باسمه‌تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور) – مردادماه ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)- استفاده از خط‌کش، پرگار و ماشین‌حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		نمره

۱ — نمره: ۱

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مربع هر عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.

ب) به ازای $n=۹$ رابطهٔ $n \mid (n-۱)!$ برقرار است.

پ) اگر G یک گراف سادهٔ همبند باشد، آن‌گاه $\overline{G}$ همواره یک گراف ساده ناهمبند است.

ت) تعداد اعداد چهار رقمی که با ارقام ۵ ، ۴ ، ۲ و ۲ می‌توان نوشت، برابر ۱۲ است.

۲ — نمره: ۱

جاهای خالی را با اعداد یا عبارت‌های مناسب کامل کنید.

الف) عدد ۱۴۰۵ به پیمانهٔ ۳ به کلاس یا دستهٔ هم‌نهشتی ..... تعلق دارد.

ب) G یک گراف کامل است. مجموعهٔ همسایگی بستهٔ هر رأس آن، برابر مجموعهٔ ..... است.

پ) عدد احاطه‌گری گراف $C_۷$ برابر ..... است.

ت) در مربع لاتین A (مقابل)، مقدار a برابر ..... است.

$A=$

۱	۲	
	۱	a

۳ — نمره: ۱/۲۵

ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n، عبارت $۳n^۲-۵n+۱$ همواره عددی فرد است.

۴ — نمره: ۱/۲۵

اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد صحیح a بر دو عدد ۵ و ۶ به ترتیب ۲ و ۴ باشد، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a را بر ۳۰ به‌دست آورید. (با ارائه راه‌حل)

۵ — نمره: ۱/۲۵

اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$، آن‌گاه ثابت کنید: $(p,a)=۱$

۶ — نمره: ۱/۲۵

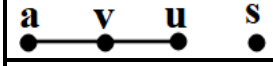
اگر ۹ دی در یک سال روز جمعه باشد، آن‌گاه ۲۰ مرداد در همان سال چه روزی از هفته بوده است؟ (با ارائه راه‌حل)

۷ — نمره: ۱/۲۵

جواب‌های عمومی معادلهٔ هم‌نهشتی $۴x-۵ \overset{۱۱}{\equiv} x-۱$ را به‌دست آورید و سپس بزرگ‌ترین عدد دو رقمی که در این معادله صدق می‌کند را بنویسید. (با ارائه راه‌حل)

۸ — نمره: ۱

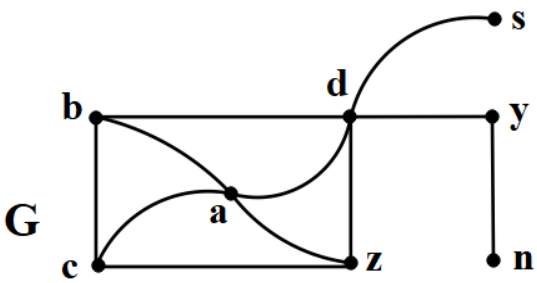
پاسخ سؤالات ستون اول را از ستون دوم پیدا کرده و در پاسخ‌برگ بنویسید. (در ستون دوم یک مورد اضافی است.)

ستون اول
الف) تعداد مجموعه‌های احاطه‌گری گراف مقابل 
ب) تعداد رأس‌های زوج گراف $P_۵$ کدام است؟
پ) تعداد گراف‌های ساده‌ای که مجموعه احاطه‌گر مینیمم آن‌ها، غیرمینیمال است.
ت) اگر $G=C_۵$ باشد، آن‌گاه مقدار $\delta(G)$ چند است؟

ستون دوم
۰
۲
۳
۴
۵

۹ — نمره: ۱/۵

با توجه به گراف G به سؤالات زیر پاسخ دهید:



الف) اندازهٔ گراف G و $\Delta(G)$ را مشخص کنید. (۰/۵)

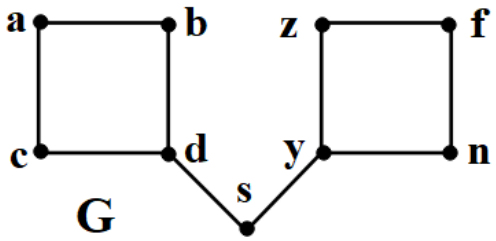
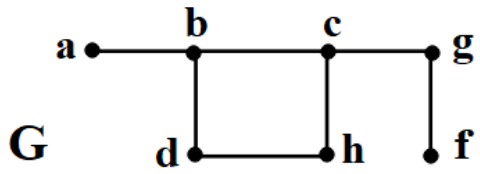
ب) مسیری به طول ۶ با شروع از رأس a بنویسید. (۰/۲۵)

پ) دوری به طول ۳ با شروع از رأس d بنویسید. (۰/۲۵)

ت) اگر $N_G(x)=\{a,c,d\}$ آن‌گاه x چه رأس‌هایی می‌تواند باشد؟ (۰/۵)

باسمه‌تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور) – مردادماه ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) – استفاده از خط‌کش، پرگار و ماشین‌حساب ساده (صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		نمره

