

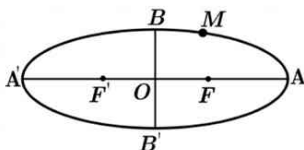
سؤالات آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) – شهریور ۱۴۰۵				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		Azmoon.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)			
نمره				

سؤالات فصل اول

۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه باشند، آن گاه همواره $A + 2B = 2B + A$. ب) اگر حاصل ضرب دو ماتریس صفر باشد، آن گاه حداقل یکی از آن دو ماتریس صفر بوده است. پ) اگر A ماتریسی مربعی و غیر صفر باشد، که $A^2 = \overline{O}$ ، آن گاه $A^{49} = \overline{O}$. ت) اگر A و B دو ماتریس مربعی باشند که $AB = BA$ ، آن گاه A و B وارون یکدیگر هستند.	۱
۰/۷۵	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ، $a_{ij} = (i + j)^2$ ، آن گاه درایه a_{12} برابر است. ب) هر ماتریس قطری که درایه های روی قطر اصلی آن یکسان باشد، را ماتریس می نامند. پ) اگر $A = [-7]$ ، آن گاه دترمینان ماتریس A برابر است.	۲
۰/۷۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & x+y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ x-1 & 5 \end{bmatrix}$ و $A = B$ ، آن گاه مقدار x و y را به دست آورید.	۳
۱	ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. ماتریس $(A + I)^4$ را محاسبه کنید. (I ماتریس همانی 2×2 است).	۴
۱/۵	دستگاه $\begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۵
۱	دترمینان ماتریس مقابل را با استفاده از یکی از روش های بسط بر حسب سطر اول یا دستور ساروس محاسبه کنید. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$	۶

سؤالات فصل دوم

۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) در یک رویه مخروطی، در حالتی که صفحه P ، هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک است. ب) اگر در یک بیضی طول قطر بزرگ دو برابر فاصله کانونی آن باشد، آن گاه خروج از مرکز آن بیضی برابر است. پ) دهانه سهمی به معادله $(y - 3)^2 = -4(x - 2)$ ، رو به است. ت) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از سهمی خواهد گذشت.	۷
---	---	---

سؤالات آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir				
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)			
۸	مکان هندسی مجموعه نقاط زیر از صفحه را مشخص کنید: « مرکزهای همه دایره‌هایی با شعاع ثابت ۲ سانتی‌متر که بر خط d در صفحه مماس هستند. »			
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که نقطه $O(۲, ۴)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $۳x + ۴y = ۲$ و تری به طول ۶ جدا کند.			
۱۰	وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 = ۴$ و $x^2 + y^2 - ۶x - ۲y = -۹$ را نسبت به هم مشخص کنید.			
۱۱	نقطه M روی بیضی به قطرهای ۳ و ۵ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۲ واحد است. الف) مقدار $MF + MF'$ را به دست بیاورید. ب) نشان دهید مثلث MFF' قائم‌الزاویه است.			
				
۱۲	اگر $S(۳, ۱)$ رأس یک سهمی و $F(۳, ۴)$ مختصات کانون آن سهمی باشد، آن گاه: الف) معادله خط هادی سهمی را بنویسید. ب) معادله سهمی را بنویسید.			
سؤالات فصل سوم				
۱۳	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) در فضای $\mathbb{R}^3$ ، معادله $x = ۵$ نشان دهنده یک صفحه است. ب) اگر $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یک‌ه در فضای $\mathbb{R}^3$ باشند، آن گاه $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{k}$.			
۱۴	فرض کنید $\vec{a} = (-۱, ۲, ۳)$ ، $\vec{b} = ۲\vec{i} - \vec{k}$ و $r = ۲$ باشد، در این صورت بردار $\vec{c} = r\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.			
۱۵	زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (۱, ۵, -۱)$ و $\vec{b} = (۵, ۱, -۱)$ را محاسبه کنید.			
۱۶	برای هر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} $ (منظور از $ \vec{a} \cdot \vec{b} $ قدرمطلق مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ است).			
۱۷	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (۴, -۱, -۲)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (-۱, ۱, ۵)$ به دست آورید.			
۱۸	حجم متوازی‌السطوحی را به دست آورید که توسط بردارهای $\vec{a} = (۱, -۳, ۴)$ ، $\vec{b} = (۳, -۴, ۲)$ و $\vec{c} = (-۱, ۱, ۴)$ تولید می‌شود.			
۲۰	جمع نمره			
موفق باشید.				
صفحه ۲ از ۲				

