

باسمه تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۴۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است		
نمره			

۰/۷۵	<p>۱ درست‌ی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $2\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$، آنگاه $\sin \alpha < \tan \alpha$.</p> <p>ب) تابع $y = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 1 \\ 2x-1 & x < 1 \end{cases}$ در نقطه به طول $x = 1$ مشتق پذیر است.</p> <p>ج) تابع $f(x) = 5$ دارای بی‌شمار نقطه بحرانی است.</p>
۰/۷۵	<p>۲ جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) نمودار تابع $y = 2^{x-1}$ از انتقال نمودار $y = 2^x$ حاصل می‌شود. (افقی - عمودی)</p> <p>ب) دوره تناوب تابع $y = 3 \sin(\pi x)$ برابر است.</p> <p>ج) اگر $f''(x)$ به ازای هر نقطه از بازه I، موجود و منفی باشد، تقعر منحنی تابع f در این بازه رو به است.</p>
۱	<p>۳ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است.</p> <p>نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.</p>
۰/۷۵	<p>۴ فرض کنید تابع f در یک فاصله، اکیداً صعودی باشد و a و b متعلق به این فاصله باشند. اگر $f(a) \leq f(b)$، نشان دهید $a \leq b$.</p>
۱	<p>۵ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $2x^3 + ax + b$ بر $x + 2$ بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۱۵ باشد.</p>
۰/۷۵	<p>۶ اگر $\tan \alpha = \tan \beta = -\sqrt{2}$، مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ را به دست آورید.</p>
۱/۲۵	<p>۷ معادله $4 \sin^2 x - 4 \cos x - 5 = 0$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.</p>
۰/۵	<p>۸ مقدار c را چنان تعیین کنید که مینیمم تابع $y = -4 \cos(2\pi x) + c$ برابر -5 باشد.</p>
۱/۵	<p>۹ حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{3})^+} \frac{[x]}{\cos x}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - x^4}{2x^2 + 3x + 1}$</p>

باسمه تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۴۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است		
نمره			

۱۰	مجانِب‌های قائم و افقی نمودار تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۵	$y = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1}$
۱۱	در شکل روبرو نمودار توابع f و g رسم شده و خط d بر هر دو نمودار مماس است. مقدار $\frac{g'(4)}{g(4)f'(2)}$ را به دست آورید.	۱	
۱۲	مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن لازم نیست)	۱/۵	الف) $f(x) = \frac{\tan x}{1 - \cos(2x)}$ ب) $g(x) = (2x + 1)^4$
۱۳	مشتق دوم تابع $f(x) = 3 \sin(4x) + 1$ را در نقطه $x = \frac{\pi}{12}$ به دست آورید.	۰/۷۵	
۱۴	تابع $f(x) = 4 - x^2 $ را در نظر بگیرید. با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم‌مماس چپ تابع را در نقطه $x = -2$ محاسبه کنید.	۱/۲۵	
۱۵	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = \sqrt{3t + 1}$ بر حسب متر است. سرعت لحظه‌ای آن را در لحظه $t = 5$ به دست آورید.	۰/۷۵	
۱۶	مقادیر a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ طوری به دست آورید که $x = 2$ طول نقطه اکسترمم نسبی و $x = 0$ طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد.	۱/۵	
۱۷	ماکزیمم مقدار مساحت مستطیل به ابعاد x و $12 - x^2$ را به دست آورید.	۱/۵	
۱۸	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = 4x^3 - 12x + 2$ را رسم کنید.	۲	
۲۰	موفق باشید	جمع نمرات	
صفحه ۲ از ۲			

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۳۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحات: ۶	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		