ردیف		نمره
۱۰	به یک گراف $۴-$ منتظم از مرتبهٔ ۷ چند یال افزوده شود، تا به یک گراف کامل هم‌مرتبه با آن تبدیل شود؟ (با ارائه راه‌حل)	۰/۷۵
۱۱	**گراف G را در نظر بگیرید:**  الف) عدد احاطه‌گری گراف G را با ذکر دلیل به‌دست آورید. (۱/۲۵) ب) آیا با اضافه‌کردن یال af عدد احاطه‌گری تغییر می‌کند؟ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۲	در گراف G مقابل، کدام یک از مجموعه‌های زیر یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است؟ (با ذکر دلیل)  الف) $\{c,d,f,a\}$ ب) $\{h,b,f,a\}$	۰/۵
۱۳	۴ دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم و ۳ دانش‌آموز پایهٔ یازدهم به چند طریق می‌توانند کنار هم (در یک ردیف) قرار بگیرند، به‌طوری‌که دانش‌آموزان پایهٔ یازدهم همواره کنار هم باشند؟ (با ارائه راه‌حل)	۰/۷۵
۱۴	تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_۱+x_۲+x_۳+x_۴+x_۵=۹$ را با شرط $x_۵=۴$ به‌دست آورید. (با ارائه راه‌حل)	۱/۵
۱۵	جایگشت‌های $(۱\to ۴)$, $(۲\to ۳)$, $(۴\to ۲)$ و $(۳\to ۱)$ روی مربع لاتین A، اعمال کنید و سپس مربع حاصل را نوشته و آن را B بنامید. آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ چرا؟ $A=$ ۳ ۲ ۴ ۱ / ۴ ۱ ۳ ۲ / ۱ ۴ ۲ ۳ / ۲ ۳ ۱ ۴	۱
۱۶	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، مشخص کنید چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می‌توان نوشت به‌طوری‌که هر رمز، حداقل یک رقم ۲ و یک رقم ۳ را شامل باشد؟ (در رمز، تکرار ارقام مجاز است – با ارائه راه حل)	۱/۵
۱۷	به چند طریق می‌توان ۳ کتاب متمایز را بین ۷ نفر توزیع کرد، به‌طوری‌که به هر نفر حداکثر یک کتاب برسد؟ (با ارائه راه حل)	۰/۵
۱۸	۱۳ نقطه درون یک مستطیل ۴×۳ قرار دارند. نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصلهٔ آن‌ها از هم، کمتر از $\sqrt{۲}$ باشد. (با ارائه راه حل)	۱/۲۵
	"موفق باشید" **مجموع نمرات**	۲۰

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۱۱**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور)** - **مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

همکار محترم، با عرض سلام و خداقوت و تشکر از زحمات شما، لطفاً به موارد زیر دقت بفرمایید:

۱) تأکید می‌شود که ملاک نمره‌گذاری، راهنمای نمره‌گذاری است و از اعمال سلیقه خودداری شود.

۲) معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سؤال، در چند مرحله انجام می‌شود. در صورتی که دانش‌آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده باشد، اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر شود و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود.

۳) در صورتی که دانش‌آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، **(۰ / ۲۵)** نمره تعلق می‌گیرد.

۱ — نمره: ۱

الف) نادرست (صفحه ۳) **ب)** درست (صفحه ۱۰)

پ) نادرست (صفحات ۳۷ و ۳۹) **ت)** درست (صفحه ۵۸)

هر قسمت **(۰ / ۲۵)** دارد.

۲ — نمره: ۱

الف) **۱** (صفحه ۱۹) **ب)** $V(G)$ یا رأس‌ها (صفحات ۳۶ و ۳۸)

پ) **۳** (صفحه ۵۳) **ت)** **۲** (صفحه ۶۲)

هر قسمت **(۰ / ۲۵)** دارد.

۳ — نمره: ۱/۲۵

روش اول:

$$\begin{cases} n=2k\ (k\in\mathbb{N}) \\ n=2k-1\ (k\in\mathbb{N}) \end{cases} \quad ;3n^2-5n+1=\underbrace{3(2k)^2-5(2k)+1}_{(\circ/25)}=\underbrace{2(6k^2-5k)+1}_{(\circ/25)}$$

$$;3n^2-5n+1=\underbrace{3(2k-1)^2-5(2k-1)+1}_{(\circ/25)}=\underbrace{2(6k^2-11k+4)+1}_{(\circ/25)}$$

روش دوم:

اگر n عددی فرد باشد، آن‌گاه $3n^2$ و $5n$ نیز اعدادی فردند. **(۰ / ۲۵)** از طرفی مجموع و تفاضل دو عدد فرد، عددی زوج است. **(۰ / ۲۵)** درنتیجه $3n^2-5n$ عددی زوج است و بنابراین $3n^2-5n+1$ عددی فرد است. **(۰ / ۲۵)**

اگر n عددی زوج باشد آن‌گاه $3n^2$ و $5n$ نیز اعدادی زوج‌اند. **(۰ / ۲۵)** از طرفی مجموع و تفاضل دو عدد زوج، عددی زوج است. درنتیجه $3n^2-5n$ عددی زوج است و بنابراین $3n^2-5n+1$ عددی فرد است. **(۰ / ۲۵)**

