

۱۱۱- سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند

مقدار صحیح است؟

۲ (۲)

۳ (۱)

۱ (۳)

۴ (۴) صفر

نسیاندار

$$-mx^2 + mx + 1 = -m - x$$

$$\Rightarrow mx^2 - (m+1)x - (m+1) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow (m+1)^2 + 4m(m+1) < 0$$

$$(m+1)(5m+1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < m < -\frac{1}{5}$$

۱۱۲ - اگر $f = \{(\frac{1}{9}, -1), (\frac{1}{3}, 1), (-\frac{1}{4}, 3), (\frac{1}{4}, -3)\}$ و $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ و $f \circ g^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

س) ۱

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{9} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{9} \quad (1)$$

$$f(g^{-1}(a)) = -3$$

$$g^{-1}(a) = \frac{1}{8} \Rightarrow g\left(\frac{1}{8}\right) = a$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{32}$$

۱۱۳- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

(۱) اول

(۲) دوم

(۳) سوم

(۴) چهارم

سئوال

$$S = \alpha + \beta = \frac{-4}{25\alpha}$$

$$\beta = \alpha \cdot \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{\beta}$$

$$\Rightarrow \alpha = \beta, y=0 \Rightarrow 25\alpha\beta^2 + 4\beta + \beta = 0$$

$$\Rightarrow 5\beta(5\alpha\beta + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \\ \alpha\beta = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\beta = 0 \Rightarrow \alpha + 0 = \frac{-4}{25\alpha} \Rightarrow \alpha^2 = -\frac{4}{25} < 0 \quad \leftarrow \text{غیرممکن}$$

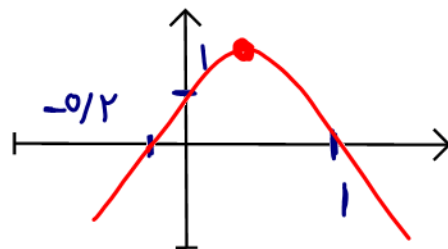
$$\Rightarrow \alpha\beta = -\frac{1}{5} \quad \text{و} \quad \beta > \alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = -\frac{1}{5}$$

$$\beta = 1$$

$$\Rightarrow \alpha\beta = 0.2$$

α, β یکنواخت یا منفی

$$\Rightarrow y = -5x^2 + 4x + 1$$



۱۱۴ - به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3-x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

نسبت سارو

$$-2 < \frac{1}{x-3} < 0 \xrightarrow{+2} -2 < \frac{2x-5}{x-3} < 2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2x-5}{x-3} \right| < 2 \Rightarrow |2x-5| < |2x-6|$$

$$\Rightarrow \cancel{2x-5} - 2\cancel{x+3} + 2 < \cancel{2x-6} - 2\cancel{x+3} + 2$$

$$\Rightarrow 2x < 9$$

$$\Rightarrow x < \frac{9}{2} \Rightarrow x = 1, 2 \in \mathbb{N}$$

۱۱۵- تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a + b$ کدام است؟

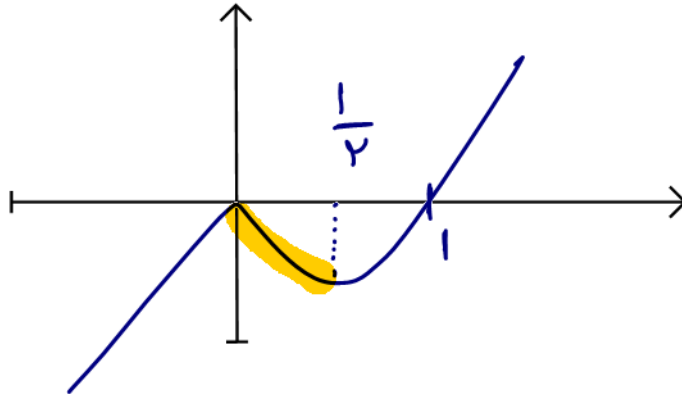
$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

