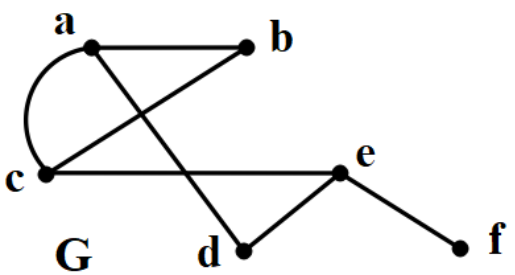
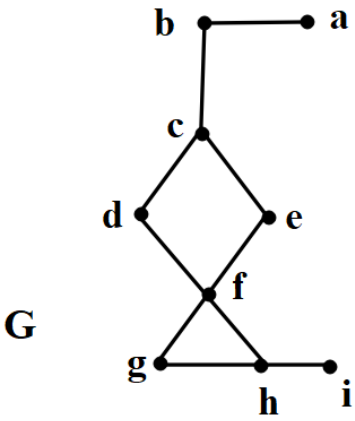
باسمه‌تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۴/۲۸**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل و صبح خارج از کشور) – تیر و مرداد ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)- استفاده از خط‌کش، پرگار و ماشین‌حساب ساده(صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		نمره

ردیف		نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) برای هر عدد طبیعی $n>1$، عدد 2^n-1 اول است. ب) اگر $a \mid bc$ آن‌گاه a حداقل یکی از اعداد b و c را عاد می‌کند. پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی زوج است. ت) حاصل‌ضرب درایه‌های هر سطر (ستون) دلخواه در مربع لاتین 4×4 برابر $4!$ است.	۱
۲	جاهای خالی را با اعداد یا عبارت‌های مناسب کامل کنید. الف) حاصل عبارت $(8,0)$ برابر ..... است. (پرانتز نماد ب.م.م است.) ب) مجموعهٔ همسایگی باز یک رأس تنها (ایزوله) در یک گراف، مجموعهٔ ..... است. پ) a رأسی با درجهٔ 3 در گراف G است، رأس a تعداد ..... رأس از این گراف را احاطه می‌کند. ت) تعداد توابع پوشا از یک مجموعهٔ 2 عضوی به یک مجموعهٔ 4 عضوی، برابر عدد ..... است.	۱
۳	برای هر دو عدد حقیقی x و y، گزارهٔ زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید: $\frac{x^2+y^2}{4} \geq x-1$	۱/۲۵
۴	اگر a عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک و $2a \mid 5k+2$ و $2a \mid 7k+4$، آن‌گاه ثابت کنید a عددی اول است.	۱/۲۵
۵	در یک تقسیم، مقسومِ a و مقسوم‌علیه b هر دو بر عدد صحیح n بخش‌پذیرند. ثابت کنید باقی‌ماندهٔ تقسیم نیز، همواره بر n بخش‌پذیر است.	۱/۲۵
۶	با استفاده از ویژگی‌های هم‌نهشتی، باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $A=2\times3^{97}+9$ را بر عدد 13 به‌دست آورید.	۱/۲۵
۷	با تبدیل معادلهٔ سیالهٔ $3x+5y=17$ به معادلهٔ هم‌نهشتی و حل آن، جواب‌های عمومی این معادله را به‌دست آورید.	۱/۲۵
۸	پاسخ سؤالات ستون **اول** را از ستون **دوم** پیدا کرده و در پاسخ‌برگ بنویسید. (در ستون **دوم** یک مورد اضافی است.) **ستون اول** الف) عدد احاطه‌گری گراف تهی 5 رأسی چند است؟ ب) تعداد یال‌های مکمل گراف P_4 کدام است؟ پ) عدد احاطه‌گری گراف C_4 کدام است؟ ت) اگر $G=K_5$ مقدار $\Delta(G)$ چند است؟ **ستون دوم**: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵	۱
۹	با توجه به گراف G به سؤالات زیر پاسخ دهید: الف) مرتبه و اندازهٔ گراف G را مشخص کنید. (۰/۵) ب) مسیری به طول 4 از رأس f به رأس b بنویسید. (۰/۲۵) پ) دوری به طول 5 با شروع از رأس a بنویسید. (۰/۲۵) ت) مقدار $\deg_{\overline{G}}(d)$ را حساب کنید. (با ارائه راه‌حل) (۰/۵) 	۱/۵