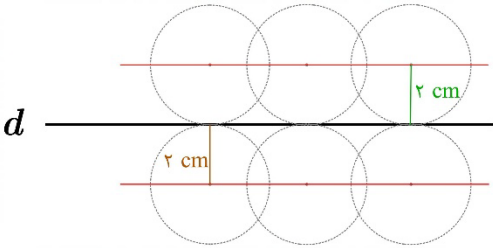
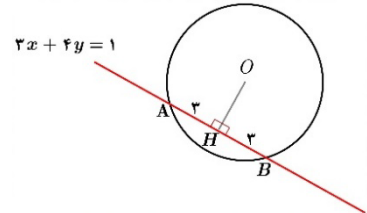
راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵
رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

همکار محترم، با عرض سلام و خدایات و تشکر از زحمات شما، لطفاً به موارد زیر دقت فرمایید:

- تأکید می‌شود که ملاک نمره گذاری، راهنمای نمره گذاری است، لذا از اعمال سلیقه خودداری شود.
- معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سؤال، در چند مرحله انجام می‌شود. در صورتی که دانش آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود.
- در صورتی که دانش آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، ۰/۲۵ نمره تعلق گیرد.

۱	الف) درست (۰/۲۵) صفحه ۱۶ ب) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۱۸ پ) درست (۰/۲۵) صفحه ۲۰ ت) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۲۲	۱
۲	الف) ۹ (۰/۲۵) صفحه ۱۱ ب) اسکالر (۰/۲۵) صفحه ۱۲ پ) ۷- (۰/۲۵) صفحه ۲۷	۰/۷۵
۳	$x - 1 = 1 \Rightarrow \underbrace{x = 2}_{(0/25)} \quad x + y = 5 \xrightarrow{x=2} 2 + y = 5 \rightarrow \underbrace{y = 3}_{(0/5)}$ تذکر: در قسمت دوم، در صورتی که در $x + y = 5$ نوشته شود، ولی مقدار y به درستی محاسبه نشود، (۰/۲۵) صفحه ۱۳ نمره تعلق گیرد.	۰/۷۵
۴	روش اول: $A + I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (0/25) \quad (A + I)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (0/25)$ $(A + I)^3 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \quad (0/25) \quad (A + I)^4 = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \quad (0/25)$ روش دوم: $A + I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (0/25) \quad (A + I)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (0/25)$ $(A + I)^4 = (A + I)^2 (A + I)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \quad (0/25)$ روش سوم: $A + I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (0/25) \quad (A + I)^n = \begin{bmatrix} 2^{n-1} & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 2^{n-1} \end{bmatrix} \quad (0/5)$ $(A + I)^4 = \begin{bmatrix} 2^3 & 2^3 \\ 2^3 & 2^3 \end{bmatrix} \quad (0/25)$	۱