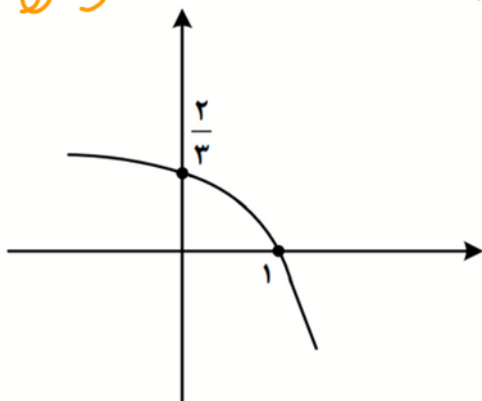
ضلعی ساده



$0 + \frac{1}{2}$

$x > 0 \Rightarrow y = x(x-1) \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}$

متوسطه ۱



۱۱۶- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{9}$
- (۲) $\frac{8}{9}$
- (۳) $\frac{5}{3}$
- (۴) $\frac{7}{8}$

$$f(0) = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 + C \times 3^a = \frac{2}{3} \Rightarrow C \times 3^a = \frac{-1}{3}$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + C \times 3^{a+b} = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{C \times 3^a}_{\frac{-1}{3}} \times 3^b = -1 \Rightarrow 3^b = 3$$

$$f(-1) = 1 + C \times 3^{a-b} = 1 + \frac{C \times 3^a}{3^b} = 1 + \frac{\frac{-1}{3}}{3} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

سارو

۱۱۷- اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۹ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

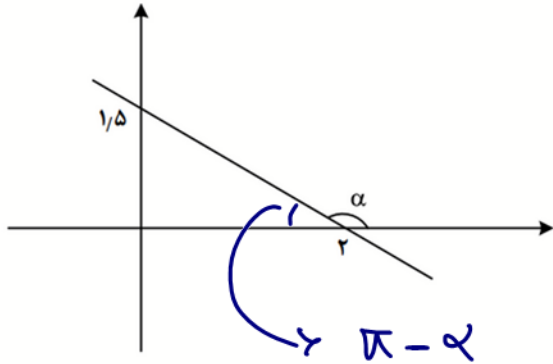
۲ (۱)

$$f(1) = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow (1, 1) \in y^{-1}$$

$$\Rightarrow a + a = 1$$

نواره

۱۱۸- در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ کدام است؟



$\cot \alpha$

- $\frac{3}{4}$ (۱)
- $\frac{4}{3}$ (۲)
- $-\frac{3}{4}$ (۳)
- $-\frac{4}{3}$ (۴)

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{1.5}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{3}{4} \quad \Rightarrow \cot \alpha = -\frac{4}{3}$$

ساده

۱۱۹ - حاصل عبارت $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

۲/۵ (۴)

-۲/۵ (۳)

-۰/۵ (۲)

۰/۵ (۱)

$$= \frac{3 \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 14^\circ\right) - 2 \sin(\pi - 22^\circ)}{\sin(\pi + 22^\circ) - \cos\left(\frac{3\pi}{4} + 14^\circ\right)}$$

$$= \frac{-3 \sin(22^\circ) - 2 \sin(22^\circ)}{-\sin(14^\circ) - \sin(22^\circ)}$$

$$= \frac{-5 \sin(22^\circ)}{-2 \sin(14^\circ)} = \frac{5}{2} = 2,5$$

ساده

۱۲۰- معادله مثلثاتی $\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

$$\sin(2x) - \frac{4 \sin x \cos x \times 2 \sin x}{\sin(2x)} = 0$$

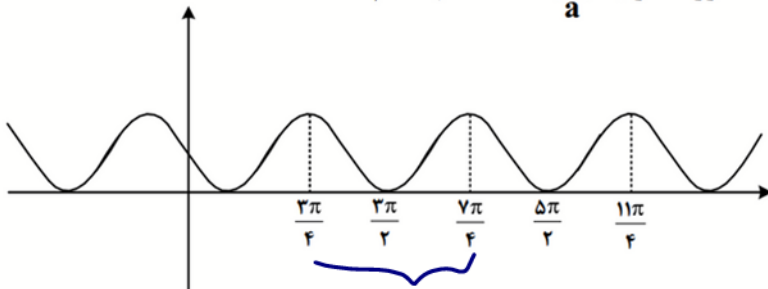
$$\Rightarrow \sin(2x) (1 - 2 \sin(x)) = 0$$

$$\sin(2x) = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}, 0$$

$$\sin(\alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

ساده

۱۲۱- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos\left(\frac{x}{a}\right)$ کدام است؟



