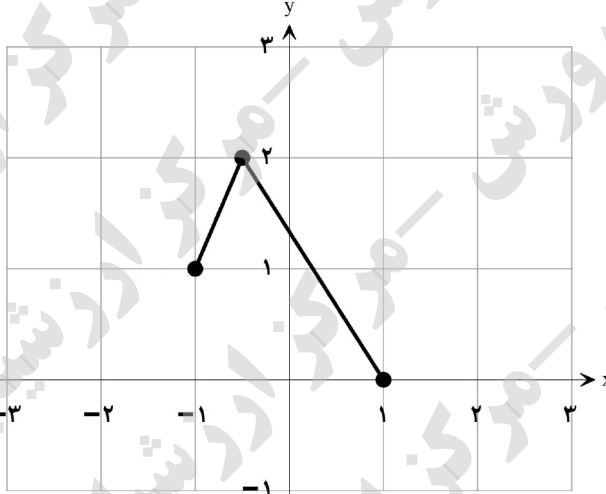
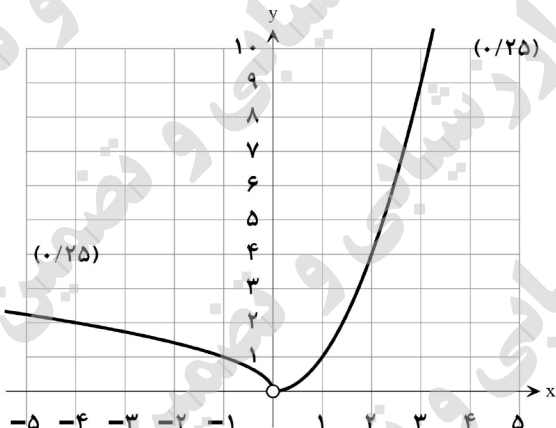


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون:	۱۴۰۳/۰۵/۱۵	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳					
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir					
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۱	۰.۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>n</math> عدد طبیعی زوج و <math>a</math> عدد حقیقی باشد، آن گاه چندجمله‌ای <math>x^n + a^n</math> بر <math>x + a</math> بخش پذیر است.</p> <p>ب) تابع <math>y = \tan x</math> در مجموعه <math>\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\} - [0, 2\pi]</math> اکیداً صعودی است.</p> <p>پ) خط <math>x = 2</math> مماس قائم بر منحنی تابع <math>f(x) = \sqrt[3]{x-2}</math> در نقطه <math>(2, 0)</math> است.</p>			
۲	۰.۷۵	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر نمودار تابع <math>f(x) = \sqrt[3]{x}</math> را در راستای محور <math>x</math> ها، دو واحد به سمت چپ انتقال دهیم و آن را <math>g(x)</math> بنامیم. آن گاه نمودار تابع <math>g^{-1}(x)</math> از ناحیه ..... محورهای مختصات نمی گذرد.</p> <p>ب) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x}</math> برابر ..... است.</p> <p>پ) اگر <math>f(x) = x^3 + 4x^2 - 1</math> باشد، حاصل <math>f''(-1)</math> برابر ..... است.</p>			
۳	۱.۵	<p>الف) اگر نمودار تابع <math>f</math> به صورت زیر باشد، نمودار تابع <math>y = f(2x+1)</math> را به کمک آن رسم کنید.</p>  <p>ب) اگر دامنه تابع <math>g</math> بازه <math>[-2, 4]</math> باشد، آن گاه دامنه تابع <math>k(x) = 3g(-2x)</math> را به دست آورید.</p>			
۴	۰.۷۵	<p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} &amp; x &lt; 0 \\ x^2 &amp; x &gt; 0 \end{cases}</math> را رسم کنید. بزرگترین بازه‌ای که این تابع در آن اکیداً صعودی است را بنویسید.</p>			
۵	۰.۷۵	<p>اگر چندجمله‌ای <math>p(x) = x^3 + kx^2 + 2</math> بر <math>x - k</math> بخش پذیر باشد، مقدار <math>k</math> را بیابید.</p>			
۶	۱.۵	<p>نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه <math>y = a \cos(bx) + c</math> است. اگر <math>b &lt; 0</math> باشد، مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را به دست آورید. (راه حل نوشته شود).</p> 			