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵	
رشته: ریاضی و فیزیک		تعداد صفحه: ۹		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir			
ردیف		راهنمای نمره گذاری			
نمره					
۵	۱/۵	$AX = B \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow X = A^{-1}B \rightarrow X = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}}_{(0/5)} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}}_{(0/25)} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} (0/25) \\ (0/25) \end{matrix}$ تذکر ۱: اگر در بخش انتهایی جواب، به جای عبارت $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ عبارت $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ نوشته شود، (۵ / ۰) نمره آن بخش تعلق گیرد. تذکر ۲: در صورتی که تنها عبارت $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ نوشته شود، (۲۵ / ۰) نمره تعلق گیرد. تذکر ۳: (۵ / ۰) نمره بارم ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ به صورت زیر تعلق گیرد: برای قطر اصلی (۲۵ / ۰) نمره و برای قطر فرعی (۲۵ / ۰) نمره در نظر گرفته شود. صفحه ۲۴			
۶	۱	روش اول: $ A = (-1)^2 \times 2 \times \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}}_{(0/25)} + (-1)^3 \times (-1) \times \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}}_{(0/25)} + (-1)^4 \times 0 \times \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}}_{(0/25)} = \underbrace{-20}_{(0/25)}$ تذکر ۱: در صورتی که عبارت $\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}$ نوشته نشود یا به جای آن تنها عدد ۰ نوشته شود، نمره‌ای کسر نگردد. تذکر ۲: در صورتی که در تعیینان ماتریس به جای محاسبه بر حسب سطر اول، بر حسب ستون اول به درستی محاسبه شود، (۵ / ۰) نمره تعلق گیرد. روش دوم: $ A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 1 \\ -2 & 5 & 4 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \underbrace{(8+6+0)}_{(0/25)} - \underbrace{(0+30+4)}_{(0/25)} = \underbrace{-26}_{(0/25)}$ تذکر ۱: در صورتی که به جای عبارت $(8+6+0) - (0+30+4)$ عبارت $(8+6) - (30+4)$ و یا عبارت $8+6-30-4$ نوشته شود (۵ / ۰) نمره آن قسمت تعلق گیرد. صفحه ۳۰			
۷	۱	الف) هذلولی (۲۵ / ۰) صفحه ۳۵ ب) $\frac{1}{2}$ (۲۵ / ۰) صفحه ۴۹ پ) چپ (۲۵ / ۰) صفحه ۵۳ ت) کانون (۲۵ / ۰) صفحه ۵۶ صفحه ۹ از ۹			

تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵		پایه: دوازدهم		راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)	
ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		تعداد صفحه: ۹	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵			
نمره	راهنمای نمره گذاری				ردیف
۱	روش اول: مرکز دایره‌هایی روی صفحه که با شعاع ثابت ۲ سانتی‌متر که بر خط d مماس هستند، دو خط موازی با خط d (۵ / ۰) در دو طرف آن (۲۵ / ۰) و به فاصله ۲ سانتی‌متر از خط d هستند. (۲۵ / ۰) روش دوم: رسم شکل به صورت زیر  توضیح نمره گذاری: ترسیم صحیح هر کدام از خط‌ها (۵ / ۰) نمره. تذکر: در صورتی که فاصله ۲ سانتی‌متر روی شکل مشخص نشود، (۲۵ / ۰) کسر گردد. صفحه ۳۹				۸
۱/۵	 $OH = \frac{ 3(2) + 4(4) - 2 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{20}{5} = 4 \quad (0 / 25)$ $r = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \quad (0 / 25)$ $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 25 \quad (0 / 5)$ تذکر: در صورتی که معادله گسترده دایره به صورت $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$ نوشته شود، (۵ / ۰) نمره آن قسمت تعلق گیرد. صفحه ۴۳				۹
۱/۵	$x^2 + y^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} O(0,0) & (0 / 25) \\ r = 2 & (0 / 25) \end{cases}, \quad x^2 + y^2 - 6x - 2y = -9 \rightarrow \begin{cases} O'(3,1) & (0 / 25) \\ r' = 1 & (0 / 25) \end{cases}$ $OO' = \sqrt{(3-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{10} \quad (0 / 25)$ چون $r + r' = 3 < \sqrt{10} = OO'$ (۲۵ / ۰) متخارج هستند. تذکر ۱: در صورتی که شکل دو دایره به درستی ترسیم شود، مرکز دایره‌ها . شعاع دایره‌ها به درستی در شکل نشان داده شوند و متخارج بودن دایره‌ها در شکل ترسیم شود، کل (۱/۵) نمره تعلق گیرد. صفحه ۴۴				۱۰
صفحه ۳ از ۹					