باسمه‌تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۴/۲۸**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل و صبح خارج از کشور) – تیر و مرداد ۱۴۰۵**			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) – استفاده از خط‌کش، پرگار و ماشین‌حساب ساده(صرفاً چهار عمل اصلی) مجاز است.		نمره

ردیف		نمره
۱۰	یک گراف k–منتظم از مرتبهٔ ۶ دارای ۱۲ یال است. مقدار k را به‌دست آورید. (با ارائه راه‌حل)	۰/۷۵
۱۱	گراف G را در نظر بگیرید:  الف) عدد احاطه‌گری گراف G را با ذکر دلیل به‌دست آورید. (۱/۲۵) ب) مجموعهٔ احاطه‌گر غیرمینیمال $\{b,d,g,e,h\}$ را با حذف کدام رأس می‌توان به یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال تبدیل کرد؟ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۲	یک گراف ۶ رأسی با γ– مجموعه‌ای به اندازهٔ یک رسم کنید به طوری‌که مجموعهٔ احاطه‌گر آن یکتا و تعداد یال‌های آن حداقل باشد.	۰/۵
۱۳	با حروف m، m، s، s و h چند رمز ۶ رقمی می‌توان نوشت؟ (محاسبهٔ جواب آخر الزامی نیست.)	۰/۷۵
۱۴	تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+x_2+\ldots+x_6=14$ با شرط‌های $x_2=4$ و $x_5\geq 3$ را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۵	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ستون دوم و ستون سوم مربع را جابه‌جا کنید و مربع حاصل را B بنامید. آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ چرا؟ $A=$	۱

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

۱۶	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، مشخص کنید که در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۴۰۰ ($1\leq n\leq 400$)، چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲ و ۵ بخش‌پذیر نباشند؟ (بر ۲ بخش‌پذیر نباشند و بر ۵ نیز بخش‌پذیر نباشند.)	۱/۵
۱۷	پنج نفر را که برای یک برنامهٔ فوتبالی پیامک ارسال کرده‌اند، انتخاب کرده‌ایم و می‌خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله ۱ جایزه را به یکی از پنج نفر (با قرعه‌کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟ (یک نفر می‌تواند ۴ جایزه را برنده شود.)	۰/۵
۱۸	۶۷ شاخهٔ گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم، گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟	۱/۲۵
	موفق باشید	۲۰ مجموع نمرات

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۴/۲۸**
تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل و صبح خارج از کشور)** - **تیر و مرداد ۱۴۰۵**	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

با عرض سلام و خدا قوت لطفاً هنگام نمره‌گذاری پاسخ‌برگ‌ها نکات زیر را مدنظر قرار دهید:

۱) در صورتی که در هر یک از مراحل محاسباتی، خطایی رخ داده اما پس از آن بقیه مراحل به درستی انجام شده باشد، فقط نمره مربوط به خطای انجام شده کسر گردد.

۲) در صورتی که دانش‌آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، **(۰ / ۲۵)** نمره تعلق می‌گیرد.