روش سوم:

$$\underbrace{n=2k-1 \text{ یا } n\overset{2}{\equiv}1 \Rightarrow \begin{cases} n^2\overset{2}{\equiv}1\Rightarrow 3n^2\overset{2}{\equiv}3\overset{2}{\equiv}1 \\ 5n\overset{2}{\equiv}5\overset{2}{\equiv}1 \end{cases}}_{(\circ/5)} \Rightarrow \underbrace{3n^2-5n+1\overset{2}{\equiv}1 \text{ یا } 3n^2-5n+1=2q+1}_{(\circ/25)}$$

$$\underbrace{n=2k \text{ یا } n\overset{2}{\equiv}\circ \Rightarrow \begin{cases} n^2\overset{2}{\equiv}\circ\Rightarrow 3n^2\overset{2}{\equiv}\circ \\ 5n\overset{2}{\equiv}\circ \end{cases}}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{3n^2-5n+1\overset{2}{\equiv}1 \text{ یا } 3n^2-5n+1=2q+1}_{(\circ/25)}$$

(صفحه ۴)

ادامهٔ سوال ۳

روش چهارم:

$$n=2k-1\Rightarrow 2\mid n+1\Rightarrow 2\mid 3(n+1)^2 \xrightarrow{2\mid -11n-11} \Rightarrow \underbrace{2\mid 3n^2-5n-8}_{(0/25)} \xrightarrow{2\mid 8} \Rightarrow \underbrace{2\mid 3n^2-5n}_{(0/25)}$$

$$\Rightarrow 3n^2-5n=2q \Rightarrow 3n^2-5n+1=2q+1 \quad (0/25)$$

$$n=2k\Rightarrow 2\mid n\Rightarrow \begin{cases}2\mid 3n^2\\ 2\mid -5n\end{cases}\Rightarrow 2\mid 3n^2-5n \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow 3n^2-5n=2q\Rightarrow 3n^2-5n+1=2q+1 \quad (0/25)$$

روش پنجم:

$$3n^2-5n+1=\underbrace{3n^2-3n-2n+1}_{(0/25)}=\underbrace{3n(n-1)-2n+1}_{(0/25)}$$

$$=\underbrace{3\underbrace{n(n-1)}_{2k}-2n+1}_{(0/25)}=\underbrace{6k-2n+1}_{(0/25)}=\underbrace{2(\overbrace{3k-n}^{q})+1=2q+1}_{(0/25)}$$

روش ششم:

برهان خلف:

فرض کنیم $3n^2-5n+1$ عددی زوج باشد. (0/25)

$$\underbrace{3n^2-5n+1=2k}_{(0/25)}\Rightarrow 3n^2-5n=2k-1\Rightarrow \underbrace{3n(n-1)-2n}_{2q}=2k-1 \quad (0/25)$$

عبارت‌های $2n$ و $3n(n-1)$ همواره زوج‌اند، در نتیجه $3n(n-1)-2n$ عددی زوج است. (0/25)

در حالی که طرف دوم تساوی عددی فرد است، پس به تناقض می‌رسیم. (0/25)

روش هفتم:

$$3n^2-5n+1=\underbrace{n^2+2n^2-2n-n-2n+1}_{(0/25)}=\underbrace{\overbrace{n(n-1)}^{2k}+\overbrace{2n(n-1)}^{2k'}-\overbrace{(2n-1)}^{2k''-1}}_{(0/75)}=\underbrace{2q-1}_{(0/25)}$$

ادامهٔ سؤال ۳

روش هشتم:

$$\underbrace{3n^2-5n+1}_{\text{فرد}}=\underbrace{4n^2-4n+1-n^2-n}_{(\circ/5)}=\underbrace{(2n-1)^2}_{\substack{(\circ/25)\\ \text{فرد}}}-\underbrace{n(n+1)}_{\substack{(\circ/25)\\ \text{زوج}}} \quad (\circ/25)$$

روش نهم:

$$3n^2-5n+1=n(3n-5)+1 \quad (\circ/25)$$

حالت اول: اگر n عددی زوج باشد، آن‌گاه $n(3n-5)$ عددی زوج است (۰/۲۵) و بنابراین $n(3n-5)+1$ عددی فرد است. (۰/۲۵)

حالت دوم: اگر n عددی فرد باشد، آن‌گاه $3n$ عددی فرد است. می‌دانیم تفاضل دو عدد فرد، عددی زوج است . در نتیجه $3n-5$ عددی زوج است. (۰/۲۵) در این صورت $n(3n-5)$ عددی زوج است و بنابراین $n(3n-5)+1$ عددی فرد است. (۰/۲۵)

روش دهم:

$$\underbrace{3n^2-5n+1}_{(\circ/25)}\overset{2}{\equiv}\underbrace{2n^2-4n+n^2-n+1}_{(\circ/25)}\overset{2}{\equiv}\underbrace{n^2-n+1}_{(\circ/25)}$$

می‌دانیم مربع هر عدد فرد، عددی فرد است و مربع هر عدد زوج، عددی زوج است. در نتیجه $n^2\overset{2}{\equiv}n$. (۰/۲۵) بنابراین

$$\underbrace{n^2-n+1\overset{2}{\equiv}n-n+1\overset{2}{\equiv}1}_{(\circ/5)}$$

توجه:

در صورتی که دانش‌آموز با توضیح فارسی، زوج یا فرد بودن عبارت‌ها را به‌درستی تشخیص دهد و به پاسخ صحیح برسد، نمره تعلق گیرد.

