f = \frac{\bar{x}}{2}$

وقتی انوار با حقوق ۸۰ میلیون ریال، زیر خط فقر هستند، یعنی حداکثر خط فقر ۸۰ میلیون ریال بوده، $\bar{x}_f \leq 80$

$$\bar{x}_f \leq 80 \xrightarrow{\times 2} \bar{x} \leq 160$$

پس میانگین حداقل ۱۶۰ میلیون ریال است.

پس میانگین حداکثر ۱۶۰ میلیون ریال است.

۱۶- حسن و علی قرار است هر کدام به ۳ سؤال از ۶ سؤالی که روی برگه‌ای نوشته شده، پاسخ دهند. به طوری که برای همه سؤالات پاسخ تهیه شود. با کدام احتمال شماره سؤالات حسن متوالی است؟

$\frac{1}{10}$ (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ✓ $\frac{1}{20}$ (۳) $\frac{1}{40}$ (۴)

• ۳ سؤال از ۶ سؤال را برابر حسن انتخاب می‌کنیم ، $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 20$

و از ۳ سؤال باقی‌مانده ، ۳ سؤال برابر علی انتخاب می‌کنیم : $\binom{3}{3} = 1$

پس تعداد کل حالت برابر است با : $n(S) = \binom{6}{3} \times \binom{3}{3} = 20 \times 1 = 20$

• تمام حالتی که شماره سؤالات = حسن متوالی می‌شود را بنویسیم ، $A = \{123, 234, 345, 456\} \rightarrow n(A) = 4$

• پس احتمال وقوع رویداد A برابر است با : $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

۱۷- در دنباله بازگشتی به صورت $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$ جمله اول $\frac{3}{4}$ است. نسبت جمله دوم به جمله سوم کدام است؟

۰/۶ (۴)

۰/۶۴ (۳)

۰/۷ (۲)

۰/۷۲ (۱) ✓

در دنباله $a_{n+1} = \frac{1}{1+2a_n}$ به ترتیب اول و دوم را می‌بینیم.

$$\bullet n=1: a_2 = \frac{1}{1+2a_1} = \frac{1}{1+2\left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{2}{2}+\frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}$$

$$\bullet n=2: a_3 = \frac{1}{1+2a_2} = \frac{1}{1+2\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{1}{1+\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{5}{5}+\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{9}{5}} = \frac{5}{9}$$

نسبت جمله دوم به جمله سوم برابر است با: $\frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{9}} = \frac{2 \times 9}{5 \times 5} = \frac{18}{25} = \frac{18 \times 4}{25 \times 4} = \frac{72}{100} = 0.72$

۱۸- در یک سالن در ردیف اول ۸، در ردیف دوم ۱۲ و ردیف سوم ۱۶ صندلی قرار دارد. صندلی‌ها با همین نظم در ۱۲ ردیف چیده شده‌اند. اگر بخواهند این سالن را به دو سالن با نصف ظرفیت کنونی تفکیک کنند به طوری که در سالن‌های جدید چیدمان صندلی‌ها دارای همان نظم قبلی ولی با ۴ صندلی در ردیف نخست شروع شود. در سالن‌های جدید چند ردیف صندلی قرار دارد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳✓)

۸ (۲)

۶ (۱)

تعداد صندلی‌های ردیف‌های سالن به صورت متوالی است:

۸، ۱۲، ۱۶، ...
 $\begin{matrix} \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{matrix}$

اعداد ۸، ۱۲، ۱۶، ... یک دنباله حسابی با $a_1 = 8$ و $d = 4$ هستند که تعداد سالن $n = 12$ است.

مجموع سالن را حساب می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} [2(8) + (12-1)(4)] = 6 [16 + 44] = 6 \times 60 = 360$$

نصف ظرفیت کنونی برابر است با: $\frac{360}{2} = 180$

تعداد صندلی‌های در ردیف‌های سالن جدید به صورت متوالی است (ردیف اول ۴ و بعد از آن هم ۴ تا ۴ تا اضافه می‌شود):
 ۴، ۸، ۱۲، ...

مفروضه پنجم: مجموع چند جمله اول دنباله حسابی با $a_1 = 4$ و $d = 4$ برابر با ۱۸۰ است.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \rightarrow 180 = \frac{n}{2} [2(4) + (n-1)(4)] \rightarrow 180 = \frac{n}{2} [8 + 4n - 4] \Rightarrow$$

$$180 = \frac{n}{2} [4n + 4] \Rightarrow 180 = \frac{n}{2} [4(n+1)] \Rightarrow 180 = n[2(n+1)] \Rightarrow 90 = n(n+1)$$

محاسبه در دو عدد سوالی n و $n+1$ برابر با ۹۰ شده پس n باید ۹ باشد.

۹×۱۰

۱۹- جملات سوم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۷ و ۴۹ هستند. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

۳۴۳ (۴) ✓

$49\sqrt{7}$ (۳)

۳۳۶ (۲)

$343\sqrt{7}$ (۱)



جملات سوم، هفتم و یازدهم a_4 ، a_7 ، a_{11} با هم رابطه دارند:

میان جمله بین شان یک است، بین a_4 و a_7 سه جمله میانی، رابطه هندسی برقرار است، بین آن ها هم برقرار است.

$$(a_7)^2 = a_4 \times a_{11} \rightarrow 49^2 = 7 \times a_{11}$$

$$(7^2)^2 = 7 \times a_{11} \rightarrow 7^4 = 7 \times a_{11} \rightarrow a_{11} = \frac{7^4}{7} = 7^3 = 343$$

پس $7^3 = 343$: 7^2 مضرب می‌شود

۲۰- اگر $\frac{a^5 \times 15^2}{3^2 \times (\frac{a}{5})^5} = 5^{a+2}$ باشد، مقدار $f(2)$ در تابع $f(x) = \frac{1}{5}a^x - 1$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱) ✓

دو عبارت را ساده کن و به عبارت توانی بنویس:

$$15^2 = (5 \times 3)^2 = 3^2 \times 5^2$$

$$\left(\frac{a}{5}\right)^5 = \frac{a^5}{5^5}$$

شکل داده شده را با عبارت توانی دو کول بنویس:

$$\frac{a^5 \times 15^2}{3^2 \times \left(\frac{a}{5}\right)^5} = 5^{a+2} \rightarrow \frac{\cancel{a^5} \times \cancel{3^2} \times 5^2}{\cancel{3^2} \times \frac{a^5}{5^5}} = 5^{a+2} \rightarrow \left(\frac{\frac{5^2}{1}}{\frac{1}{5^5}}\right) = 5^{a+2} \xrightarrow[\text{توان یک در توان یک}]{\text{دور در دور}} 5^8 = 5^{a+2}$$

پس که برابرند پس توان آنها برابر باشند: $8 = a + 2 \rightarrow a = 6$

با عبارت توانی $a = 6$ ، رابطه f به شکل $f(n) = \frac{1}{5}(5^n) - 1$ می شود.

$$f(2) = \frac{1}{5}(5^2) - 1 = 5 - 1 = 4$$

مجموعه جواب: ۴