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵	
رشته: ریاضی و فیزیک		تعداد صفحه: ۹		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			
		Azmoon.medu.ir			
ردیف		راهنمای نمره گذاری			
نمره					

۰/۲۵

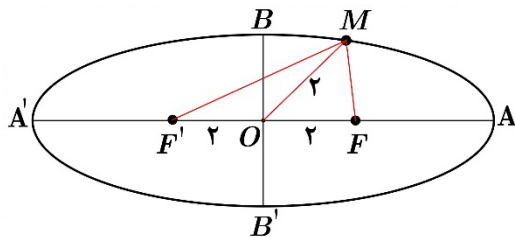
الف) $MF + MF' = 5$ بنا بر این قطر بزرگ. $2a = MF + MF' = 5$ (۰/۲۵)

۱/۲۵

(ب)

روش اول:

$$\begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (0/25) \quad c^2 = a^2 - b^2 = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4} = 4 \rightarrow c = 2 \quad (0/25)$$

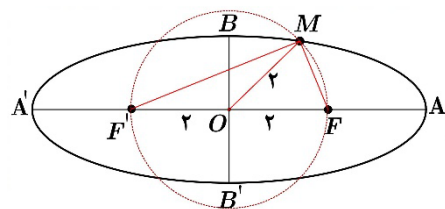


در نتیجه: $OF = OF' = c = 2 = OM$ (۰/۲۵)

چون در مثلث MFF' ، OM میانه نظیر ضلع FF' است و با نصف آن برابر است، پس مثلث MFF' قائم الزاویه است.

روش دوم:

$$\begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (0/25) \quad c^2 = a^2 - b^2 = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4} = 4 \rightarrow c = 2 \quad (0/25)$$



در نتیجه: $OF = OF' = c = 2 = OM$ (۰/۲۵)

به مرکز O و به شعاع ۲ دایره‌ای رسم می‌کنیم. نقاط F ، F' و M روی این دایره قرار دارند. زاویه $\widehat{MFF'}$ زاویه محاطی (برابر با اندازه نصف کمان روبرو به آن) و روبرو به قطر FF' است. (۰/۲۵) در نتیجه $\widehat{MFF'} = 90^\circ$ (۰/۲۵). پس مثلث MFF' قائم الزاویه است.

روش سوم:

$$\begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (0/25) \quad c^2 = a^2 - b^2 = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4} = 4 \rightarrow c = 2 \quad (0/25)$$

در نتیجه: $OF = OF' = c = 2 = OM$ (۰/۲۵). بنابراین دو مثلث OMF و OMF' متساوی الساقین هستند.

$$\begin{cases} \widehat{OMF} + \widehat{MOF} = 180^\circ \\ \widehat{OMF'} + \widehat{MOF'} = 180^\circ \end{cases} \quad \text{بنابراین،} \quad \begin{cases} \widehat{OMF} = \widehat{MFO} \\ \widehat{OMF'} = \widehat{MF'O} \end{cases} \quad (0/25)$$

$$2\widehat{OMF} + \underbrace{\widehat{MOF} + \widehat{MOF'}}_{180^\circ} + 2\widehat{OMF'} = 360^\circ \rightarrow \widehat{FMF'} = \widehat{OMF} + \widehat{OMF'} = 90^\circ \quad (0/25)$$

صفحه ۵۷

پس مثلث MFF' قائم الزاویه است.