۴π (۱)

۶π (۲)

۳π (۳)

۲π (۴)

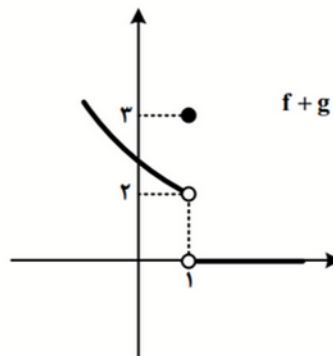
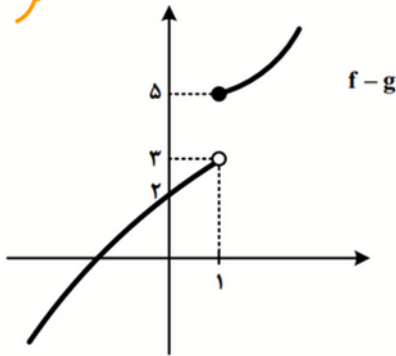
$$T = \frac{7\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = \pi$$

$$\frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 2$$

$$y = 3 \cos\left(\frac{x}{a}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 2\pi |a| = 4\pi$$

(سوال)

۱۲۲- شکل های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟



(۱) حد ندارد.

(۲) $2/25$

(۳) $2/5$

(۴) $2/75$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x)+g(x)) + (f(x)-g(x))}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} = \frac{0 + 5}{2} = 2,5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$$

سوال

۱۲۳ - اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{1 - 2x} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ کدام است؟

۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (صفر)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{-(2x-1)} = -\infty$$

$$\Rightarrow a - 3 > 0 \Rightarrow a > 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left[\frac{x}{a} - x \right] = \left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{2} \right]$$

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{2a} < \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2a} - \frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{2} \right] = -1$$

متوسل

۱۲۴- تابع ناصفر $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) $-\frac{1}{4}$

(۱) $-\frac{1}{2}$

چون $f(a)$ در \mathbb{R} پیوسته است

$$\Rightarrow b = 0$$

$$f(a) = -2a \Rightarrow \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

۱۲۵- خط $7y - x = 5$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax-1}{3x+1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟

مطلوبه $\frac{9}{7}$ (۴)

$\frac{4}{7}$ (۳)

۴ (۲)

$\frac{3}{1}$ (۱)

$$y = \frac{x+5}{7}$$

$$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7} \Rightarrow 7ax - 7 = 3x^2 + 14x + 5$$

$$\Rightarrow 3x^2 + (14-7a)x + 12 = 0$$

چون مماس اند! $\Delta = 0$

$$\Rightarrow (14-7a)^2 = 4 \times 3 \times 12$$

$$\Rightarrow 14-7a = 12 \Rightarrow a = \frac{2}{7}$$

$$14-7a = -12 \Rightarrow a = \frac{26}{7}$$

$$3x^2 + (14-7a)x + 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{7a-14}{6} \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{2}{7} \quad x = 2 \text{ ناحیه اول} \\ a = \frac{26}{7} \quad x = -2 \end{array} \right.$$

۱۲۶- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2 + 1)^3(ax + 1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر ۱۱- است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این

تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

متوسطاً

۸ (۴)

۸ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= 1 \\ f(-1) &= 1(1-a) \end{aligned} \right\} \frac{1-1+1a}{1} = -11$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$x = -2a \Rightarrow x = -1$$

$$f(x) = (x^2 + 1)^3 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right)$$

$$\Rightarrow f'(x) = \underbrace{3x(x^2+1)^2 \left(\frac{1}{2} \right)}_{12} + \underbrace{\left(\frac{1}{2} \right) \times 1}_{-6}$$

