

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد).		
نمره			

## سوالات فصل ۱

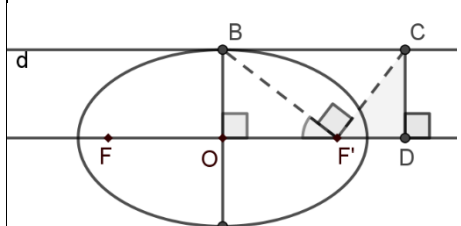
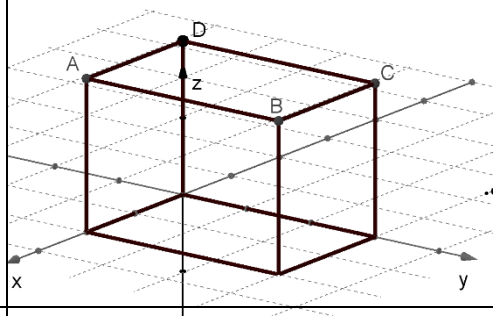
۱/۵	<p>۱ درست یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) برای دو ماتریس <math>A</math> و <math>B</math> رابطه <math> AB  =  BA </math> همواره برقرار است.</p> <p>ب) به ازای <math>m = 2</math> دستگاه معادلات خطی <math>\begin{cases} (m+1)x + 3y = m \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}</math> فاقد جواب است.</p> <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>پ) اگر <math>A = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} &amp; -1 \\ \frac{2}{5} &amp; -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{6} &amp; \frac{2}{4} \end{bmatrix}</math>، آنگاه حاصل <math>A^{1404}</math> برابر با ماتریس ..... است.</p> <p>ت) اگر <math>A = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ &amp; \sin 15^\circ \\ \sin 15^\circ &amp; \cos 15^\circ \end{bmatrix}</math> باشد، آنگاه حاصل <math>\sqrt{3} A^{-1}  = \dots</math> است.</p>	۱
۱/۵	<p>۲ ماتریس <math>A = \begin{bmatrix}  A  &amp; -1 \\ 3 &amp;  A  \end{bmatrix}</math> وارون پذیر و <math> A  &gt; 1</math> است. حاصل <math>3A^{-1}</math> را به دست آورید.</p>	۲
۲	<p>۳ الف) ماتریس <math>A = [a_{ij}]_{3 \times 3}</math> به صورت <math>a_{ij} = \begin{cases} 2 &amp; ; \left[\frac{i+j}{2}\right] \leq 1 \\ j-2 &amp; ; \left[\frac{i+j}{2}\right] &gt; 1 \end{cases}</math> تعریف شده است. درایه های روی قطر اصلی ماتریس <math>A</math> را محاسبه کنید. ( [ ] در ضابطه تابع نماد جزء صحیح است).</p> <p>ب) ماتریس <math>B = \begin{bmatrix} 2 &amp; -3 &amp; -1 \\ 1 &amp; 0 &amp; 1 \\ -2 &amp; -1 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> دترمینان ماتریس <math>(I - B)</math> را بر حسب ستون سوم محاسبه کنید.</p>	۳
۱	<p>۴ جواب های معادله <math>\begin{bmatrix} 3 &amp; -1 &amp; 0 \\ 2 &amp; 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; -1 &amp; 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}</math> را به دست آورید.</p>	۴

## سوالات فصل ۲

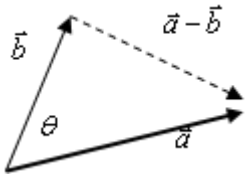
۱/۵	<p>۵ دایره به معادله <math>C: x^2 + y^2 = 4</math> و خط <math>d: x + y = 7</math> مفروض اند. مکان هندسی مرکز دایره های به شعاع <u>واحد</u> را بیابید که هم بردایره <math>C</math> و هم بر خط <math>d</math> مماس باشد. مساله چند جواب دارد؟</p>	۵
۲	<p>۶ الف) دایره ای بر هر دو محور مختصات مماس است و مرکز آن روی خط <math>x + y = 6</math> قرار دارد، معادله دایره را بنویسید.</p> <p>ب) اندازه وتری که دایره <math>C: x^2 + y^2 - 8x = 34</math> روی خط <math>3x - 4y + 13 = 0</math> جدا می کند را به دست آورید.</p>	۶
۱/۵	<p>۷ یک بیضی با قطر بزرگ و کوچک <math>2a</math> و <math>2b</math> مفروض است. دایره ای هم مرکز با بیضی از کانون های بیضی عبور می کند و بیضی را در ۴ نقطه قطع می کند، یکی از نقاط برخورد را <math>M</math> می نامیم. ثابت کنید:</p> <p>الف) مثلث <math>MFF'</math> قائم الزوایه است.</p> <p>ب) مساحت مثلث <math>MFF'</math> برابر با <math>b^2</math> است.</p>	۷