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱	الف) نادرست (ص ۳) ب)نادرست (ص ۱۰) پ) نادرست (ص ۴۰) ت) درست (ص ۶۲) هر قسمت **(۰ / ۲۵)** دارد.	۱
۲	الف) ۸ (ص ۱۳) ب) تهی یا $\varnothing$ یا $\{\}$ (ص ۳۶) پ) ۴ (ص ۴۸) ت) صفر (ص ۷۷) هر قسمت **(۰ / ۲۵)** دارد.	۱
۳	روش اول: $\frac{x^۲+y^۲}{۴} \geq x-۱ \Leftrightarrow \underbrace{x^۲+y^۲ \geq ۴x-۴}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{x^۲-۴x+۴+y^۲ \geq ۰}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(x-۲)^۲+y^۲ \geq ۰}_{(۰/۲۵)}$ نامساوی آخر، همواره برقرار است **(۰ / ۲۵)** و روابط بالا برگشت‌پذیر هستند. **(۰ / ۲۵)** توجه: در تمامی این روش‌ها در صورت استفاده از نماد $\Leftrightarrow$ و یا نوشتن عبارت «برگشت‌پذیر بودن رابطه‌ها» **(۰ / ۲۵)** نمره منظور شود. روش دوم: $\frac{x^۲+y^۲}{۴} \geq x-۱ \Leftrightarrow \underbrace{x^۲+y^۲ \geq ۴x-۴}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{x^۲-۴x+۴+y^۲ \geq ۰}_{(۰/۲۵)}$ نامساوی آخر، همواره برقرار است **(۰ / ۲۵)** زیرا: $۱>۰ , \Delta = ۱۶-۱۶-۴y^۲ = -۴y^۲ \leq ۰$ **(۰ / ۲۵)** روابط بالا برگشت‌پذیر هستند. **(۰ / ۲۵)** روش سوم: $\frac{x^۲+y^۲}{۴} \geq x-۱ \Leftrightarrow \underbrace{x^۲+y^۲ \geq ۴x-۴}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{y^۲+x^۲-۴x+۴ \geq ۰}_{(۰/۲۵)}$ $۱>۰ \ , \ \Delta = -۴(x^۲-۴x+۴) = -۴(x-۲)^۲ \leq ۰$ **(۰ / ۲۵)** نامساوی آخر، همواره برقرار است **(۰ / ۲۵)** و روابط بالا برگشت‌پذیر هستند. **(۰ / ۲۵)** روش چهارم: $\frac{x^۲+y^۲}{۴} \geq x-۱ \Leftrightarrow \underbrace{\frac{x^۲}{۴}-x+۱+\frac{y^۲}{۴} \geq ۰}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{\left(\frac{x}{۲}-۱\right)^۲+\frac{y^۲}{۴} \geq ۰}_{(۰/۵)}$ نامساوی آخر، همواره برقرار است **(۰ / ۲۵)** و روابط بالا برگشت‌پذیر هستند. **(۰ / ۲۵)** توجه: اگر در این روش درستی نامساوی دومی با روش دلتا بیان شود، نمره داده شود. (صفحه ۷)	۱/۲۵

روش اول:

$$\left.\begin{array}{l} 2a \mid 5k+2 \Rightarrow 2a \mid 35k+14 \quad (\circ/25) \\ 2a \mid 7k+4 \Rightarrow 2a \mid 35k+20 \quad (\circ/25) \end{array}\right\} \Rightarrow 2a \mid 6 \Rightarrow a \mid 3 \quad (\circ/25)$$

$$\xrightarrow{a\in\mathbb{N},\ a>1} a=3 \quad (\circ/25) \Rightarrow a \text{ عددی اول است}$$

روش دوم:

$$\left.\begin{array}{l} 2a \mid 5k+2 \Rightarrow 5k+2=2aq \Rightarrow k=\dfrac{2aq-2}{5} \quad (\circ/25) \\ 2a \mid 7k+4 \Rightarrow 7k+4=2aq' \Rightarrow k=\dfrac{2aq'-4}{7} \quad (\circ/25) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2aq-2}{5}=\frac{2aq'-4}{7}$$

$$\Rightarrow \underbrace{6=2a(\overbrace{5q'-7q}^{q''})}_{(\circ/25)} \Rightarrow a \mid 3 \ (\circ/25) \xrightarrow[(\circ/25)]{a>1,\ a\in\mathbb{N}} a=3 \Rightarrow a \text{ عددی اول است}$$

روش سوم:

$$\begin{cases} 5k \overset{2a}{\equiv} -2 \Rightarrow 35k \overset{2a}{\equiv} -14 & (\circ/25) \\ 7k \overset{2a}{\equiv} -4 \Rightarrow 35k \overset{2a}{\equiv} -20 & (\circ/25) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{14 \overset{2a}{\equiv} 20 \xrightarrow[(\circ/25)]{(2a,2)=2} 7 \overset{a}{\equiv} 10 \Rightarrow \circ \overset{a}{\equiv} 3}_{(\circ/25)}$$

$$\Rightarrow a \mid 3 \ (\circ/25) \xrightarrow[(\circ/25)]{a>1,\ a\in\mathbb{N}} a=3 \Rightarrow a \text{ عددی اول است}$$

روش چهارم:

$$\left.\begin{array}{l} 2a \mid 5k+2 \\ 2a \mid 7k+4 \end{array}\right\} \Rightarrow \underbrace{\left.\begin{array}{l} 2a \mid 12k+6 \\ 2a \mid 2k+2 \end{array}\right\}}_{(\circ/25)} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a \mid 6k+3 \quad (\circ/25) \\ a \mid k+1 \Rightarrow a \mid 6k+6 \quad (\circ/25) \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow a \mid 3 \ (\circ/25) \xrightarrow[(\circ/25)]{a\in\mathbb{N},\ a>1} a=3 \Rightarrow a \text{ عددی اول است}$$