(صفحه ۴)

۴ — ۱/۲۵

روش اول:

$$\begin{cases} a=5k+2 \\ a=6k'+4 \end{cases}\ (\circ/25) \Rightarrow \begin{cases} 6a=30k+12 & (\circ/25) \\ 5a=30k'+20 & (\circ/25) \end{cases} \Rightarrow a=30(k-k')-8\ (\circ/25) \Rightarrow a=30q+22 \Rightarrow \underbrace{r=22}_{(\circ/25)}$$

روش دوم:

$$\underbrace{\begin{cases} a\overset{5}{\equiv}2 \\ a\overset{6}{\equiv}4 \end{cases}}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{\begin{cases} 6a\overset{30}{\equiv}12 \\ 5a\overset{30}{\equiv}20 \end{cases}}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{a\overset{30}{\equiv}-8}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{a\overset{30}{\equiv}22}_{(\circ/25)} \Rightarrow r=22\ (\circ/25)$$

روش سوم:

$$\underbrace{\begin{cases} a\overset{5}{\equiv}2 \\ a\overset{6}{\equiv}4 \end{cases}}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{\begin{cases} a\overset{5}{\equiv}2-10\overset{5}{\equiv}-8 \\ a\overset{6}{\equiv}4-12\overset{6}{\equiv}-8 \end{cases}}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{a\overset{[5,6]}{\equiv}-8}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{a\overset{30}{\equiv}22}_{(\circ/25)} \Rightarrow r=22\ (\circ/25)$$

روش چهارم:

$$\underbrace{\begin{cases} a=5q+2 \\ a=6q'+4 \end{cases}}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{\begin{cases} 5\mid a-2 \\ 6\mid a-4 \end{cases}}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{30\mid a+8}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{a=30k-8}_{(\circ/25)} \Rightarrow a=30k'+22 \Rightarrow \underbrace{r=22}_{(\circ/25)}$$

روش پنجم:

$$\underbrace{\begin{cases} a=5k+2 \\ a=6k'+4 \end{cases}}_{(\circ/25)} \Rightarrow 5k+2=6k'+4 \Rightarrow \underbrace{k=k'+\frac{k'+2}{5}}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{\frac{k'+2}{5}}_{\in\mathbb{Z}}=t \Rightarrow \underbrace{k'=5t-2}_{(\circ/25)}$$

$$k'=5t-2 \longrightarrow \underbrace{a=6(5t-2)+4=30t-8=30t'+22}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{r=22}_{(\circ/25)}$$

(صفحه ۱۶)

۵ — ۱/۲۵

نوشتار اول:

$$(p,a)=d \Rightarrow \underbrace{d\mid a}_{(\circ/25)},\underbrace{d\mid p}_{(\circ/25)} \Rightarrow \begin{cases} d=1 \Rightarrow \text{حکم برقرار است.}\ (\circ/25) \\ \text{یا} \\ d\neq 1 \Rightarrow d=p \xrightarrow{d\mid a} p\mid a \end{cases}$$

(۰/۲۵) با فرض در تناقض است.

پس فقط $(p,a)=1$ یا $d=1$. (۰/۲۵)

نوشتار دوم: برهان خلف: فرض می‌کنیم $(p,a)\neq 1$ (۰/۲۵) در این صورت $(p,a)=d\neq 1$. (۰/۲۵)

$$d\mid p\ (\circ/25) \xrightarrow{d\neq 1} \left.\begin{matrix} d=p \\ d\mid a \end{matrix}\right\} \Rightarrow p\mid a\ (\circ/25)$$

با فرض تناقض دارد. پس فقط $(p,a)=1$ یا $d=1$. (۰/۲۵)

(صفحه ۱۴)

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۱۱**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور)** - **مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

۶

روش اول- نوشتار اول:

رسم جدول هفتگی (۰/۲۵)

پ	چ	س	د	ی	ش	ج
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

پس ۲۰ مرداد روز پنج شنبه است. (۰/۲۵)

$$\underbrace{-(9+30+30+30+31+11)}_{(0/25)} \overset{7}{\equiv} \underbrace{-141}_{(0/25)} \overset{7}{\equiv} \underbrace{-1}_{(0/25)} \overset{7}{\equiv} 6$$

توجه: اگر دانش‌آموز بدون رسم جدول هفتگی به جواب درست برسد، نمره کامل داده شود.