## ادامه سوالات در صفحه دوم

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۳	سؤالات آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	سؤالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد).		
نمره			

۲	<p>یک آینه مقعر سهمی شکل داریم، (بیرون سهمی جیوه و داخل سهمی آینه است). که مختصات کانون نقطه <math>(-3, 2)</math> و معادله خط هادی آن <math>x = 1</math> است.</p> <p>الف) معادله سهمی را بنویسید.</p> <p>ب) اگر پرتو نوری در داخل سهمی از کانون عبور کند و در نقطه به طول ۳- با سهمی برخورد کند، معادله پرتوی بازتابش را بنویسید.</p>	۸
۱	 <p>خروج از مرکز بیضی روبرو برابر <math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math> و قطر کوچک آن ۲ است، خط <math>d</math> از نقطه <math>B</math> موازی قطر بزرگ بیضی رسم شده است و پاره خطهای <math>F'C</math> و <math>BF'</math> بر هم عمود هستند. پاره خط <math>CD</math> موازی قطر کوچک بیضی رسم شده است.</p> <p>الف) زاویه <math>\widehat{BF'O}</math> چند درجه است؟</p> <p>ب) مساحت مثلث <math>F'CD</math> را به دست آورید.</p>	۹
سؤالات فصل ۳		
۰/۵	<p>درستی یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) برای سه بردار مخالف صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> و <math>\vec{c}</math>، اگر <math>\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}</math> باشد، آنگاه <math>\vec{b} = \vec{c}</math>.</p> <p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>ب) برای بردارهای واحد محورهای مختصات، حاصل <math>\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{k})</math> برابر با بردار ..... است.</p>	۱۰
۱	<p>نمودار مربوط به روابط <math>x^2 + y &gt; 2</math> و <math>-1 &lt; y &lt; 1</math> را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.</p>	۱۱
۱/۵	 <p>اگر <math>D = (0, 0, 3)</math> باشد، با توجه به شکل روبرو پاسخ دهید:</p> <p>الف) معادله پاره خط <math>BC</math> را بنویسید.</p> <p>ب) معادله صفحه شامل نقاط <math>A, B</math> و <math>C</math> را بنویسید.</p> <p>پ) مختصات یک نقطه دلخواه (به جز <math>C</math> و <math>D</math>) از پاره خط <math>DC</math> را بنویسید.</p>	۱۲
۲	<p>سه بردار <math>\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}</math> و <math>\vec{b} = \vec{i} - \vec{k}</math> و <math>\vec{c} = (0, 2, 1)</math> در نظر بگیرید.</p> <p>الف) زاویه بین دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> را بیابید.</p> <p>ب) نشان دهید سه بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> و <math>\vec{b} - \vec{c}</math> در یک صفحه قرار دارند.</p>	۱۳
ادامه سؤالات در صفحه سوم		

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۳	سوالات آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	سوالات آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد.)		
نمره			