۱/۲۵

۴

(صفحه ۱۲)

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۴/۲۸**
تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل و صبح خارج از کشور) - تیر و مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۵	**روش اول:** $\underbrace{a-bq=r}_{(\circ/۲۵)}\ ,\ \begin{cases} n\mid a & (\circ/۲۵) \\ n\mid b\Rightarrow n\mid bq & (\circ/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{n\mid a-bq}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{n\mid r}_{(\circ/۲۵)}$ **روش دوم:** $\underbrace{a=bq+r}_{(\circ/۲۵)}\ ,\ \begin{cases} n\mid a\Rightarrow a=nq' & (\circ/۲۵) \\ n\mid b\Rightarrow b=nq'' & (\circ/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{nq'=nq''q+r}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{r=n(q'-q''q)}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow n\mid r$ **روش سوم:** $\underbrace{a=bq+r}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{b\mid a-r}_{(\circ/۲۵)}$ براساس فرض (یعنی $n\mid b$) و خاصیت تعدی داریم: **(۲۵ / ۰)** $\underbrace{n\mid a-r}_{(\circ/۲۵)} \xrightarrow{n\mid a} \underbrace{n\mid r}_{(\circ/۲۵)}$ **توجه:** اگر دانش‌آموز از خاصیت تعدی استفاده کند و اسم آن‌را اشاره نکند، نمره کسر نگردد. **روش چهارم:** در تقسیم a بر b، عدد b غیرصفر است؛ چون b بر n بخشپذیر است، n نیز مخالف صفر است. پس: $\underbrace{a=bq+r}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{a}{n}=\frac{b}{n}q+\frac{r}{n}}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{k=k'q+\frac{r}{n}}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{r}{n}=k-k'q\in\mathbb{Z}}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{n\mid r}_{(\circ/۲۵)}$ **روش پنجم:** برهان خلف: فرض کنیم $n\nmid r$ پس: $\left.\begin{matrix} r=nq'+r' & (\circ/۲۵) \\ n\mid b\Rightarrow b=nq'' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underbrace{a-bq=nq'+r'}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{a=n(q''q+q')+r'}_{(\circ/۲۵)}$ $\Rightarrow a=nq_1+r' \xrightarrow{\circ<r'<n} n\nmid a \quad (\circ/۲۵)$ که تناقض با فرض مسأله است. **(۲۵ / ۰)** (صفحه ۱۷)	۱/۲۵
۶	$۳^{۳}\overset{۱۳}{\equiv}۱ \quad (\circ/۲۵) \Rightarrow ۳^{۹۶}\overset{۱۳}{\equiv}۱ \quad (\circ/۲۵) \Rightarrow \underbrace{۳\times ۳^{۹۶}\overset{۱۳}{\equiv}۳ \Rightarrow ۲\times ۳^{۹۷}\overset{۱۳}{\equiv}۶}_{(\circ/۲۵)}$ $A=۲\times ۳^{۹۷}+۹\overset{۱۳}{\equiv}۱۵\overset{۱۳}{\equiv}۲ \quad (\circ/۲۵) \Rightarrow r=۲ \quad (\circ/۲۵)$ **توجه:** به هرگونه راه‌حل صحیح که با استفاده از ویژگی‌های هم‌نهشتی ارائه شده باشد، نمره کامل تعلق گیرد. (صفحه ۲۱)	۱/۲۵

باسمه‌تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۴/۲۸**
تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل و صبح خارج از کشور)** - **تیر و مرداد ۱۴۰۵**	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

۷ — نمره: ۱/۲۵

روش اول :

$$۳x \overset{۵}{\equiv} ۱۷ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow ۳x \overset{۵}{\equiv} ۱۲ \ (\circ/۲۵) \xrightarrow{(۳,۵)=۱} x \overset{۵}{\equiv} ۴ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow x = ۵k + ۴ \ (\circ/۲۵)$$

$$۳(۵k+۴) + ۵y = ۱۷ \Rightarrow y = -۳k + ۱ \ (\circ/۲۵)$$

روش دوم :

$$۵y \overset{۳}{\equiv} ۱۷ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow ۵y \overset{۳}{\equiv} ۲ \ (\circ/۲۵) \xrightarrow{(۳,۵)=۱} y \overset{۳}{\equiv} ۴ \overset{۳}{\equiv} ۱ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow y = ۳k + ۱ \ (\circ/۲۵)$$

$$۳x + ۵(۳k+۱) = ۱۷ \Rightarrow x = -۵k + ۴ \ (\circ/۲۵)$$

توجه:

۱. اگر دانش‌آموز با این روش حل کند، فقط بابت جواب‌های آخر نمره تعلق می‌گیرد.

$$۳x + ۵y = ۱۷ \rightarrow ۳x = ۱۷ - ۵y \rightarrow x = \frac{۱۷ - ۵y}{۳}$$

$$\rightarrow x = \frac{۱۸ - ۱ - ۶y + y}{۳} = ۶ - ۲y + \frac{y-۱}{۳} \quad , \quad \frac{y-۱}{۳} \in \mathbb{Z}$$

$$۳ \mid y-۱ \rightarrow y-۱ = ۳k \rightarrow \underbrace{y = ۳k+۱}_{(\circ/۲۵)}$$

$$x = ۶ - ۲(۳k+۱) + k = ۶ - ۶k - ۲ + k \rightarrow \underbrace{x = ۴ - ۵k}_{(\circ/۲۵)}$$

۲. از آنجایی که در حل معادلات هم‌نهشتی می‌توان به تعداد دلخواه از مضارب پیمانه استفاده کرد، پاسخ‌ها ممکن است نمایش‌های گوناگونی داشته باشند. لذا به هر راه‌حل صحیحی که از نظر منطقی درست باشد، نمره کامل اختصاص یابد.

۳. راه‌حل‌های دیگر که از راه هم‌نهشتی نیست، فقط برای جواب‌های آخر به دانش‌آموز (۵ / ۰) تعلق بگیرد.

(صفحه ۲۷)

۸ — نمره: ۱

الف) ۵ (ص ۴۴) ب) ۳ (ص ۳۷) پ) ۲ (ص ۴۹) ت) ۴ (ص ۳۷) هر قسمت (۲۵ / ۰) دارد.

۹

الف) $p = ۶$ و $q = ۷$ — (صفحه ۳۵) — نمره: ۰/۵

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $fecab$ یا $fedab$ (۲۵ / ۰) — (صفحه ۳۸) — نمره: ۰/۲۵

پ) $abceda$ ($adecba$) (۲۵ / ۰) — (صفحه ۳۸) — نمره: ۰/۲۵

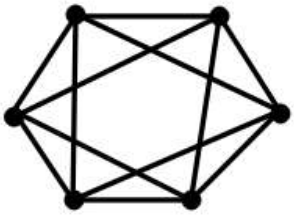
توجه: اگر دانش‌آموز دور و مسیر را با رسم شکل نشان دهد، نمرهٔ کامل تعلق گیرد.

ت) $\underbrace{\deg_{\bar{G}}(d) = ۳}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\deg_{\bar{G}}(d) = ۵ - ۲ \ \text{یا} \ \deg_{G}(d) + \deg_{G}(d) = ۵}_{(\circ/۲۵)}$ — (صفحه ۳۸) — نمره: ۰/۵

توجه: چنانچه دانش‌آموز با استفاده از رسم شکل یا ارائه توضیحات کامل به زبان فارسی، عدد ۳ را به عنوان پاسخ صحیح به‌دست آورد، نمرهٔ کامل این بخش تعلق گیرد.

