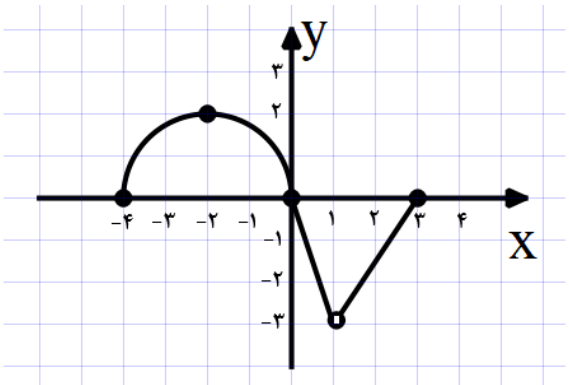
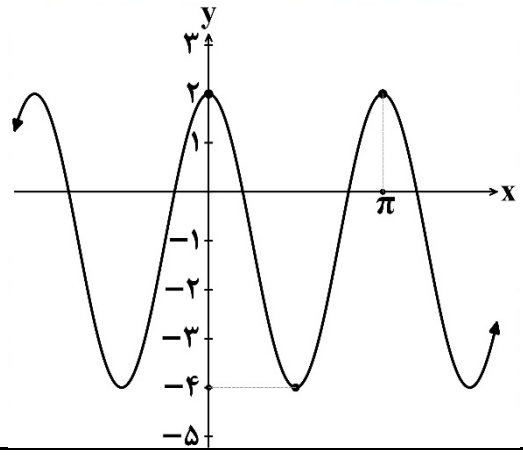
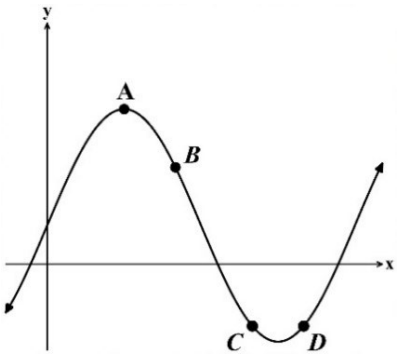
باسمه‌تعالی

سوالات آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصرداخل و خارج از کشور) – شهریور ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش **Azmoon.medu.ir**

ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) تابعی وجود دارد که در یک فاصله هم اکیداً صعودی و هم اکیداً نزولی است. ب) نمودار تابع $y=\tan x$ خط $x=\frac{-۳\pi}{۲}$ را قطع نمی‌کند. پ) تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x^۲}$ در نقطه $x=۰$ مماس قائم دارد.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه مقدار $\lim_{x\to a}\big(f(x)-f(a)\big)$ برابر با ..... است. ب) اگر به ازای هر x از بازهٔ باز I، f'' موجود و $f''(x)>۰$، آن‌گاه نمودار f روی بازهٔ I تقعر رو به ..... دارد.	۰/۵
۳	در سوال زیر، گزینه مناسب را انتخاب کرده و شمارهٔ مربوط به آن را در پاسخ‌برگ بنویسید. اگر $x=c$ طول نقطه عطف تابع f باشد، آن‌گاه کدام گزینه همواره برقرار است؟ ۱) تابع f در $x=c$ مشتق‌پذیر است. ۲) $x=c$، طول نقطهٔ گوشه‌ای تابع f است. ۳) $f'_+(c)$ و $f'_-(c)$ هر دو موجود و متناهی هستند. ۴) تابع f در $x=c$، پیوسته است.	۰/۲۵
۴	اگر دامنه تابع f به صورت $[-۱,۱]$ و برد آن به صورت $(-۲,۴]$ باشد، دامنه و برد تابع $g(x)=۲f(x-۱)+۳$ را بیابید.	۱
۵	نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل روبه‌رو رسم شده است. الف) تابع f در چه فاصله‌هایی صعودی است؟ ب) تابع f در چه فاصله‌هایی نزولی است؟ 	۰/۷۵
۶	اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله ای $p(x)=x^۳+ax-۴$ بر $x+۲$ برابر -۶ باشد، آن‌گاه مقدار a را تعیین کنید.	۱
۷	نمودار تابع $f(x)=a\cos bx+c$ در شکل مقابل داده شده است. اگر $b>۰$، آن‌گاه مقادیر a، b و c را به‌دست آورید. 	۱/۲۵

باسمه‌تعالی

سوالات آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصرداخل و خارج از کشور) – شهریور ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش **Azmoon.medu.ir**

ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۸	جواب‌های کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos^۲ x + \sin x = ۱$ را به‌دست آورید.	۱/۵
۹	حاصل حدهای زیر را به‌دست آورید. الف) $\lim\limits_{x \to ۳^+} \dfrac{۲x^۲ - ۱}{۳ - x}$ ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-۳x^۳ + ۴x^۲}{۱ - ۵x^۳}$	۱/۵
۱۰	اگر $y = ۳$ مجانب افقی تابع $f(x) = \dfrac{(۲a-۱)x^۲ - ۳x + ۱}{x^۲ + ۱}$ باشد، مقدار a را محاسبه کنید.	۰/۷۵
۱۱	نمودار تابع $y = \dfrac{-۲x}{x+۱}$ در نزدیکی مجانب قائم خود، چگونه است؟	۰/۷۵
۱۲	در شکل زیر، نقاط A، B، C و D روی نمودار تابع $y = f(x)$ مشخص شده‌اند. به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) در کدام نقطه، مقدار تابع و مقدار مشتق آن، هر دو منفی هستند؟ ب) شیب خط مماس در کدام نقطه، از مقدار مشتق تابع در نقطهٔ A بیشتر است؟ 	۰/۵
۱۳	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ - ۱ & x \le ۱ \\ x - ۱ & x > ۱ \end{cases}$ را در نقطهٔ $x = ۱$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۴	مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \tan x \sin ۳x$ ب) $g(x) = \left(\dfrac{۵}{x} + \dfrac{x}{۵}\right)^۳$	۲
۱۵	یک توده باکتری بعد از t ساعت دارای جرم $m(t) = ۲\sqrt{t} + ۳t^۲ + ۱$ گرم است. الف) آهنگ تغییر متوسط جرم توده باکتری در بازهٔ زمانی $[۰, ۴]$ را به‌دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای جرم توده را در لحظهٔ $t = ۱$ به‌دست آورید.	۱/۲۵
۱۶	مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = ۲x^۳ - ۹x^۲ + ۱۲x - ۵$ را در بازهٔ $[-۱, ۲]$ به‌دست آورید.	۱/۵
۱۷	نقطهٔ $(۲, ۴)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^۳ - ax^۲ + bx$ است. مقادیر a و b را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۸	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -۲x^۳ + ۶x + ۱$ را رسم کنید.	۲
	موفق باشید	۲۰

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۴**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) - شهریور۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۲۲ ب) درست (۰/۲۵) صفحه ۳۲ پ) درست (۰/۲۵) صفحه ۱۰۰	۰/۷۵
۲	الف) ۰ (صفر) (۰/۲۵) صفحه ۸۶ ب) بالا (۰/۲۵) صفحه ۱۲۹	۰/۵
۳	گزینه ۴ یا «تابع f در $x=c$، پیوسته است.» (۰/۲۵) صفحه ۱۳۱	۰/۲۵
۴	$D_g=[0,2]$ (۰/۵) $R_g=(-1,11]$ (۰/۵) **توضیحات نمره‌گذاری:** در صورتی‌که باز یا بسته بودن بازه اشتباه نوشته شود، برای هر بازه، (۰/۲۵) کسر گردد. صفحه ۱۰	۱
۵	الف) $[-4,-2],(1,3]$ (۰/۵) ب) $[-2,1)$ (۰/۲۵) صفحه ۲۱	۰/۷۵
۶	$x+2=0\Rightarrow x=-2$ (۰/۲۵) $\underbrace{p(-2)=-6\Rightarrow -8-2a-4=-6}_{(0/5)}\Rightarrow a=-3$ (۰/۲۵) **توضیحات جهت نمره‌گذاری:** اگر دانش‌آموز از روش تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای، مقدار a به درستی به‌دست آورد، یک نمره تعلق گیرد. صفحه ۲۲	۱
۷	نگارش اول: $\underbrace{T=\frac{2\pi}{\lvert b\rvert}\Rightarrow \lvert b\rvert=\frac{2\pi}{\pi}=2\xrightarrow{b>0} b=2}_{(0/25)}$ $\underbrace{\begin{cases}2=\lvert a\rvert+c\\-4=-\lvert a\rvert+c\end{cases}}_{(0/25)}\Rightarrow\begin{cases}c=-1 & (0/25)\\ \lvert a\rvert=3\Rightarrow a=3 & (0/25)\end{cases}$ نگارش دوم: $\underbrace{T=\frac{2\pi}{\lvert b\rvert}\Rightarrow \lvert b\rvert=\frac{2\pi}{\pi}=2\xrightarrow{b>0} b=2}_{(0/25)}$ $\underbrace{\begin{cases}c=\frac{\max+\min}{2}\\ \lvert a\rvert=\frac{\max-\min}{2}\end{cases}}_{(0/25)}\Rightarrow\begin{cases}c=-1 & (0/25)\\ \lvert a\rvert=3\Rightarrow a=3 & (0/25)\end{cases}$ صفحه ۲۸	۱/۲۵

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۴**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) - شهریور۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