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵
رشته: ریاضی و فیزیک		تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
۱۲	الف) (۵ / ۰) $y = -2$	صفحه ۵۸	۰/۵
	تذکر: در صورتی که با رسم شکل، معادله خط هادی به درستی نشان داده شود، نمره تعلق گیرد.		
۱۳	ب) $(x - 3)^2 = \underbrace{4 \times 3}_{(۵/۰)} \times \underbrace{(y - 1)}_{(۵/۰)}$	صفحه ۶۷	۰/۵
	تذکر: در صورتی که تنها $a = 3$ را نوشته شود یا روی شکل مقدار a به درستی نشان داده شود، (۲۵ / ۰) تعلق گیرد.		
۱۴	الف) درست (۵ / ۲۵) ب) نادرست (۵ / ۲۵)	صفحه ۷۹	۰/۵
	نوشتار اول: $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b} = 2(-1, 2, 3) - (2, 0, -1) = (-4, 4, 7)$ $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b} = 2(-\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} - \vec{k}) = -4\vec{i} + 4\vec{j} + 7\vec{k}$		
۱۵	نوشتار اول:	صفحه ۷۸	۰/۵
	نوشتار دوم: $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } = \frac{0 + 0 + 1}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ \text{ یا } \frac{\pi}{3}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ \text{ یا } \frac{\pi}{3}$		
۱۶	$ \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \leq \vec{a} \vec{b} $		
	که در آخرین نامساوی از $ \cos \theta \leq 1$ (۲۵ / ۰) استفاده شده است. تذکر: در صورتی که به نامساوی $ \cos \theta \leq 1$ اشاره شود، (۲۵ / ۰) نمره آن قسمت تعلق گیرد.		
صفحه ۹ از ۹			

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵	
رشته: ریاضی و فیزیک		تعداد صفحه: ۹		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			
		Azmoon.medu.ir			
ردیف		راهنمای نمره گذاری			
نمره					

$$a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{\overbrace{-4-1+0}^{(0/25)}}{\underbrace{(\sqrt{2})^2}_{(0/5)}} \underbrace{(-1, 1, 0)}_{(0/25)} = \underbrace{\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}, 0\right)}_{(0/25)}$$

تذکر: در صورتی که تنها عبارت $a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$ نوشته شود، (۰ / ۲۵) تعلق گیرد.

روش دوم:

$$|\vec{a}| = 21, \quad |\vec{b}| = \sqrt{2}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -5$$

(۰ / ۲۵)

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-5}{\sqrt{21} \times \sqrt{2}} \quad (0 / 25)$$

تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ ، بردار $\vec{a}'$ است که:

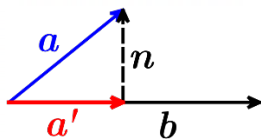
$$|\vec{a}'| = |\vec{a}| \cos \theta = \sqrt{21} \times \frac{-5}{\sqrt{21} \times \sqrt{2}} = \frac{-5}{\sqrt{2}} \quad (0 / 25)$$

$$|\vec{a}'| = r \times |\vec{b}| \Rightarrow \frac{-5}{\sqrt{2}} = r \times \sqrt{2} \Rightarrow r = \frac{-5}{2} \quad (0 / 25)$$

بنابراین:

$$\vec{a}' = \frac{-5}{2} (-1, 1, 0) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}, 0\right) \quad (0 / 25)$$

روش سوم:



فرض کنیم تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ ، بردار $\vec{a}'$ باشد.

بردار $\vec{a}'$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ منطبق است. لذا

$$\vec{a}' = r \vec{b} = (-r, r, 0) \quad (0 / 25)$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{n} \Rightarrow \vec{n} = \vec{a} - \vec{a}' = (4, -1, -2) - (-r, r, 0) = (4+r, -1-r, -2) \quad (0 / 25)$$

بردارهای $\vec{n}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند. پس

$$\vec{b} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow \underbrace{(4+r)(-1) + (-1-r)(1) + (-2)(0)}_{(0/25)} = 0 \Rightarrow \underbrace{r = \frac{-5}{2}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\vec{a}' = \left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}, 0\right)}_{(0/25)}$$

صفحه ۸۰

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵	
رشته: ریاضی و فیزیک		تعداد صفحه: ۹		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			
		Azmoon.medu.ir			
		نمره			
		راهنمای نمره گذاری			
ردیف					

روش اول:

صفحه ۸۳

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = (-1)^2 \times 1 \times \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^3 \times (-3) \times \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^4 \times 4 \times \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

(۰/۵)

$$= \underbrace{20}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow V = \underbrace{20}_{(۰/۲۵)} = 20$$

(۰/۲۵)

تذکر ۱: چنانچه قدرمطلق در این حالت گذاشته نشود، نمره‌ای کسر نگردد.