۱	<p>۱۴ دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> دارای طول های مساوی و زاویه بین این دو بردار <math>\theta</math> است. با توجه به شکل، ثابت کنید:</p> $ \vec{a} - \vec{b}  = 2 \vec{a}  \sin \frac{\theta}{2}$ 	
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس <b>هندسه ۳</b>	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) <u>تمرین ۱ ص ۳۰</u> ب) درست (۰/۲۵) <u>ص ۲۶</u>  تمرین ۵ ص ۲۰ (۰/۵) $A^2 = -I \rightarrow A^{1404} = (A^2)^{702} = I$ فصل اول (۰/۵) $ A  = 2 \cos 30^\circ \xrightarrow{ A =\sqrt{3}} \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$	۱/۵
۲	(۰/۲۵) $ 2A  =  A ^2 + 3 \rightarrow  A  = 1,  A  = 3 \rightarrow  A  = 3$ فصل اول (۰/۲۵) $3A^{-1} = 3 \left( \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$	۱/۵
۳	تمرین ۵ ص ۲۰ (۰/۵) $A = \begin{bmatrix} 2 & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots \\ \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}$ ص ۲۷ (۰/۵) $I - B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $ I - B  = (-1)^{1+2}(1) \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3}(-1) \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{3+2}(-2) \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -14$	۲
۴	ص ۲۰ (۰/۲۵) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & x \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 17 \rightarrow \begin{bmatrix} x+1 & 3-x & 2x+2 \\ x+1 & 3-x & 2x+2 \\ x+1 & 3-x & 2x+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 17 \rightarrow \begin{bmatrix} x+1 & 3-x & 2x+2 \\ x+1 & 3-x & 2x+2 \\ x+1 & 3-x & 2x+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 17$ $\rightarrow -x^2 + 8x - 12 = 0 \rightarrow x = 2, x = 6$ با توجه به شرکت پذیری ضرب ماتریس ها به روش صحیح دیگر نیز نمره تعلق می گیرد.	۱
۵	روش اول: مکان هندسی مرکز دایره هایی که بر دایره $C: x^2 + y^2 = 4$ مماس باشد دو دایره با مرکز $(0,0)$ و شعاع های ۱ و ۳ است. (۰/۵) مکان هندسی مرکز دایره هایی که بر خط $d: x + y = 7$ مماس باشد دو خط $l$ و $l'$ به موازات خط $d$ و به فاصله ۱ از آن است. (۰/۵) دو دایره و دو خط هیچ نقطه برخوردی ندارند. بنابراین مساله فاقد جواب است. (۰/۵) روش دوم: رسم شکل رسم $d$ و خطوط موازی (۰/۵) رسم $C$ و دو دایره هم مرکز (۰/۵) دو دایره و دو خط هیچ نقطه برخوردی ندارند. بنابراین مساله فاقد جواب است. (۰/۵) <u>تمرین ۱ ص ۳۹</u>	۱/۵

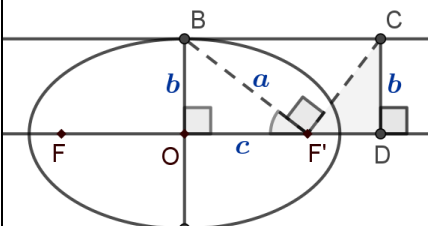
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>(الف)</p> <p><b>روش اول:</b></p> <p>مرکز دایره روی خط <math>x + y = 6</math>: <math>O = (\alpha, 6 - \alpha)</math> (۰/۲۵)</p> <p>فاصله مرکز از دو خط <math>x = 0</math> و <math>y = 0</math> یکسان و با شعاع دایره مساوی است:</p> <p><math>\begin{cases} d = \alpha \\ d' = 6 - \alpha \end{cases} \rightarrow \alpha = 3 \rightarrow \begin{cases} O = (3, 3) \\ r = 3 \end{cases}</math> (۰/۵) <math>\rightarrow C: (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9</math> (۰/۲۵)</p> <p><b>روش دوم:</b></p> <p>مرکز دایره هایی که بر هر دو محور مماس هستند، روی خطوط <math>y = \pm x</math> قرار دارد. همچنین مرکز دایره روی خط <math>x + y = 6</math> است. بنابراین مرکز دایره روی خط <math>y = +x</math> و <math>x + y = 6</math> قرار دارد. (۰/۲۵) بنابراین مرکز دایره <math>(3, 3)</math> و شعاع ۳ است. (۰/۵) معادله دایره برابر با <math>C: (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9</math> (۰/۲۵)</p> <p><u>تمرین ۱ ص ۴۶</u></p> <p>(ب)</p> <p><math>C: x^2 + y^2 - 8x = 34 \rightarrow O = (4, 0), r = \sqrt{50}</math> (۰/۲۵)</p> <p>فاصله مرکز دایره تا خط برابر است با:</p> <p><math>OH = \frac{ 3(4) - 4(0) + 12 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{24}{5} = 4.8</math> (۰/۲۵)</p> <p>قطر عمود بر وتر آن را نصف می کند. بنا بر رابطه فیثاغورس در مثلث داریم:</p> <p><math>BH^2 + OH^2 = r^2 \rightarrow BH^2 + 24 = 50 \rightarrow BH = 5, AB = 2BH = 10</math> (۰/۵)</p> <p><u>کار در کلاس ص ۴۳</u></p>	۲
۷	<p>(الف)</p> <p>زاویه <math>FMF'</math> زاویه محاطی روبرو به قطر دایره است، بنابراین قائمه است. پس مثلث <math>FMF'</math> قائم الزاویه است. (۰/۲۵)</p> <p>(ب)</p> <p>نقطه <math>M</math> روی بیضی قرار دارد: <math>MF + MF' = 2a</math> (۰/۲۵)</p> <p>بنا بر رابطه فیثاغورس در مثلث <math>MFF'</math> داریم:</p> <p><math>MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \rightarrow (MF + MF')^2 - 2MF \times MF' = 4c^2</math> (۰/۵)</p> <p><math>2MF \times MF' = 4(a^2 - c^2)</math> (۰/۲۵) <math>\rightarrow S_{MFF'} = \frac{1}{2} MF \times MF' = b^2</math> (۰/۲۵)</p> <p><u>تمرین ۴ ص ۵۷</u></p>	۱/۵

راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس <b>هندسه ۳</b>	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		

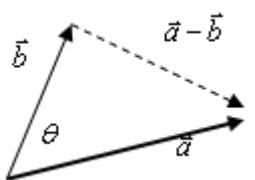
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	الف) مثال ص ۵۴ (ب) پرتویی که در داخل سهمی از کانون عبور کند، به موازات محور کانونی سهمی $y = 2$ بازتاب می کند. بنابراین پرتوهای بازتابش موازی این خط هستند. (۰/۲۵) ص ۵۶ $\begin{cases} A(-1, 2) \\ a = 2 \end{cases} \xrightarrow{(\cdot/5)} (y-2)^2 = -8(x+1) \xrightarrow{x=-3} \begin{cases} P: (-3, -2) \\ P': (-3, 6) \end{cases} \xrightarrow{(\cdot/5)} y = 6 \text{ و } y = -2 \text{ (۰/۲۵)}$	۲
۹	الف)  $\Delta BOF': \cos \widehat{BF'O} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \widehat{BF'O} = 45^\circ \text{ (۰/۲۵)}$ (ب) با توجه به شکل $\widehat{CF'D} = 45^\circ$ و مثلث $F'CD$ قائم الزاویه و متساوی الساقین است. (۰/۲۵) $\Delta DCF': CD = DF' = b = 1 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow S = \frac{1}{2} FD \times FC = \frac{1}{2} \text{ (۰/۲۵)}$ تمرین ۵ و ۶ ص ۵۸	۱
۱۰	الف) نادرست (۰/۲۵) تمرین ۶ ص ۸۴ ب) $-\vec{k}$ (۰/۲۵) ص ۸۲	۰/۵
۱۱	رسم نمودار $x^2 + y > 2$ (۰/۲۵) رسم نمودار $-1 < y < 1$ (۰/۲۵) مشخص کردن اشتراک دو نمودار (۰/۵) کار در کلاس ص ۶۳	۱
۱۲	الف) (ب) پ) $(0, a, 3)$ که در آن $a$ عددی بین ۰ تا ۳ باشد. (۰/۵) کار در کلاس ص ۶۸	۱/۵

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهارم

ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۴	راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی درس هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۲/۱۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	راهنمای تصحیح آزمون شبه نهایی (آمادگی برای آزمون های نهایی) پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه اردیبهشت ۱۴۰۴		

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۲	<p>(الف) <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta \rightarrow 3 = (3)(\sqrt{2}) \cos \theta \quad (0/25) \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}</math> یا <math>\theta = 45^\circ \quad (0/25)</math></p> <p><u>مثال ص ۸۸</u></p> <p>(ب)</p> <p><math>\vec{b} - \vec{c} = (1, -2, -2) \quad (0/25)</math></p> <p><math> \vec{a} \cdot \vec{b} \times (\vec{b} - \vec{c})  = \begin{vmatrix} 2 &amp; 2 &amp; -1 \\ 1 &amp; 0 &amp; -1 \\ 1 &amp; -2 &amp; -2 \end{vmatrix} \quad (0/5) = 0 \quad (0/25)</math></p> <p>به روش های مختلف نوشتن ضرب مختلط نمره تعلق می گیرد.</p> <p><u>ص ۸۳</u></p>	۱۳
۱	<p>با توجه به شکل:</p> <p><math> \vec{a} - \vec{b} ^2 =  \vec{a} ^2 +  \vec{b} ^2 - 2 \vec{a}  \vec{b}  \cos \theta \quad (0/25) \xrightarrow{ \vec{a} = \vec{b} }</math></p> <p><math> \vec{a} - \vec{b} ^2 = 2 \vec{a} ^2 - 2 \vec{a} ^2 \cos \theta \quad (0/25) = 2 \vec{a} ^2(1 - \cos \theta) \quad (0/25)</math></p> <p><math>\xrightarrow{1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}  \vec{a} - \vec{b}  = 2 \vec{a}  \sin \frac{\theta}{2} \quad (0/25)</math></p>  <p><u>ص ۷۷</u></p>	۱۴
۲۰	موفق و سربلند باشید. جمع نمره	