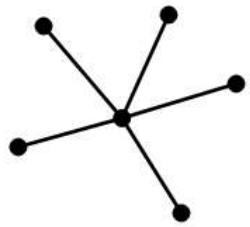
باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۴/۲۸**
تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل و صبح خارج از کشور)** - **تیر و مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱۰	$q=\underbrace{\frac{kp}{۲}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{۶k=۲\times۱۲}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow k=۴$ (۰/۲۵) **توجه:** ۱. چنانچه روند حل بدون نوشتن فرمول، صحیح باشد، نمره فرمول کسر نشود. ۲. اگر دانش‌آموز با رسم گراف ۴– منتظم به جواب صحیح $k=۴$ برسد، نمره کامل تعلق بگیرد. (۰/۲۵)  رسم گراف (۰ / ۵) (صفحه ۴۰)	۰/۷۵
۱۱	الف) برای احاطه کردن رأس a، باید حداقل یکی از این دو رأس a,b انتخاب شوند. (۰ / ۲۵) برای احاطه کردن رأس i، باید حداقل یکی از این دو رأس h,i انتخاب شوند. (۰ / ۲۵) بنابراین تا اینجا هر مجموعهٔ احاطه‌گر حداقل ۲ عضو دارد. اما این ۲ رأس انتخاب شده در هر حالت نمی‌توانند رئوس d,e را احاطه کنند. (۰ / ۲۵) یعنی $\gamma(G)\geq ۳$. از طرفی $\{f,b,i\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰ / ۲۵)، در نتیجه $\gamma(G)=۳$. (۰ / ۲۵) **توجه:** ۱. هر استدلال صحیحی که نشان دهد $\gamma(G)>۲$ (۰ / ۷۵) نمره دارد. ۲. به جای مجموعهٔ $\{f,b,i\}$ هر کدام از مجموعه‌های $\{b,c,h\}$ ، $\{a,c,h\}$ و $\{f,b,h\}$ درست است. ۳. اگر دانش‌آموز با استفاده از فرمول نشان دهد $\gamma(G)\geq ۲$ (۰ / ۲۵) نمره می‌گیرد. ۴. اگر دانش‌آموز یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم معرفی کند (۰ / ۲۵) نمره دریافت می‌کند. ب) g (۰ / ۲۵) (صفحات ۴۷ و ۴۹)	۱/۲۵ ۰/۲۵

باسمه‌تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۴/۲۸**
تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل و صبح خارج از کشور)** - **تیر و مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش **Azmoon.medu.ir**	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱۲	رسم شکل **(۵ / ۰)**  (صفحه ۵۳)	۰/۵
۱۳	**روش اول:** **(۰/۲۵)** $\frac{۶!}{۳! \times ۲!}$ **(۰/۲۵) (۰/۲۵)** **روش دوم:** $\underbrace{\binom{۶}{۲}\times\binom{۴}{۳}\times\binom{۱}{۱}}_{(۰/۷۵)}$ **توجه:** ۱. در روش دوم، پاسخ‌هایی دیگری مانند موارد زیر نیز قابل قبول هستند. $\underbrace{\binom{۶}{۳}\times\binom{۳}{۲}\times\binom{۱}{۱}}_{(۰/۷۵)}$ یا $\underbrace{\binom{۶}{۱}\times\binom{۵}{۲}\times\binom{۳}{۳}}_{(۰/۷۵)}$ یا $\underbrace{\binom{۶}{۱}\times\binom{۵}{۳}\times\binom{۲}{۲}}_{(۰/۷۵)}$ $\underbrace{\binom{۶}{۳}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۲}{۲}}_{(۰/۷۵)}$ یا $\underbrace{\binom{۶}{۲}\times\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۳}}_{(۰/۷۵)}$ ۲. نوشتن ترکیب آخر در حاصل‌ضرب ضروری نیست و در صورت ننوشتن آن نمره‌ای کسر نگردد. (به عنوان مثال حاصل $\binom{۳}{۳}\binom{۴}{۱}\binom{۶}{۲}$ با $\binom{۴}{۱}\binom{۶}{۲}$ تفاوتی ندارد.) (صفحه ۵۸)	۰/۷۵

روش اول:

$$y_5 = x_1 - 3 \geq 0 \Rightarrow y_5 \geq 0 \quad , \quad \underbrace{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 11}_{(0/25)}$$

$$\underbrace{x_1 + 4 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 11}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{x_1 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 7}_{(0/25)}$$

$$\underbrace{\binom{n+k-1}{k-1}}_{(0/25)} = \underbrace{\binom{11}{4}}_{(0/5)} = 330$$

توجه:

۱. اگر دانش‌آموز به $\binom{11}{4}$ برسد و عدد 330 را ننویسد، نمره کامل داده شود.

۲. اگر دانش‌آموز در یک مرحله معادلهٔ $x_1 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 7$ یا $x_1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 7$ را بنویسد، $(0/75)$ کامل تعلق می‌گیرد.

۳. اگر بدون نوشتن $\binom{n+k-1}{k-1}$، مرحلهٔ بعدی را به درستی نوشته باشد، نمره‌ای کسر نگردد.