۱۲۷- مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

۷ (۴)

۹ (۳)

۱۱ (۲)

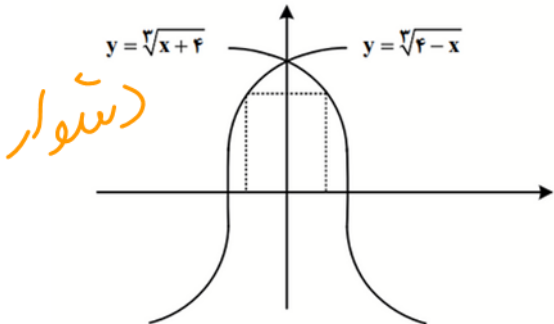
۱۴ (۱)

$$y' = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

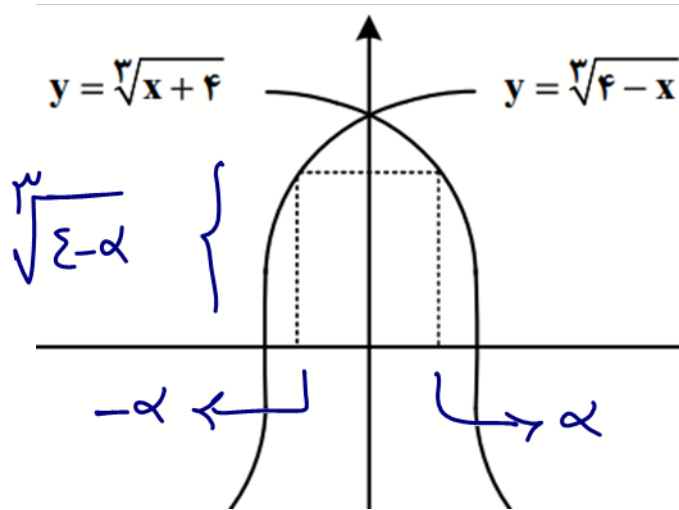
x	-2	2
y'	+	-
	↘	↗

$$\Rightarrow y(2) = 1 - 24 + 2$$

۱۲۸- مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن بر نمودارهای داده‌شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۶ (۴)



دو نمودار نسبت به محور y ها
 قرینه هستند با هم.
 یعنی در نقطه α روی یکی
 همان $-\alpha$ روی دیگری
 است.

$$S = 2\alpha \sqrt[3]{4-\alpha}$$

$$S' = \left(\sqrt[3]{4-\alpha} + \alpha \times \frac{-1}{\sqrt[3]{(4-\alpha)^2}} \right) \times 2$$

$$= \frac{12 - 3\alpha - \alpha}{\dots} = 0 \Rightarrow \alpha = 3$$

$$S = 2 \times 3 \times 1 = 6$$

متوسط

۱۲۹- برای داده های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده های بین چارک اول و چارک سوم

برابر ۲۶ باشد، میانگین داده های بزرگ تر از چارک سوم کدام است؟

۱۸، ۲۳، ۳۹، ۱، ۳، ۴۲، a ، a ، $2a+1$ ، ۲۳، ۹ (۴) ۵۴/۵ ۴۵ (۳) ۲۱/۸ (۲) ۲۰ (۱)

$$n = 11$$

	Q_1		Q_2		Q_3
۱، ۳	۹	۱۸، ۲۳	۲۳	a ، a	۳۹
					42 ، $2a+1$

$$\frac{2a + 42}{5} = 26 \Rightarrow a = 33$$

$$\frac{\sum x + 4V}{2}$$

$$= \frac{109}{2}$$

۱۳۰- با حروف کلمه «آهنگری» چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که حروف کلمه «گنه» کنار هم باشند؟