۱	الف) نادرست ص ۲۲ (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۸۵ ج) درست (۰/۲۵) ص ۱۲۴	۰/۷۵
۲	الف) افقی ص ۵ (۰/۲۵) ب) ۲ (۰/۲۵) ص ۲۷ ج) پایین (۰/۲۵) ص ۱۲۹	۰/۷۵
۳	<p style="text-align: right;">ص ۱۲</p>	۱
۴	<p>روش اول:</p> <p>برهان خلف: فرض می کنیم $a > b$. چون تابع f اکیداً صعودی است داریم:</p> $a > b \Rightarrow f(a) > f(b) \quad (۰/۲۵)$ <p>که تناقض است، پس $a \leq b$. (۰/۲۵)</p> <p>روش دوم:</p> <p>اگر $f(a) = f(b)$ آنگاه $a = b$، زیرا تابع f اکیداً صعودی است. همچنین f^{-1} نیز اکیداً صعودی است. (۰/۲۵)</p> $f(a) < f(b) \Rightarrow f^{-1}(f(a)) < f^{-1}(f(b)) \Rightarrow a < b \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">ص ۲۲</p>	۰/۷۵
۵	$\begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 2(-2)^2 + a(-2) + b = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 2(1)^2 + a(1) + b = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 14 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">ص ۲۲</p>	۱
۶	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-2\sqrt{2}}{1 - (-\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{2}}{(۰/۲۵)}$ <p style="text-align: right;">ص ۴۲</p>	۰/۷۵
صفحه ۱ از ۶		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۳۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۶	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱/۲۵	$4 \sin^2 x - 4 \cos x - 5 = 0 \Rightarrow \underbrace{4(1 - \cos^2 x) - 4 \cos x - 5 = 0}_{(0/25)}$ $\Rightarrow 4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \underbrace{(2 \cos x + 1)^2 = 0}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\cos x = \frac{-1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)}_{(0/25)}$ $\Rightarrow x = \underbrace{2k\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3}\right)}_{(0/5)} \quad k \in \mathbb{Z}$ <p>تذکره: جواب کلی به صورت $x = (2k + 1)\pi \pm \frac{\pi}{3}$ نیز صحیح است.</p> <p>ص ۴۴</p>	۷
۰/۵	<p>روش اول:</p> $\min = - a + c = c - 4 = -5 \Rightarrow \underbrace{c = -1}_{(0/25)}$ <p>روش دوم:</p> $-1 \leq \cos(2\pi x) \leq 1 \Rightarrow \underbrace{c - 4 \leq c - 4 \cos(2\pi x) \leq c + 4}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{c - 4 = -5}_{(0/25)} \Rightarrow c = -1$ <p>ص ۲۷</p>	۸
۰/۷۵	<p>الف)</p> $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x]}{\cos x} = \frac{\overset{(0/25)}{1}}{\underset{(0/25)}{0^-}} = \underbrace{-\infty}_{(0/25)}$ <p>ب)</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - x^4}{2x^2 + 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^4}{\underbrace{2x^2}_{(0/25)}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{2} = \underbrace{-\infty}_{(0/25)}$ <p>ص ۵۳</p> <p>ص ۶۹</p>	۹
	صفحه ۲ از ۶	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۶	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱/۵	$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 3}{2x - 1} = 6$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \pm\infty$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">ص ۵۸</p> <p style="text-align: right;">پس $x = \frac{1}{2}$ تنها مجانب قائم تابع است. (۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{2x^2} = \frac{3}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">مجانب افقی تابع $y = \frac{3}{2}$ است. (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">ص ۶۹</p>	۱۰
۱	<p style="text-align: right;">روش اول:</p> $\text{شیب خط مماس} = \frac{4-2}{2-4} = -1 \Rightarrow \begin{cases} g'(4) = -1 \\ f'(2) = -1 \end{cases} \Rightarrow \frac{g'(4)}{g(4)f'(2)} = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">تذکر: در صورت نوشتن شیب خط بدون محاسبه، نمره داده شود.</p> <p style="text-align: right;">روش دوم:</p> <p style="text-align: right;">با توجه به اینکه شیب تابع خطی در همه نقاط یکسان است، داریم:</p> $g(4) = 2, g'(4) = f'(2) \Rightarrow \frac{g'(4)}{g(4)f'(2)} = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">ص ۷۶ و ۷۸</p>	۱۱
	صفحه ۳ از ۶	