۸ — نمره: ۱/۵

نگارش اول:

$$\underbrace{۱-\sin^۲x+\sin x=۱}_{(\circ/۲۵)}\Rightarrow\underbrace{-\sin^۲x+\sin x=\circ}_{(\circ/۲۵)}\Rightarrow\begin{cases}\sin x=\circ\ (\circ/۲۵)\Rightarrow x=k\pi\ (\circ/۲۵)\\ \sin x=۱\ (\circ/۲۵)\Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}(\circ/۲۵)\end{cases}\quad k\in\mathbb{Z}$$

نگارش دوم:

$$\underbrace{۱-\cos^۲x-\sin x=\circ}_{(\circ/۲۵)}\Rightarrow\underbrace{\sin^۲x-\sin x=\circ}_{(\circ/۲۵)}\Rightarrow\begin{cases}\sin x=\circ\ (\circ/۲۵)\Rightarrow x=k\pi\ (\circ/۲۵)\\ \sin x=۱\ (\circ/۲۵)\Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}(\circ/۲۵)\end{cases}\quad k\in\mathbb{Z}$$

توضیحات نمره‌گذاری: در صورتی که جواب‌های معادله، به شکل خاص نوشته نشده باشد، $(\circ/۵)$ نمره این قسمت تعلق گیرد. صفحه ۴۴

۹ — نمره: ۱/۵

الف) صفحه ۵۸

$$\lim_{x\to۳^+}\frac{۲x^۲-۱}{۳-x}=\frac{۱۷}{\circ^-}=-\infty$$

$(\circ/۲۵)$ $(\circ/۲۵)$ $(\circ/۲۵)$

ب) صفحه ۶۶

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{-۳x^۳+۴x^۲}{۱-۵x^۳}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-۳x^۳}{-۵x^۳}=\frac{۳}{۵}$$

$(\circ/۲۵)$ $(\circ/۲۵)$

۱۰ — نمره: ۰/۷۵

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(۲a-۱)x^۲-۳x+۱}{x^۲+۱}=۳\ \ \textbf{یا}\ \ \lim_{x\to\pm\infty}\frac{(۲a-۱)x^۲}{x^۲}=۳\ (\circ/۲۵)\Rightarrow ۲a-۱=۳\ (\circ/۲۵)\Rightarrow a=۲\ (\circ/۲۵)$$

صفحه ۶۷

۱۱ — نمره: ۰/۷۵

توضیحات نمره‌گذاری:

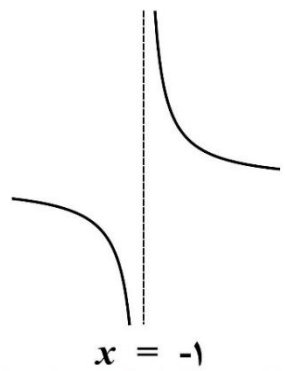
رسم صحیح هر شاخه $(\circ/۲۵)$

رسم صحیح مجانب قائم و نوشتن ضابطه آن $(\circ/۲۵)$

در صورتی که، حدهای $\lim\limits_{x\to(-۱)^+}\frac{۲}{\circ^+}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to(-۱)^-}\frac{۲}{\circ^-}=-\infty$ نوشته شود،

ولی شکل به درستی رسم نشود، $(\circ/۲۵)$ تعلق گیرد.