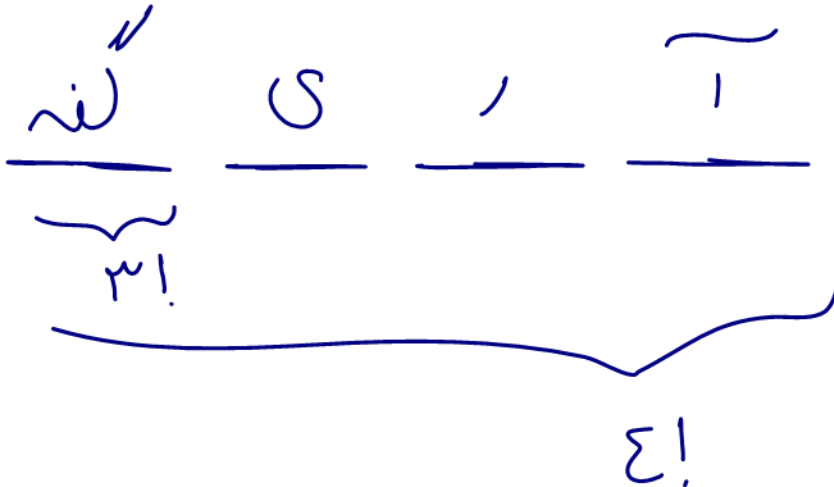
۲۴ (۱)

۷۲ (۲)

۱۴۴ (۳)

۲۱۶ (۴)

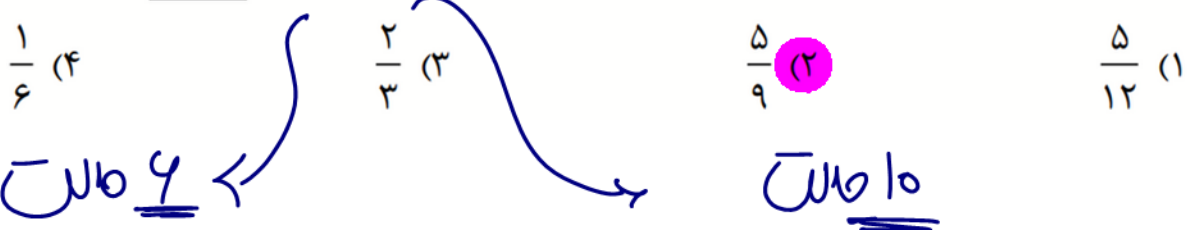
ساره



$$= 4 \times 2 \times 6 = 144$$

ساره

۱۳۱- دو تاس را پرتاب می کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهر شده متوالی و برابر نیستند؟



۱, ۲
۲, ۳
۳, ۴
۴, ۵
۵, ۶

۱, ۲
۲, ۳
۳, ۴
۴, ۵
۵, ۶

$$n(S) = ۳۶$$

$$\Rightarrow P'(A) = \frac{۳۶ - ۱۶}{۳۶} = \frac{۲۰}{۳۶}$$

۱۳۲- جعبه A شامل ۶ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز است و جعبه B شامل ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. از جعبه A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه B قرار می دهیم. سپس یک مهره از جعبه B انتخاب می کنیم. با کدام احتمال مهره خارج شده از جعبه B آبی است؟