روش اول- نوشتار دوم:

رسم جدول هفتگی (۰/۲۵)

پ	چ	س	د	ی	ش	ج
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

رسم جدول (۰/۲۵)

ماه	دی	آذر	آبان	مهر	شهریور	مرداد
روزهای باقی‌مانده	۹	۳۰	۳۰	۳۰	۳۱	۱۱
هم‌نهشتی به پیمانه ۷	۲	۲	۲	۲	۳	۴

پس ۲۰ مرداد روز پنج‌شنبه است. (۰/۲۵)

$$\underbrace{-(4\times2+3+4)\overset{7}{\equiv}-1}_{(0/25)} \quad \underbrace{\overset{7}{\equiv}6}_{(0/25)}$$

توجه: اگر دانش‌آموز بدون رسم جدول هفتگی به جواب درست برسد، نمره کامل داده شود.

روش دوم- نوشتار اول:

$$\underbrace{9+30+30+30+31+11}_{(0/25)} \overset{7}{\equiv} \underbrace{141}_{(0/25)} \overset{7}{\equiv} 1$$

باقی‌ماندهٔ به‌دست آمده به پیمانهٔ ۷ را در جدول زیر، متناظر با روز داده شده سؤال قرار می‌دهیم. در این صورت عدد صفر پاسخ را نشان می‌دهد. (۰/۲۵)

پس ۲۰ مرداد روز پنج شنبه است. (۰/۲۵) رسم جدول هفتگی (۰/۲۵)

پ	چ	س	د	ی	ش	ج
۰	۶	۵	۴	۳	۲	۱

روش دوم - نوشتار دوم:

رسم جدول (۰/۲۵)

ماه	دی	آذر	آبان	مهر	شهریور	مرداد
روزهای باقی‌مانده	۹	۳۰	۳۰	۳۰	۳۱	۱۱

پس ۲۰ مرداد روز پنج شنبه است. (۰/۲۵) ⇒ یک روز به عقب (۰/۲۵)

$$\underbrace{9+30+30+30+31+11}_{(0/25)} \overset{7}{\equiv} \underbrace{141}_{(0/25)} \overset{7}{\equiv} 1$$

روش سوم:

رسم جدول هفتگی (۰/۲۵)

ج	پ	چ	س	د	ی	ش
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

پس ۲۰ مرداد روز پنج شنبه است. (۰/۲۵)

$$\underbrace{-141+6}_{(0/5)} \overset{7}{\equiv} -135 \overset{7}{\equiv} \underbrace{-2}_{(0/25)} \overset{7}{\equiv} 5$$

توجه: اگر دانش‌آموز بدون رسم جدول هفتگی به جواب درست برسد، نمره کامل داده شود. (صفحه ۳۰)

۱/۲۵

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۱۱**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور)** - **مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

۷ — نمره: ۱/۲۵

روش اول :

$$۴x-۵ \overset{۱۱}{\equiv} x-۱ \Rightarrow ۳x \overset{۱۱}{\equiv} ۴ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow ۳x \overset{۱۱}{\equiv} ۱۵ \ (\circ/۲۵)$$

$$\xrightarrow{(۳,۱۱)=۱} x \overset{۱۱}{\equiv} ۵ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow x = ۱۱k+۵ \ (\circ/۲۵)$$

$$\xrightarrow{k=۸} \underbrace{x = ۹۳}_{(\circ/۲۵)}$$

روش دوم:

$$۴x-۵ \overset{۱۱}{\equiv} x-۱ \Rightarrow \begin{cases} ۳x-۴ \overset{۱۱}{\equiv} \circ \\ ۱۱x-۱۱ \overset{۱۱}{\equiv} \circ \end{cases} (\circ/۲۵) \Rightarrow ۸x-۷ \overset{۱۱}{\equiv} \circ \ (\circ/۲۵)$$

$$\begin{cases} ۹x-۱۲ \overset{۱۱}{\equiv} \circ \\ ۸x-۷ \overset{۱۱}{\equiv} \circ \end{cases} (\circ/۲۵) \Rightarrow x-۵ \overset{۱۱}{\equiv} \circ \Rightarrow x \overset{۱۱}{\equiv} ۵ \Rightarrow x = ۱۱k+۵ \ (\circ/۲۵) \xrightarrow{k=۸} \underbrace{x = ۹۳}_{(\circ/۲۵)}$$

روش سوم:

$$۴x-۵ \overset{۱۱}{\equiv} x-۱ \Rightarrow ۳x-۴ \overset{۱۱}{\equiv} \circ \Rightarrow ۳x-۴ = ۱۱k \ (\circ/۲۵)$$

$$\Rightarrow x = \frac{۱۱k+۴}{۳} = ۴k+۱+\frac{-k+۱}{۳} \ (\circ/۲۵) \quad \frac{-k+۱}{۳} = t \Rightarrow k = ۱-۳t \ (\circ/۲۵)$$

$$\Rightarrow x = ۴-۱۲t+۱+t = -۱۱t+۵ \ (\circ/۲۵) \xrightarrow{t=-۸} \underbrace{x = ۹۳}_{(\circ/۲۵)}$$

روش چهارم:

$$۴x-۵ \overset{۱۱}{\equiv} x-۱ \Rightarrow ۳x-۴ \overset{۱۱}{\equiv} \circ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} ۱۱ \mid ۳x-۴ \\ ۱۱ \mid ۲۲ \end{cases} \Rightarrow ۱۱ \mid ۳x+۱۸ = ۳(x+۶) \ (\circ/۲۵)$$

$$\xrightarrow{۱۱/۳} ۱۱ \mid x+۶ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow x = ۱۱k-۶ \ (\circ/۲۵) \xrightarrow{k=۹} x = ۹۳ \ (\circ/۲۵)$$

توجه:

از آنجایی که در حل معادلات هم‌نهشتی می‌توان به تعداد دلخواه از مضارب پیمانه استفاده کرد، پاسخ‌ها ممکن است نمایش‌های گوناگونی داشته باشند، لذا به هر راه‌حل صحیحی که از نظر منطقی درست باشد، نمره کامل اختصاص یابد.

