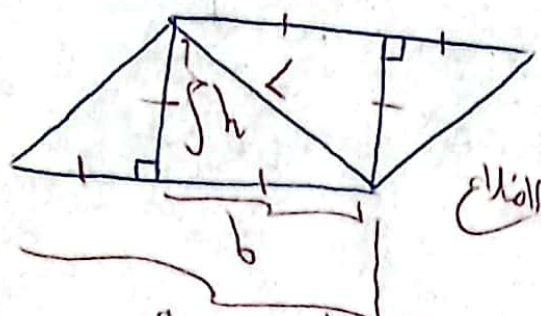


بررسی دحل برخی از سوالات
 * ریاضی کنکور ارشد به ۱۴۰۳ انسانی *

۱) در شکل زیر که از کنار هم قرار گرفته اند مثلث یکسان تشکیل شده است.
 مساحت متوازی الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم الزامه ۳ واحد بیشتر است.
 اندازه قطر مربع کدام است؟



مساحت متوازی الاضلاع $S_t = ah = 2b \times b = 2b^2$ (۱)
 مساحت متوازی الاضلاع $S_t = \frac{b \times b}{2} = \frac{b^2}{2}$ (۲)
 مساحت یکی از مثلثات قائم الزامه $S_t = \frac{b^2}{2}$ (۳)
 مساحت متوازی الاضلاع $S_t = \frac{b^2}{2}$ (۴)

$$\frac{b^2}{2} + 3 = 2b^2 \Rightarrow b^2 + 4 = 4b^2 \Rightarrow 3b^2 = 4 \Rightarrow b^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

مربع: قطر کوتاه تر متوازی الاضلاع $\xrightarrow{\text{طبق ماعده پیتاغورس}}$ $b^2 + b^2 = L^2 \Rightarrow 2b^2 = L^2$
 $\Rightarrow 2(\frac{2}{\sqrt{3}})^2 = L^2 \Rightarrow L^2 = \frac{8}{3} \Rightarrow L = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$E = C \cup D, D = (B' - A) \cup (B' - A'), C = (A' - B) \cup (A' - B')$ آثر (۲)

$A - B = A \cap B'$ E' نه ام است؟! طبق این روش: * روش دوم * نمودار دین (طوایف دو قلمبر)

$C = (A' - B) \cup (A' - B') \Rightarrow C = (A' \cap B') \cup (A' \cap B)$ $A' \cup B'$ (۱)

$A' \cap (B' \cup B) = A' \cap U = A'$ $A' \cap B'$ (۲)

$D = (B' - A) \cup (B' - A') \Rightarrow D = (B' \cap A') \cup (B' \cap A)$ $A \cup B$ (۳)

$B' \cap (A' \cup A) = B' \cap U = B'$ $A \cap B$ (۴)

$E = C \cup D \Rightarrow E = A' \cup B' \rightarrow E' = (A' \cup B')'$

$E = A \cap B$ E' $A \cap B$ طبق قانون دو قلمبر

آثر (۳) ضرب اعضای دامنه $f = \{(m, m-1), (-1, k^2-k), (k^2-k, 2)\}$ حاصل

ضرب اعضای دامنه f نه ام است؟! ضابطه تابع نه ام است $f(x) =$ (اعضای برد برابرند) (مولفه های دوم)

$f(x) = \{(m, m-1), (-1, k^2-k), (k^2-k, 2)\}$ $m = 1$ (۱) $k_1 = 2$ (۲) $k_2 = -1$ (۳)

$f = \{(1, 2), (-1, 2), (2, 2)\}$ f تابع نه ام است (۴)

$f = \{(1, 2), (-1, 2), (2, 2)\}$ f تابع نه ام است $\{2, -1, 1\}$ حاصل ضرب آنها $(2)(-1)(1) = -2$ E' -2 E' نه ام است

$$f\left(\frac{1}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{4}\right) \text{ حاصل باشد } f(x) = \begin{cases} |x| \operatorname{sign}(-x) & [x] \geq 0 \\ 2 - \operatorname{sign}(-x) & [x] < 0 \end{cases}$$

$$\operatorname{sign}(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) \xrightarrow{[\frac{1}{4}] = 0} \left| \frac{1}{4} \right| \operatorname{sign}\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}(-1) = -\frac{1}{4}$$

نشان می‌دهد که حاصل $\frac{1}{4}$ است

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) \xrightarrow{[\frac{-1}{4}] = -1} 2 - \operatorname{sign}\left(\frac{1}{4}\right) = 2 - 1 = 1$$

نشان می‌دهد که حاصل $\frac{1}{4}$ است

$$f\left(\frac{1}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$$

نتیجه اول $\frac{3}{4}$

اگر دو خط موازی داشته باشیم $f(x) = -mx - h$ و $g(x) = ax + h$ از نقطه $(-2, 3)$ می‌گذرند

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = g(-5) \text{ باشد } \frac{m}{a} \text{ حاصل است } !?$$

$$f(x) = -mx - h \xrightarrow{(-2, 3)} -m(-2) - h = 3$$

$$g(x) = ax + h \xrightarrow{(-2, 3)} a(-2) + h = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m - h = 3 \\ -2a + h = 3 \end{cases} \xrightarrow{+} 2m - 2a = 0 \Rightarrow m - a = 0$$