نسبتاً ساده

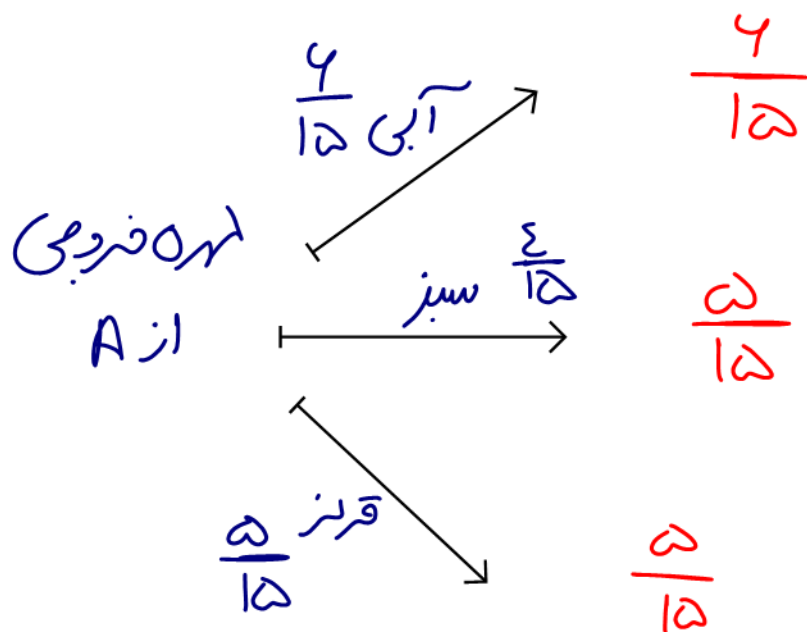
۰/۲۴ (۴)

۰/۲۸ (۳)

۰/۳۲ (۲)

۰/۳۶ (۱)

سه از افزودن
مهره A به ظرف B
← احتمال آبی شدن
مهره فروبی از B



$$\Rightarrow \frac{4}{15} \times \frac{4}{15} + \frac{4}{15} \times \frac{5}{15} + \frac{5}{15} \times \frac{5}{15}$$

$$= \frac{11}{15 \times 15} = \frac{9}{25}$$

۱۳۳- نقاط $A(2,0)$ و $C(0,-1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

- (۱) $(0, \frac{3}{2})$ (۲) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$ (۴) $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$ (شمار)

$$A \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \quad C \begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} \Rightarrow m_{AC} = \frac{1}{2}$$

قطر دایره از مرکز دایره (مرکز مربع = وسط AC) می‌گذرد

$$\Rightarrow m_{BD} = -2, \quad m \begin{matrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow BD = -2x + \frac{3}{2} \Rightarrow B(x, -2x + \frac{1}{2})$$

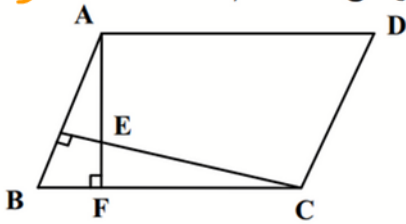
$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{2x - \frac{1}{2}}{x - 2} \\ m_{BC} &= \frac{2x - \frac{1}{2}}{-x} \end{aligned} \right\} \frac{2x - \frac{1}{2}}{x - 2} \times \frac{2x - \frac{1}{2}}{-x} = -1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 1x + \frac{1}{2} = 2x - x^2$$

$$2x^2 - 10x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{495}}{2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} \end{array} \right.$$

متوسل

۱۳۴- در متوازی الاضلاع شکل زیر، $AD = 14$ ، $BF = 6$ و $AE = 8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟

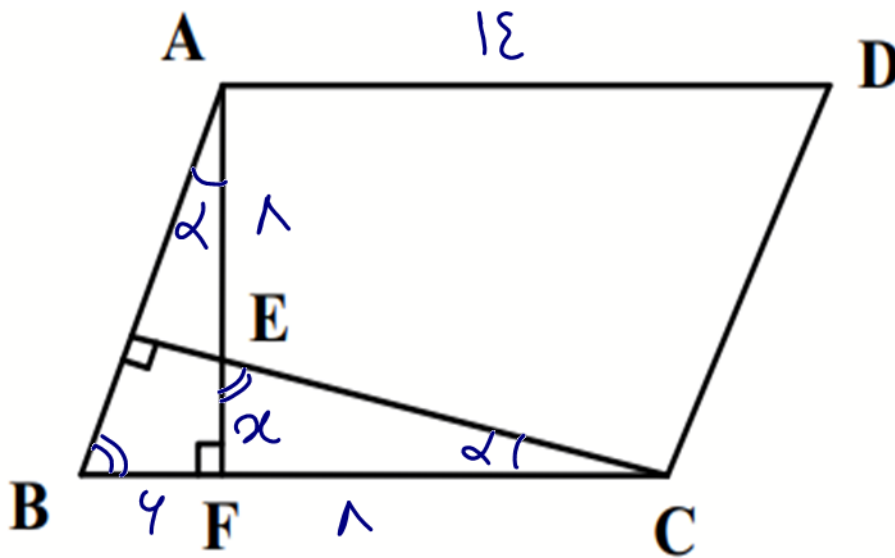


۱۶ (۱)