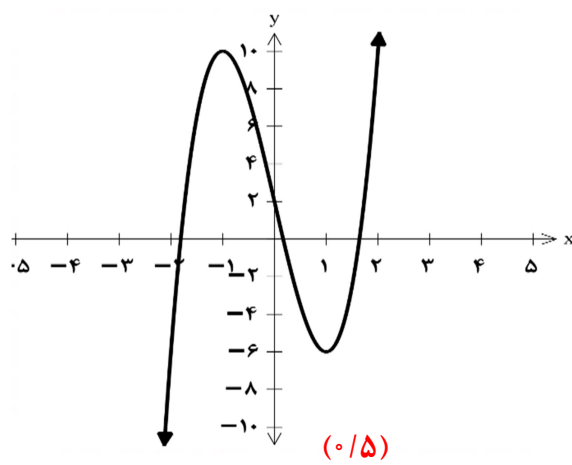
راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۶	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱۲	<p>روش اول:</p> $f'(x) = \frac{\overbrace{(1 + \tan^2 x)}^{(۰/۲۵)} \overbrace{(1 - \cos(2x))}^{(۰/۲۵)} - \overbrace{(2 \sin(2x)) \tan x}^{(۰/۲۵)}}{\underbrace{(1 - \cos(2x))^2}_{(۰/۲۵)}}$ <p>روش دوم:</p> $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin x}{1 - (1 - 2 \sin^2 x)} = \frac{\sin x}{2 \cos x \sin^2 x} = \frac{1}{\sin 2x} \Rightarrow f'(x) = \frac{0 - 2 \cos 2x}{(\sin 2x)^2}$ <p>ب) $g'(x) = 4 \cdot (2) \cdot (2x + 1)^2$</p> <p>ص ۱۰۱</p>	۰/۷۵
۱۳	$f'(x) = 12 \cos(4x) \Rightarrow f''(x) = -48 \sin(4x)$ $\Rightarrow f'''\left(\frac{\pi}{12}\right) = -48 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -24\sqrt{3}$ <p>ص ۱۰۱</p>	۰/۷۵
صفحه ۴ از ۶		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحات: ۶	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۱۴	<p>روش اول:</p> $m = f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{ 4 - x^2 - 0}{x + 2}$ $= \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x - 2}{x + 2} = \frac{-4}{0}$ <p>روش دوم:</p> $m = f'_-(-2) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{ 4 - (-2+h)^2 - 0}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h^2 - 4h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} h - 4 = \frac{-4}{0}$ <p>ص ۸۶ و ۸۷</p>	۱/۲۵
۱۵	<p>روش اول:</p> $f'(t) = \frac{3}{2\sqrt{3t+1}} \Rightarrow f'(\Delta) = \frac{3}{2}$ <p>روش دوم:</p> $f'(\Delta) = \lim_{t \rightarrow \Delta} \frac{\sqrt{3t+1} - 4}{t - \Delta}$ $= \lim_{t \rightarrow \Delta} \frac{(\sqrt{3t+1} - 4)(\sqrt{3t+1} + 4)}{(t - \Delta)(\sqrt{3t+1} + 4)} = \lim_{t \rightarrow \Delta} \frac{3(t - \Delta)}{(t - \Delta)(\sqrt{3t+1} + 4)} = \frac{3}{2}$ <p>ص ۱۰۹ و ۱۱۰</p>	۰/۷۵
صفحة ۵ از ۶		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۳۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۶	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

۱۶	$f(x) = x^3 + ax^2 + bx \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ <p style="text-align: right;">ص ۱۳۶</p> $f''(x) = 6x + 2a \xrightarrow{f''(0)=0} a = 0$ $f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + b = 0 \Rightarrow b = -12$	۱/۵																
۱۷	$S(x) = x(12 - x^2) = -x^3 + 12x$ $S'(x) = -3x^2 + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$ $x \in [0, \sqrt{12}] \rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} S(0) = S(\sqrt{12}) = 0 \\ S(2) = 16 = \max \end{cases}$ <p>تذکره: در صورتی که تابع مساحت با رسم جدول تغییرات به صورت کامل رسم شود و از روی نمودار بیشترین مقدار مساحت به دست آید، نمره کامل تعلق گیرد.</p>	۱/۵																
۱۸	$f'(x) = 12x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ $f''(x) = 24x = 0 \Rightarrow x = 0$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+ -</td> <td>- +</td> <td>- +</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>↖</td> <td>↘</td> <td>↗</td> </tr> </table>  <p style="text-align: right;">ص ۱۴۲ و ۱۴۳</p>	x	-1	0	1	$f'(x)$	+ -	- +	- +	$f''(x)$	-	-	+	$f(x)$	↖	↘	↗	۲
x	-1	0	1															
$f'(x)$	+ -	- +	- +															
$f''(x)$	-	-	+															
$f(x)$	↖	↘	↗															
۲۰	موفق باشید																	
	صفحه ۶ از ۶																	

با عرض سلام و خداقوت،

لطفاً هنگام نمره‌گذاری پاسخ برگ‌ها نکات زیر را مدنظر قرار دهید:

- (۱) به منظور صحت و دقت در نمره‌گذاری پاسخ برگ‌های آزمون، صرفاً راهنمای قابل استناد نمره‌گذاری، ملاک عمل است.
- (۲) در صورتی که در هر یک از مراحل محاسباتی، خطایی رخ داده اما پس از آن بقیه مراحل به درستی انجام شده باشد، فقط نمره مربوط به خطای انجام شده کسر گردد.
- (۳) در صورتی که دانش آموز فقط پاسخی را نوشته باشد، ۰/۲۵ نمره تعلق می‌گیرد.