تذکر ۲: چنانچه ترتیب سطرها تغییر کند و حاصل دترمینان منفی شود، محاسبه قدرمطلق دترمینان الزامی است.

تذکر ۳: در صورتی که دانش آموز به هر شیوه صحیح دیگر مقدار دترمینان را درست محاسبه کند، نمره کامل تعلق گیرد.

تذکر ۴: در صورتی که محاسبات مربوط به دترمینان نوشته نشود، اما مقدار دترمینان به درستی به دست آورده شود، نمره‌ای کسر نشود.

روش دوم:

نوشتار اول:

۱۸

۱/۲۵

$$\vec{b} \times \vec{c} = (-18, -14, -1) \quad (۰ / ۷۵)$$

$$V = \left| \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \right| = \left| (1, -3, 4) \cdot (-18, -14, -1) \right| = \underbrace{20}_{(۰/۲۵)} \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

نوشتار دوم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (10, 10, 5) \quad (۰ / ۷۵)$$

$$V = \left| \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \right| = \left| (-1, 1, 4) \cdot (10, 10, 5) \right| = \underbrace{20}_{(۰/۲۵)} \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

نوشتار سوم:

$$\vec{a} \times \vec{c} = (-16, -8, -2) \quad (۰ / ۷۵)$$

$$V = \left| \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) \right| = \left| (3, -4, 2) \cdot (-16, -8, -2) \right| = \underbrace{20}_{(۰/۲۵)} \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

تذکر: در سه نوشتار فوق، در صورتی که فرمول $V = \left| \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \right|$ یا $V = \left| \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) \right|$ یا $V = \left| \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \right|$ نوشته نشود، ولی جایگذاری به درستی انجام گردد، نمره‌ای کسر نگردد.

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵	
رشته: ریاضی و فیزیک		تعداد صفحه: ۹		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینارگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			
		Azmoon.medu.ir			
ردیف		راهنمای نمره گذاری			
نمره					

تذکر: در هر کدام از سه نوشتار فوق، جابجایی در قسمت ضرب خارجی، برداری قرینه ایجاد می کند، تأثیری در جواب ندارد و قابل قبول است.

روش سوم:

نوشتار اول:

$$b \times c = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -4 & 2 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = (-18, -14, -1) \Rightarrow S = \sqrt{324 + 196 + 1} = \sqrt{521} \quad (0/25)$$

$$h = \frac{|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|}{|\vec{b} \times \vec{c}|^2} = \frac{20}{(\sqrt{521})^2} \times (-18, -14, -1) = \frac{20}{\sqrt{521}} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow V = Sh = \sqrt{521} \times \frac{20}{\sqrt{521}} = 20 \quad (0/25)$$

نوشتار دوم:

$$\vec{a} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 4 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = (-16, -8, -2) \Rightarrow S = \sqrt{256 + 64 + 4} = \sqrt{324} = 18 \quad (0/25)$$

$$h = \frac{|\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})|}{|\vec{a} \times \vec{c}|^2} = \frac{20}{(18)^2} \times (-16, -8, -2) = \frac{20}{18} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow V = Sh = 18 \times \frac{20}{18} = 20 \quad (0/25)$$

۱۸

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: هندسه (۳)		پایه: دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵
رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (صبح داخل و خارج از کشور) - شهریور ۱۴۰۵		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			
۱۸	نوشتار سوم: $a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix} = (10, 10, 5) \Rightarrow S = \sqrt{100 + 100 + 25} = \sqrt{225} = 15$ (۰/۲۵) $h = \frac{\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})}{ \vec{a} \times \vec{b} } = \frac{20}{(15)^2} \times (10, 10, 5) = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow V = Sh = \frac{4}{3} \times 15 = 20 \quad (0 / 25)$		
۲۰	جمع نمره		
موفق باشید			
صفحه ۹ از ۹			