۱۴ (۲)

۱۲ (۳)

۱۰ (۴)



$$\triangle ABF \sim \triangle BEF \Rightarrow \frac{\alpha + \lambda}{\lambda} = \frac{6}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \lambda\alpha - 6\lambda = 0$$

$$(\alpha + 12)(\alpha - 6) = 0 \Rightarrow \alpha = 6$$

$$\therefore \alpha + \lambda = 12$$

۱۳۵- در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟

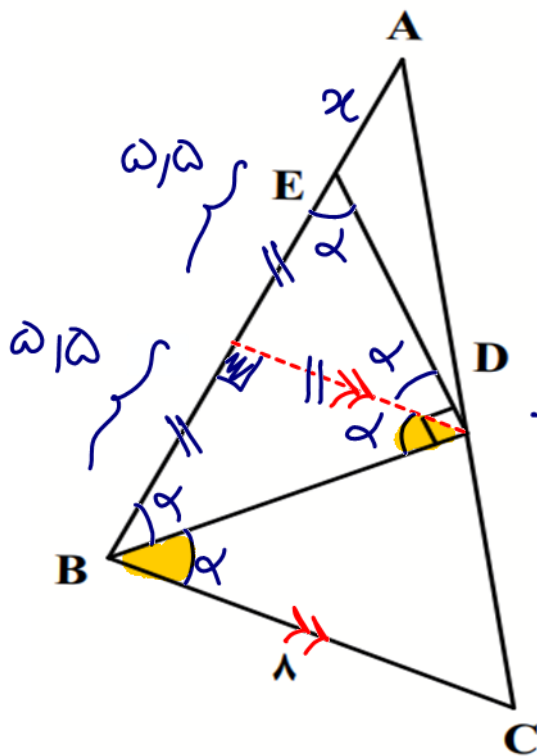
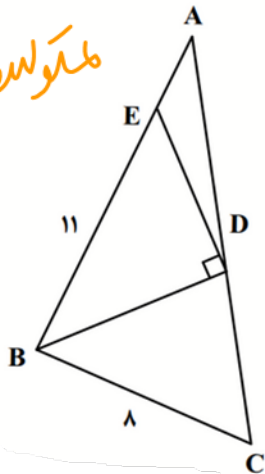
۶/۶ (۱)

۵/۴ (۲)

۳/۶ (۳)

۲/۴ (۴)

متوازی



$$\frac{11 + \alpha}{\omega/2 + \alpha} = \frac{1}{\omega/2}$$

$$\Rightarrow \epsilon + 1\alpha = \omega/2 \alpha + 11 \times \omega/2$$

$$\Rightarrow \omega/2 \alpha = 11(\omega/2 - \epsilon)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{11 \times \omega/2}{\omega/2} = \frac{94}{10}$$

سببنا ساره

۱۳۶- اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B + 1$ کدام است؟

$2\sqrt{7}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{7}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

$$B = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{14}}{2\sqrt{2} + \sqrt{14}} = \frac{1 + \sqrt{7}}{2 + \sqrt{7}}$$

$$3B + 1 = \frac{3 + 3\sqrt{7}}{2 + \sqrt{7}} + \frac{2 + \sqrt{7}}{2 + \sqrt{7}}$$

$$= \frac{7 + 2\sqrt{7}}{2 + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{7} + 2)}{\cancel{2 + \sqrt{7}}}$$

$$= \sqrt{7}$$

۱۳۷- اگر $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 4n(B - A)$ و $n(A \cup B) = 57$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