۱/۵ — ۱۴

(صفحه ۶۱)

روش دوم: روش ستاره و خط مشابه فعالیت صفحهٔ ۵۹ کتاب درسی:

با توجه شرط‌های داده شده $7 - 3 - 4 - 14$ ستاره(❊) $(0/25)$ و $4 = 1 - 5$ خط عمودی(|) $(0/25)$ داریم که با روش جایگشت‌های با تکرار به صورت زیر حل می‌کنیم:

$$\underbrace{\frac{11!}{7! \times 4!}}_{(0/75)} = 330 \quad (0/25)$$

❊❊ | ❊ | ❊ | ❊❊ | ❊

توجه: اگر دانش‌آموز به $\frac{11!}{7! \times 4!}$ برسد و عدد 330 را ننویسد، نمره کامل داده شود.

(صفحه ۵۹)

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۴/۲۸**
تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل و صبح خارج از کشور)** - **تیر و مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱۵	$A=\begin{array}{|c|c|c|}\hline ۱&۳&۲\\\hline ۲&۱&۳\\\hline ۳&۲&۱\\\hline\end{array}$ $B=\begin{array}{|c|c|c|}\hline ۱&۲&۳\\\hline ۲&۳&۱\\\hline ۳&۱&۲\\\hline\end{array}$ (۰/۲۵) یا $\begin{array}{|c|c|c|}\hline ۱۱&۳۲&۲۳\\\hline ۲۲&۱۳&۳۱\\\hline ۳۳&۲۱&۱۲\\\hline\end{array}$ $\begin{array}{|c|c|c|}\hline ۱۱&۲۳&۳۲\\\hline ۲۲&۳۱&۱۳\\\hline ۳۳&۱۲&۲۱\\\hline\end{array}$ (۰/۲۵) بله (۰ / ۲۵) چون اعداد دو رقمی تکراری در مربع ساخته شده وجود ندارد. (۰ / ۲۵) توجه: اگر دانش‌آموز بدون نوشتن مربع لاتین B به مربع تلفیقی (مربع حاوی اعداد دو رقمی) برسد، (۰ / ۵) نمره آن قسمت داده شود. (صفحه ۷۲)	۱
۱۶	$A=\{n\in\mathbb{N}\mid ۱\le n\le ۴۰۰\ ,\ ۲\mid n\}\Rightarrow \lvert A\rvert=\left[\frac{۴۰۰}{۲}\right]=۲۰۰$ (۰ / ۲۵) $B=\{n\in\mathbb{N}\mid ۱\le n\le ۴۰۰\ ,\ ۵\mid n\}\Rightarrow \lvert B\rvert=\left[\frac{۴۰۰}{۵}\right]=۸۰$ (۰ / ۲۵) $A\cap B=\{n\in\mathbb{N}\mid ۱\le n\le ۴۰۰\ ,\ ۱۰\mid n\}\Rightarrow \lvert A\cap B\rvert=\left[\frac{۴۰۰}{۱۰}\right]=۴۰$ (۰ / ۲۵) $\underbrace{\lvert\bar{A}\cap\bar{B}\rvert=\lvert\overline{A\cup B}\rvert=\lvert S\rvert-\lvert A\cup B\rvert=\lvert S\rvert-(\lvert A\rvert+\lvert B\rvert-\lvert A\cap B\rvert)=۴۰۰-(۲۰۰+۸۰-۴۰)}_{(۰/۵)}=\underbrace{۱۶۰}_{(۰/۲۵)}$ توجه: تعیین $\lvert A\rvert$ ، $\lvert B\rvert$ و $\lvert A\cap B\rvert$ به شیوه‌های مختلف امکان‌پذیر است. به هر روش صحیح دیگر، نمرهٔ متناسب تعلق گیرد. (صفحه ۷۴)	۱/۵
۱۷	روش اول: معادل است با یافتن تعداد توابع ممکن از یک مجموعهٔ $m=۴$ عضوی به یک مجموعهٔ $n=۵$ عضوی که برابر است با: $\underbrace{n^m=۵^۴=۶۲۵}_{(۰/۵)}$ روش دوم: برای اهداء جایزهٔ اول ۵ انتخاب داریم، از آن‌جایی‌که یک نفر می‌تواند ۴ جایزه ممکن را دریافت کند. بنابراین برای اهداء جوایز دوم، سوم و چهارم نیز ۵ انتخاب از بین شرکت کنندگان خواهیم داشت. پس طبق اصل ضرب جواب حاصل برابر است با: $\underbrace{۶۲۵=\boxed{۵}\times\boxed{۵}\times\boxed{۵}\times\boxed{۵}}_{(۰/۵)}$ توجه: اگر دانش‌آموز فقط به جواب پایانی ۶۲۵ یا $۵^۴$ اشاره کند، نمره کامل داده شود. تذکر: در صورتی که دانش‌آموز به شکل زیر پاسخ دهد (۰ / ۵) نمره داده شود: اگر جایزه‌ها یکسان باشند، تعداد حالات برابر است با تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادلهٔ $x_۱+x_۲+x_۳+x_۴+x_۵=۴$. یعنی $\binom{n+k-۱}{k-۱}=\binom{۴+۵-۱}{۵-۱}=۷۰$. (صفحه ۷۸)	۰/۵