صفحه ۵۸



۱۲ — نمره: ۰/۵

الف) C $(\circ/۲۵)$ **ب)** D $(\circ/۲۵)$ صفحه ۸۲

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۴**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) - شهریور۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱۳	روش اول: $\begin{cases} f'_+(۱)=\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{(x-۱)}{x-۱}=۱ & (۰/۵) \\ f'_-(۱)=\lim\limits_{x\to ۱^-}\dfrac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^-}\dfrac{x^۲-۱}{x-۱}=۲ & (۰/۵) \end{cases}$ با توجه به اینکه $f'_+(۱)\neq f'_-(۱)$، نتیجه می‌شود که تابع f در نقطه $x=۱$ مشتق‌پذیر نیست. (۰/۲۵) روش دوم: $\begin{cases} f'_+(۱)=\lim\limits_{h\to ۰^+}\dfrac{f(۱+h)-f(۱)}{h}=\lim\limits_{h\to ۰^+}\dfrac{(۱+h)-۱}{h}=۱ & (۰/۵) \\ f'_-(۱)=\lim\limits_{h\to ۰^-}\dfrac{f(۱+h)-f(۱)}{h}=\lim\limits_{h\to ۰^-}\dfrac{(۱+h)^۲-۱}{h}=\lim\limits_{h\to ۰^-}\dfrac{h(h+۲)}{h}=۲ & (۰/۵) \end{cases}$ با توجه به اینکه $f'_+(۱)\neq f'_-(۱)$، نتیجه می‌شود که تابع f در نقطه $x=۱$ مشتق‌پذیر نیست. (۰/۲۵) توضیحات نمره‌گذاری: اگر فقط به جمله «تابع f در نقطه $x=۱$ مشتق‌پذیر نیست.» اشاره شود، (۰/۲۵) تعلق گیرد. صفحه ۱۰۰	۱/۲۵
۱۴	الف) $f'(x)=\underbrace{(۱+\tan^۲ x)}_{(۰/۲۵)}\sin ۳x+\underbrace{۳\cos ۳x}_{(۰/۲۵)}\tan x \quad (۰/۲۵)$ ب) $g'(x)=\underset{(۰/۲۵)}{(۳)}\left(\underbrace{\dfrac{-۵}{x^۲}}_{(۰/۲۵)}+\underbrace{\dfrac{۱}{۵}}_{(۰/۲۵)}\right)\underbrace{\left(\dfrac{۵}{x}+\dfrac{x}{۵}\right)^۲}_{(۰/۲۵)}$ توضیحات جهت نمره‌گذاری: در صورتی که بین پرانتزها علامت جمع، تفریق یا تقسیم نوشته شده بود، تنها (۰/۲۵) نمره کسر گردد. صفحه ۹۷	۲
۱۵	قسمت الف) $\dfrac{m(۴)-m(۰)}{۴-۰} \quad (۰/۲۵) \quad =\dfrac{۵۳-۱}{۴}=۱۳ \quad (۰/۲۵)$ قسمت ب) $m'(t)=\dfrac{۲}{۲\sqrt{t}}+۶t \quad (۰/۵) \quad \Rightarrow m'(۱)=۷ \quad (۰/۲۵)$ صفحه ۱۱۰	۱/۲۵

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۴**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) - شهریور۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

۱۶ — نمره: ۱/۵

$$f'(x)=۶x^۲-۱۸x+۱۲ \xrightarrow{f'(x)=۰} \begin{cases} x=۱ & (۰/۲۵) \\ x=۲ & (۰/۲۵) \end{cases}$$

$f(-۱)=-۲۸$ (۰/۲۵) $\quad f(۱)=۰$ (۰/۲۵) $\quad f(۲)=-۱$ (۰/۲۵)

مقدار ماکزیمم مطلق برابرصفر است. (۰/۲۵)

توضیح نمره‌گذاری: در صورتی که تنها مشتق تابع به شکل درست نوشته شود، ولی ریشه‌ها درست محاسبه نشده باشند، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. صفحه ۱۲۳

۱۷ — نمره: ۱/۵

$f'(x)=۳x^۲-۲ax+b$ (۰/۲۵)

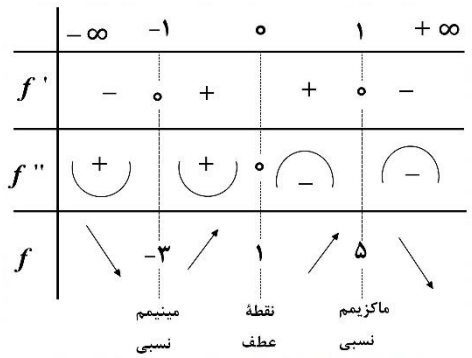
$$\begin{cases} f'(۲)=۰ & (۰/۲۵) \\ f(۲)=۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۴a-b=۱۲ & (۰/۲۵) \\ -۴a+۲b=-۴ & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow a=۵ \ (۰/۲۵) \ , \ b=۸ \ (۰/۲۵)$$

صفحه ۱۲۶

۱۸ — نمره: ۲

$$f'(x)=-۶x^۲+۶ \xrightarrow{f'=۰} \begin{cases} x=۱ & (۰/۲۵) \\ x=-۱ & (۰/۲۵) \end{cases}$$

$$f''(x)=-۱۲x \xrightarrow{f''=۰} x=۰ \ (۰/۲۵)$$

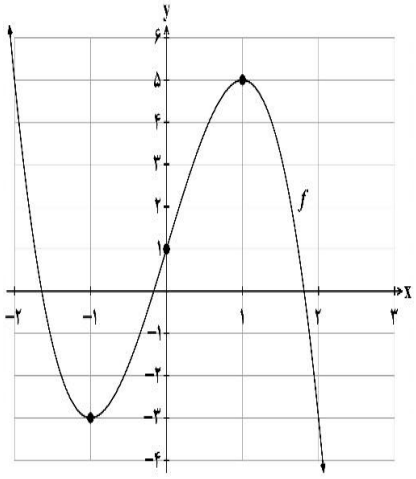


توضیحات جدول رفتار:

تعیین علامت مشتق تابع (۰/۲۵)

تعیین علامت مشتق دوم و جهت تقعر تابع (۰/۲۵)

مشخص کردن صعودی و نزولی بودن تابع و نقاط ماکزیمم و مینیمم و نقطه عطف تابع (۰/۲۵)



رسم صحیح نمودار تابع (۰/۵)

صفحه ۱۴۴