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{5}{4}m - h$$

$$g(-5) = -5a + h \Rightarrow -\frac{5}{4}m - h = -5a + h$$

۶) اگر توابع f و g به صورت زیر باشند، مجموعه برد توابع $f \circ g$ کدام است؟

$$f = \{(1, \sqrt{5}), (2, 2), (-2, \sqrt{3}), (\sqrt{2}, -2), (1, -1)\}$$

$$g = \{(3, 1), (\sqrt{2}, 1), (-2, 4), (\sqrt{5}, -2), (\sqrt{3}, 2)\}$$

$$D_{f \circ g} = D_f \cap D_g$$

۱) $D_f = \{1, -2, -1\}$

۲) $D_g = \{1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -1\}$

۳) $D_{f \circ g} = \{1, -2, -1\}$

۴) $D_{f \circ g} = \{1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -1\}$

$$D_{f \circ g} = D_f \cap D_g \Rightarrow \frac{f}{f \circ g} = \{(1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}), (\sqrt{5}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$$

گزینه ۲

۷) اگر $\sqrt{3}$ واسطه همنی، ریشه معادله $m^2 - 4x + m^2 - 4 = 0$ باشد، مجموع ریشه معادله

۱) $\alpha \beta = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$

۲) $\frac{c}{a} = -4$

۳) $\frac{m^2 - 4}{m} = -4 \Rightarrow m^2 - 4 = -4m \Rightarrow m^2 + 4m - 4 = 0$

۴) $\Delta = 16 + 16 = 32 > 0$ قابل تبدیل

۵) $\Delta = 16 - 16 = 0$ معادله بدون ریشه (برای $m = 4$)

۶) $\Delta = 16 - 16 = 0$ غیر قابل تبدیل

(۱۷) اگر دنباله های $a_n = \frac{1}{n^2+1}$ و $b_n = \frac{2n+1}{n+1}$ را در نظر بگیریم

$b_n = \frac{2n+1}{n+1} \xrightarrow{n=2} b_2 = \frac{5}{3} = 1, \bar{6}$ $b_2 - a_2 = 1, \bar{6} - 1, \bar{2} = (1)$

$a_n = \frac{1}{n^2+1} \xrightarrow{n=2} \frac{1}{5} = 0, \bar{2}$ $-1, \bar{2} = (2)$

$b_2 - a_2 = 1, \bar{6} - 0, \bar{2} = 1, \bar{4}$ $1, \bar{4} = (3)$

نتیجه

$-1, \bar{4} = (4)$

(11) در یک دنباله حسابی، مجموع جمله‌های 10ام، 20ام و 30ام 100 است. مجموع جمله‌های 40ام و 50ام را بیابید.

41 واحد بیشتر است. جمله بیست و هشتم این دنباله کدام است؟

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

جمله بیستمی دنباله حسابی

$$a_{20} = a_1 + 19d$$

$$a_{30} = a_1 + 29d$$

$$a_{40} = a_1 + 39d$$

$$a_{50} = a_1 + 49d$$

$$a_{20} + a_{30} = a_1 + 41d$$

$$\Rightarrow (a_1 + 19d) + (a_1 + 29d) = a_1 + 41d + 41d$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 48d = a_1 + 41d + 41d$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 48d = 82d + a_1 \Rightarrow a_1 = 34d$$

19 (1)

41 (2)

82 (3)

41 (4)

34 (5)

۱۹) جمله اول و نسبت مشترک یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۴۵۸ و $\frac{1}{2}$ است. اگر جمله n ام برابر ۲ باشد، n کدام است؟

$$t_n = t_1 r^{n-1}$$

نسبت مشترک (هندسی) $r = \frac{1}{2}$

$t_1 =$ جمله اول

$$t_n = t_1 r^{n-1} \quad t_1 = 1458 \quad t_n = 1458 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2 \quad r = \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$\Rightarrow 1458 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-n} = 2 \xrightarrow{\div 2} 729 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-n} = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1-n} = \frac{1}{729} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{1-n} = 2^{-4} \Rightarrow 1-n = -4$$

$$\Rightarrow n = 5$$

گزینه ۴

(۲۰) در تساوی زیر $\sqrt{}$ ، مقدار x را بیابید: $\frac{(2x)^4 \times (21)^4}{15^3 \times 5^2} = \sqrt{}$

(۱) $\frac{(2x)^4 \times (21)^4}{15^3 \times 5^2} = \sqrt{}$ $\rightarrow (2x)^4 \times (21)^4 = 15^3 \times 5^2 \times \sqrt{}$

(۲) $\rightarrow (2x)^4 = \frac{15^3 \times 5^2 \times \sqrt{}}{21^4}$ جزء عبارت

(۳) $\rightarrow (2x)^4 = \frac{15^3 \times 5^2 \times \sqrt{}}{21^4}$ $\rightarrow (2x)^4 = 15^3 \times 5^2 = 5^5$

(۴) $\Rightarrow (2x)^4 = (5)^5 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = 2, 5$ پسندیده