باسمه تعالی

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۴/۲۸**
تعداد صفحه: **۹**	مدت آزمون: **۱۲۰دقیقه**	ساعت شروع: **۷:۳۰ به وقت تهران**	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(داخل و صبح خارج از کشور)** - **تیر و مرداد ۱۴۰۵**		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱۸	**روش اول:** طبق تعمیم اصل لانهٔ کبوتری: $\underbrace{k+1=5 \Rightarrow k=4}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{kn+1=67}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{4n=66}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{n=\left[\frac{66}{4}\right]}_{(\circ/25)} = \underbrace{16}_{(\circ/25)}$ **توجه:** اگر دانش آموز بدون نوشتن جزء صحیح به جواب ۱۶ برسد، (۰ / ۲۵) نمرهٔ آن قسمت داده شود. **روش دوم:** $\underbrace{5-1=4}_{(\circ/25)}$, $\underbrace{67-1=66}_{(\circ/25)}$ $66 \mid 4$ $64 \quad 16 \quad \Rightarrow \underbrace{n=16}_{(\circ/25)}$ $\underbrace{2}_{(\circ/5)}$ **روش سوم:** برای اطمینان از داشتن گلدانی با حداقل ۵ شاخهٔ گل، در بدبینانه‌ترین حالت، باید از بین ۶۷ شاخهٔ گل در همهٔ گلدان‌ها ۴ گل قرار داشته باشد. (۰ / ۲۵) بنابراین یک شاخهٔ گل را برای یکی از گلدان‌ها کنار گذاشته (۰ / ۲۵) و ۶۶ گل دیگر را تقسیم بر ۴ می‌کنیم. (۰ / ۲۵) در نتیجه باید به تعداد خارج قسمت تقسیم، یعنی ۱۶، گلدان داشته باشیم (۰ / ۲۵) تا با اضافه کردن آن گل کنار گذاشته شده و باقی ماندهٔ تقسیم به یک گلدان دلخواه، اطمینان حاصل شود که گلدانی وجود دارد که حداقل ۵ شاخهٔ گل در آن قرار گرفته است. (۰ / ۲۵) **روش چهارم:** $k+1=5 \Rightarrow k=4$ (۰ / ۲۵) $\underbrace{4n+1 \le 67}_{(\circ/5)} \Rightarrow 4n \le 66 \Rightarrow n \le 16/5$ (۰ / ۲۵), $n=16$ (۰ / ۲۵) حداکثر گلدان **توجه:** در صورتی‌که دانش‌آموز مرحلهٔ $n \le 16/5$ را ننوشته اما $n=16$ را به‌دست آورده باشد، نمره‌ای کسر نگردد. **روش پنجم:** $\underbrace{\left[\frac{m}{n}\right]=k \Rightarrow \left[\frac{67}{n}\right]=5}_{(\circ/5)} \Rightarrow \underbrace{4<\frac{67}{n} \le 5}_{(\circ/25)} \Rightarrow \underbrace{4n<67 \le 5n \Rightarrow n=16}_{(\circ/5)}$ حداکثر گلدان **توجه:** از آنجا که نتیجه از $4n<67$ به‌دست می‌آید، نوشتن همین مرحله به جای $4n<67 \le 5n$ نیز کافی است. **روش ششم:** $k+1=5 \Rightarrow k=4$ (۰ / ۵) , $67=4\times16+3$ (۰ / ۵) $\Rightarrow n=16$ (۰ / ۲۵) حداکثر گلدان **توجه:** به جای $67=4\times16+3$ هر نمایش دیگری از تقسیم قابل قبول است. (صفحه ۸۲)	۱/۲۵
	موفق باشید	۲۰