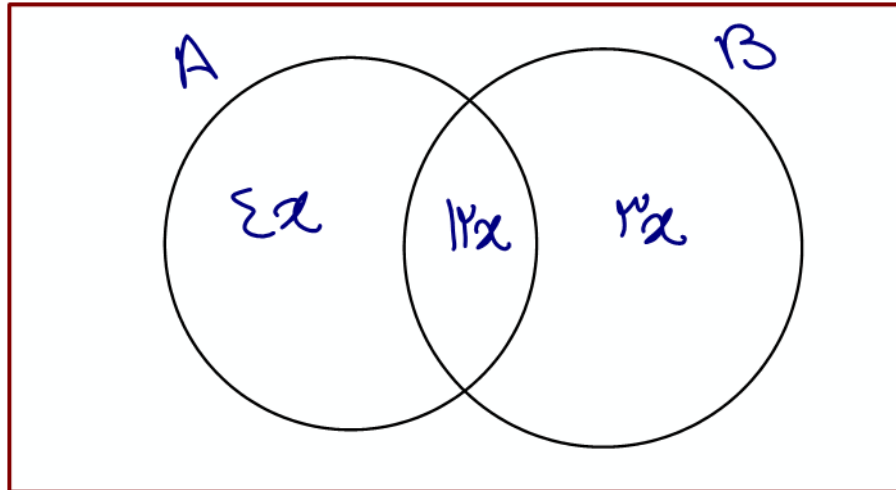
۴۸ (۴)

۴۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۳ (۱)

جواب



$$\Rightarrow 19x = 57 \Rightarrow x = 3$$

$$8x + 12x = 19x = 57$$

۱۳۸- با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته

می شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

۵) w

۶ (۴)

۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

$$a, a+d, \dots \Rightarrow a_n = a + (n-1)d$$

$$a+\varepsilon, a+\varepsilon+d, \dots \Rightarrow a_n = a+\varepsilon + (n-1)d$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\varepsilon = \text{اختلاف}}$$

۵) w

۱۳۹- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2a & |x| \leq 1 \\ ax^2 + 5 & |x| \geq 1 \end{cases}$ ، ضابطه تابع f باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

۱۴ (۴)

۲۵ (۳)

۳۲ (۲)

۴۶ (۱)

نقطه سزی $x=1$ \rightsquigarrow

$$\Rightarrow 2 + 2a = a + 5 \Rightarrow a = 3$$

$$f(3) = 3 \times 3^2 + 5$$

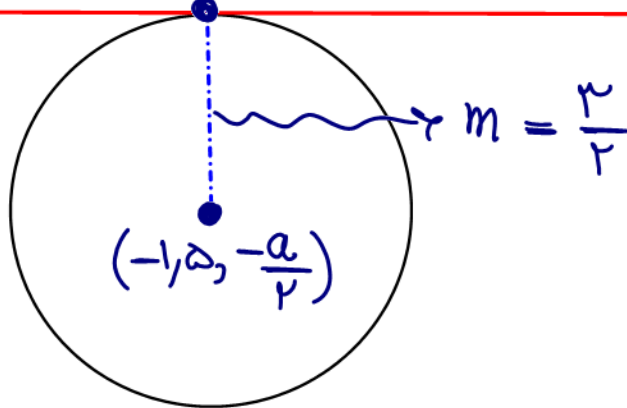
۱۴۰ - خط $3y + 2x = 9$ در نقطه $(0, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 + 3x + ay = c$ مماس است. مقدار a کدام است؟

متوسطه ۱
۱/۵ (۴)

۱/۵ (۳) -۳/۵ (۲) ۳/۵ (۱)
 $O(-1, 5, -\frac{a}{2})$

$$2x + 3y - 9 = 0$$

$$L \rightarrow m = \frac{-2}{3}$$



$$\Rightarrow (0, 3) \text{ و } (-1, 5, -\frac{a}{2}) \Rightarrow m = \frac{3 + \frac{a}{2}}{1} = 1, 5$$

$$3 + \frac{a}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow -\frac{a}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{3}{1}$$