(صفحه ۲۵)

۸ — نمره: ۱

الف) **۵** (صفحه ۴۴) — ب) **۳** (صفحه ۳۵)

پ) **۰** (صفحه ۴۶) — ت) **۲** (صفحه ۳۷)

هر قسمت (۰/۲۵) دارد.

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۱۱**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور)** - **مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

۹

الف) $\underbrace{\Delta=۵}_{(۰/۲۵)}$ و $\underbrace{q=۱۱}_{(۰/۲۵)}$ (صفحات ۳۵ و ۳۷) — ۰/۵

ب) $abczdyn$ یا $azcbdyn$ (۰/۲۵) (صفحه ۳۸) — ۰/۲۵

پ) $(dabd)\ dbad$ یا $(dzad)\ dazd$ (۰/۲۵) (صفحه ۳۸) — ۰/۲۵

توجه: اگر دانش‌آموز دور و مسیر را با رسم شکل نشان دهد، نمرهٔ کامل تعلق گیرد.

ت) b, z هر مورد (۰/۲۵) (صفحه ۴۱) — ۰/۵

۱۰ — ۰/۷۵

روش اول – نوشتار اول:

تعداد یال‌های گراف ۴ - منتظم از مرتبه ۷:

$$\underbrace{q=\frac{k\,p}{۲}\Rightarrow q=\frac{۴\times۷}{۲}=۱۴}_{(۰/۲۵)}$$

تعداد یال‌های گراف $k_۷$:

$$\underbrace{q_{K_P}=\frac{۷\times۶}{۲}=۲۱}_{(۰/۲۵)}$$

پس باید $۲۱-۱۴=۷$ یال اضافه شود. (۰/۲۵)

روش اول – نوشتار دوم:

$$q_G+q_{\overline{G}}=\frac{p\,(p-۱)}{۲}\Rightarrow \underbrace{۱۴+q_{\overline{G}}=۲۱}_{(۰/۵)}\Rightarrow q_{\overline{G}}=۷\quad (۰/۲۵)$$

روش دوم:

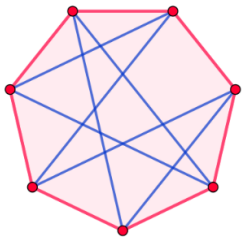
مکمل گراف ۴- منتظم از مرتبهٔ ۷، گراف ۲ - منتظم از مرتبهٔ ۷ است. (۰/۲۵) پس تعداد یال‌هایی که باید افزوده شود تا به یک گراف کامل تبدیل شود، برابر $\underbrace{q=\frac{۲\times۷}{۲}=۷}_{(۰/۲۵)}$ است. $\underbrace{q=\frac{k\,p}{۲}}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow$

روش سوم:

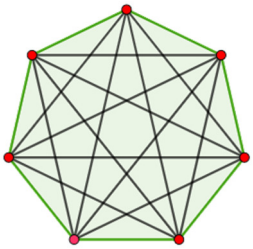
رسم گراف ۴-منتظم از مرتبه ۷ (۰/۲۵)

رسم گراف $k_۷$ (۰/۲۵)

مقایسه دو گراف و رسیدن به این نتیجه که گراف از گراف ۴-منتظم ۷ رأسی به تعداد ۷ یال بیشتر دارد. (۰/۲۵)



گراف ۴-منتظم از مرتبه ۷



گراف $k_۷$

روش چهارم:

رسم مکمل گراف ۴-منتظم ۷ رأسی یعنی ۲-منتظم ۷ رأسی (۰/۵) تعداد یال‌های آن یعنی عدد ۷ (۰/۲۵)

(صفحات ۳۵ و ۳۸)

۱۱

روش اول:

الف)

برای احاطه‌کردن رأس a باید یکی از رئوس a، b یا c انتخاب شود. (۰/۲۵)

برای احاطه کردن رأس f باید یکی از رئوس z، f یا n انتخاب شود. (۰/۲۵)

ولی با انتخاب دو رأس دلخواه از بین رئوس بالا، رأس s احاطه نمی‌شود.

پس حداقل ۳ رأس نیاز است. یعنی $\gamma(G) \geq 3$. (۰/۲۵)

از طرفی $\{a, f, s\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر است. (۰/۲۵) در نتیجه $\gamma(G) = 3$. (۰/۲۵)

روش دوم:

$$\underbrace{\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \leq \gamma(G) \quad \text{یا} \quad \left\lceil \frac{9}{3+1} \right\rceil \leq \gamma(G)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{3 \leq \gamma(G)}_{(۰/۲۵)}$$

و از طرفی چون $\{a, f, s\}$ (۰/۲۵) یک مجموعهٔ احاطه‌گر است پس $\gamma(G) \leq 3$. (۰/۲۵)

و لذا $\gamma(G) = 3$. (۰/۲۵)

ب) خیر (۰/۲۵)

(صفحات ۴۸ و ۴۹)

۱/۲۵ — ۰/۲۵

۱۲

گزینهٔ الف (۰/۲۵)

زیرا یک مجموعهٔ احاطه‌گری است که با حذف هر یک از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نخواهد بود. لذا احاطه‌گر مینیمال است. (۰/۲۵)

توجه:

اگر دانش‌آموزی با استدلال زیر گزینهٔ ب را رد کند، نمرهٔ کامل داده شود.

"در مورد گزینهٔ ب با حذف رأس a یا رأس b مجموعهٔ داده شده همچنان احاطه‌گر می‌ماند."

(صفحه ۴۶)

۰/۵

۱۳

$$\underbrace{3!}_{(۰/۲۵)} \times \underbrace{5!}_{(۰/۲۵)} \quad (۰/۲۵)$$

توجه:

اگر دانش‌آموز فقط عدد ۷۲۰ را بدون ارائه راه‌حل بنویسد، (۰/۲۵) نمره داده شود.

(صفحه ۵۷)

۰/۷۵

۱۴ — ۱/۵

روش اول:

$x_1+3x_2+x_3+x_4+4=9 \Rightarrow x_1+3x_2+x_3+x_4=5$ (۰/۲۵)

$x_2=0 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=5$ (۰/۲۵) $\quad \binom{5+3-1}{3-1}=\binom{7}{2}=21$ (۰/۲۵)

$x_2=1 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=2$ (۰/۲۵) $\quad \binom{2+3-1}{3-1}=\binom{4}{2}=6$ (۰/۲۵)

$21+6=27$ (۰/۲۵)

روش دوم:

$x_1+3x_2+x_3+x_4+4=9 \Rightarrow x_1+3x_2+x_3+x_4=5$ (۰/۲۵)

$3x_2=t_2$ متغیر t_2 مضرب ۳ باید باشد.

$x_1+t_2+x_3+x_4=5$

$t_2=0 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=5$ (۰/۲۵) $\quad \binom{5+3-1}{3-1}=\binom{7}{2}=21$ (۰/۲۵)

$t_2=3 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=2$ (۰/۲۵) $\quad \binom{2+3-1}{3-1}=\binom{4}{2}=6$ (۰/۲۵)

$21+6=27$ (۰/۲۵)

روش سوم:

$x_1+3x_2+x_3+x_4+4=9 \Rightarrow x_1+3x_2+x_3+x_4=5$ (۰/۲۵)

$3x_2=t_2$ برای متغیر t_2 به روش متمم اعداد قابل قبولی را انتخاب می‌کنیم، که مضرب ۳ نباشند.

$x_1+t_2+x_3+x_4=5$

$t_2=1 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=4$ $\quad \binom{4+3-1}{3-1}=\binom{6}{2}=15$ (۰/۲۵)

$t_2=2 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=3$ $\quad \binom{3+3-1}{3-1}=\binom{5}{2}=10$ (۰/۲۵)

$t_2=4 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=1$ $\quad \binom{1+3-1}{3-1}=\binom{3}{2}=3$ (۰/۲۵)

$t_2=5 \Rightarrow x_1+x_3+x_4=0$ $\quad \binom{0+3-1}{3-1}=\binom{2}{2}=1$ (۰/۲۵)

$\binom{8}{3}-(15+10+3+1)=27$ (۰/۲۵)

(صفحه ۷۱)

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۱۱**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور)** - **مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

۱۵

$$A=\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۳&۲&۴&۱\\\hline ۴&۱&۳&۲\\\hline ۱&۴&۲&۳\\\hline ۲&۳&۱&۴\\\hline\end{array}\qquad B=\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۲&۴&۱&۳\\\hline ۱&۳&۲&۴\\\hline ۳&۱&۴&۲\\\hline ۴&۲&۳&۱\\\hline\end{array}$$

(۰/۲۵)

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۳۲&۲۴&۴۱&۱۳\\\hline ۴۱&۱۳&۳۲&۲۴\\\hline ۱۳&۴۱&۲۴&۳۲\\\hline ۲۴&۳۲&۱۳&۴۱\\\hline\end{array}\quad \text{یا} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۲۳&۴۲&۱۴&۳۱\\\hline ۱۴&۳۱&۲۳&۴۲\\\hline ۳۱&۱۴&۴۲&۲۳\\\hline ۴۲&۲۳&۳۱&۱۴\\\hline\end{array}$$

(۰/۲۵)

خیر (۰ / ۲۵)

چون اعداد دو رقمی تکراری در مربع تلفیقی (مربع حاوی اعداد دو رقمی) ساخته شده دیده می‌شود. (۰ / ۲۵)

توجه:

برای دلیل متعامد نبودن، اشاره به یکسان بودن دو درایهٔ مشخص در جایگاه‌های یکسان در دو مربع بدون رسم مربع تلفیقی (۰ / ۷۵) نمره تعلق گیرد.

(صفحه ۷۲)

۱

۱۶

روش اول:

$$A=\{\overline{abcd}\mid a,b,c,d\neq ۳\}\Rightarrow |A|=۴^۴=۲۵۶ \qquad (۰ / ۲۵)$$

$$B=\{\overline{abcd}\mid a,b,c,d\neq ۲\}\Rightarrow |B|=۴^۴=۲۵۶ \qquad (۰ / ۲۵)$$

$$A\cap B=\{\overline{abcd}\mid a,b,c,d\neq ۳,۲\}\Rightarrow |A\cap B|=۳^۴=۸۱ \qquad (۰ / ۲۵)$$

$$|\bar{A}\cap\bar{B}|=|\overline{A\cup B}|=|S|-|A\cup B|=۵^۴-(|A|+|B|-|A\cap B|)=۶۲۵-(۲\times ۲۵۶-۸۱)=\underbrace{۱۹۴}_{(۰/۲۵)}$$

(۰/۵)

روش دوم:

$$\left.\begin{array}{l}۲,۳,۳,۳\\۳,۲,۲,۲\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{۴!}{۳!}\times ۲=۸ \qquad \left.\begin{array}{l}۲,۳,۳,\square\\۳,۲,۲,\square\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{۴!}{۲!}\times ۳\times ۲=۷۲$$

$$۲,۲,۳,۳\ \Rightarrow \frac{۴!}{۲!\times ۲!}=۶ \qquad ۲,۳,\square,\square\ \Rightarrow \frac{۴!}{۲!}\times ۳\times ۳=۱۰۸$$

توجه:

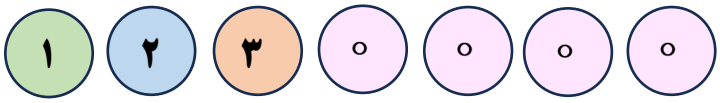
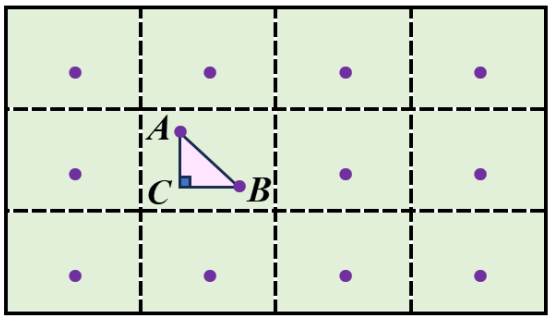
به دلیل این‌که در سؤال گفته شده «با استفاده از اصل شمول و عدم شمول» اگر دانش‌آموزی با استفاده از روش دوم به پاسخ $۱۹۴=۱۰۸+۷۲+۶+۸$ برسد، فقط (۰ / ۵) نمره داده شود.

(صفحه۷۵)

۱/۵

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۵/۲۰**
تعداد صفحه: **۱۱**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل کشور)** - **مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱۷	**روش اول:** $\underbrace{(۷)_۳ = \frac{۷!}{۴!}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{۲۱۰}_{(۰/۲۵)}$ **یا** $\underbrace{P(۷,۳) = \frac{۷!}{(۷-۳)!}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{۲۱۰}_{(۰/۲۵)}$ **روش دوم:** با استفاده از اصل ضرب: $۷ \times ۶ \times ۵ = ۲۱۰$ (۰/۵) **روش سوم:** این مسأله معادل با جایگشت با تکرار **۷** شی (افراد) که **۳** تای آن‌ها متمایز (**۳** نفری که کتاب‌های **۱**، **۲** و **۳** را دریافت می‌کنند) و **۴** تای آن‌ها یکسان (**۴** نفری که به آن‌ها، کتاب نمی‌رسد) است .  $\underbrace{\frac{۷!}{۴!}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{۲۱۰}_{(۰/۲۵)}$ (صفحه ۸۳)	۰/۵
۱۸	ابتدا مستطیل موردنظر را به **۱۲** مربع به ضلع واحد تقسیم می‌کنیم و هر قسمت آن را یک لانه فرض می‌کنیم (۰/ **۲۵**) و هم‌چنین **۱۳** نقطه را تعداد کبوترها در نظر می‌گیریم. (۰/ **۲۵**) طبق اصل لانهٔ کبوتری لانه‌ای وجود دارد که حداقل **۲** کبوتر (نقطه) در آن قرار گرفته است. (۰/ **۲۵**) با توجه به قضیهٔ فیثاغورس داریم: $AB^۲ = AC^۲ + BC^۲ \Rightarrow \underbrace{AB^۲ < ۱^۲ + ۱^۲ = ۲}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{AB < \sqrt{۲}}_{(۰/۲۵)}$  **توجه:** در صورتی که به جای استفاده از قضیهٔ فیثاغورس به‌صورت زیر استدلال شود، نمره تعلق گیرد: با توجه به اینکه قطر مربع واحد برابر با $\sqrt{۲}$ است، فاصلهٔ دو نقطه از $\sqrt{۲}$ کمتر است. (صفحه ۸۴)	۱/۲۵
	مجموع نمرات	۲۰

خدا قوت همکار گرامی