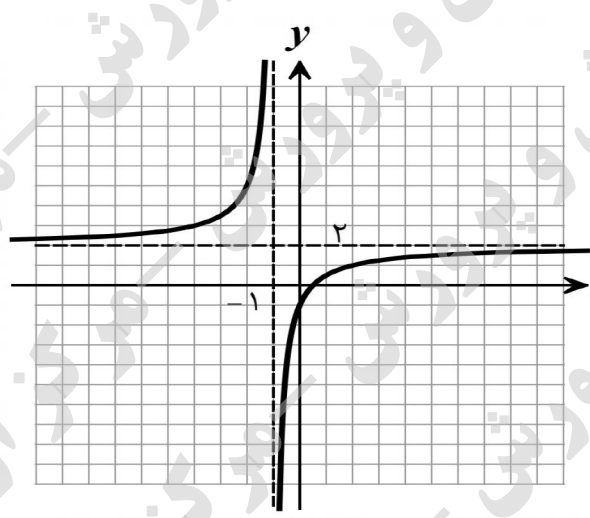
سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون:	۱۴۰۳/۰۵/۱۵	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳					
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir					
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۷	معادله مثلثاتی $\tan \delta x = \tan x$ را حل کنید. سپس جواب‌هایی از آن را که در بازه $[0, \frac{\pi}{4}]$ قرار دارند، مشخص کنید.				
۸	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{(x-3)^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 4x^2}{-x^3 x  - 2}$				
۹	مجانِب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$ را در صورت وجود به‌دست آورید. سپس وضعیت نمودار تابع $f$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.				
۱۰	اگر $f(2) = 7$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{2x-4} = 5$ باشد، مشتق تابع $g(x) = x f(x)$ را در $x = 2$ به‌دست آورید.				
۱۱	اگر $f(x) =  x (x-2)$ باشد. به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.				
۱۲	مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^3-6x+1}$ ب) $g(x) = 2 \tan x + \cos^5(2x^3)$				
۱۳	تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد که در آن $x$ مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. الف) آهنگ متوسط رشد در بازه $[0, 25]$ را به‌دست آورید. ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد کودک در ۴۹ ماهگی را به‌دست آورید.				
۱۴	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را در بازه $[-1, 3]$ در صورت وجود بیابید.				
۱۵	اگر $f(x) = ax^3 + 3x^2 + 1$ باشد، مقدار $a$ را طوری بیابید که $x = \frac{1}{4}$ طول نقطه عطف نمودار تابع باشد.				
۱۶	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید.				
۲	موفق باشید.				

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح		
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (به ترتیب صفحه‌های ۲۰، ۳۲ و ۸۹) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵)		
۲	الف) دوم (۰/۲۵) (به ترتیب صفحه‌های ۱۴، ۵۳ و ۹۸) ب) صفر (یا ۰) (۰/۲۵) پ) ۲ (۰/۲۵)		
۳	<p>الف) راه حل اول اگر نمودار، درست رسم شده باشد، نمره کامل تعلق گیرد (نمره)</p> <p>راه حل دوم اگر نمودار با انتقال به چپ و سپس انقباض افقی رسم شده باشد برای هر مرحله (۰/۵) تعلق گیرد</p>  <p>ب) <math>D_k = \begin{bmatrix} -2 &amp; 1 \\ 0 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> (صفحه ۱۰) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>		
۴	<p>در بازه <math>(0, +\infty)</math> اکیداً صعودی است. (صفحه ۱۸) (۰/۲۵)</p> 		
۵	<p><math>x - k = 0 \rightarrow x = k \rightarrow p(k) = 0 \rightarrow k^3 + k^3 + 2 = 0 \rightarrow k^3 = -1 \rightarrow k = -1</math> (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>به پاسخ درست که از طریق تقسیم چندجمله‌ای بر دوجمله‌ای حاصل شود، به تناسب بارم، نمره تعلق گیرد. (صفحه ۱۹)</p>		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	<p><b>روش اول:</b></p> $\begin{cases}  a  + c = 3 \quad (0/25) \\ - a  + c = -1 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \quad (0/25) \\  a  = 2 \Rightarrow a = 2 \quad (0/25) \end{cases}$ $T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \rightarrow  b  = \frac{1}{2} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{2} \quad (0/25)$ <p><b>روش دوم:</b></p> $\begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \quad (0/25) \rightarrow c = 1 \quad (0/25) \\  a  = \frac{\max - \min}{2} \quad (0/25) \rightarrow  a  = 2 \rightarrow a = 2 \quad (0/25) \end{cases}$ $T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \rightarrow  b  = \frac{1}{2} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{2} \quad (0/25)$ <p>(صفحه ۲۸)</p>	۱.۵
۷	$\Delta x = k\pi + x \quad (0/25) \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} \quad (0/25)$ <p><math>(k \in \mathbb{Z}, k \neq 4q + 2, q \in \mathbb{Z})</math> یا اشاره شود که (جواب‌هایی قابل قبول هستند که باقی‌مانده عدد صحیح <math>k</math> بر ۴ برابر ۲ نباشد). <math>(0/25)</math></p> $k = 0 \rightarrow x = 0 \quad (0/25), \quad k = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4} \quad (0/25)$ <p>(صفحه ۴۲)</p>	۱.۲۵
۸	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{(x-3)^2} = \frac{4}{0^+} = +\infty \quad (0/25) \quad (53 \text{ صفحه})</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{-x^3(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^4} = 0 \quad (0/25) \quad (69 \text{ صفحه})</math></p>	۱
۹	<p>در تابع <math>f(x) = \frac{(x-3)}{(x-3)(x+3)}</math>، خط <math>x = 3</math> شرایط مجانب قائم را ندارد. <math>(\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{6})</math></p> $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (0/25)$ <p><math>x = -3</math> مجانب قائم منحنی تابع <math>f</math> است. <math>(0/25)</math></p> <p>رسم نمودار <math>(0/5)</math></p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = 0 \Rightarrow y = 0 \quad \text{مجانب افقی} \quad (0/25)$ <p>(صفحه ۵۸ و ۶۸)</p>	۱.۲۵



راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک												
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح												
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir												
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳														
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۰	$\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{1}{2} f'(2) = 5 \quad (0/25) \Rightarrow f'(2) = 10 \quad (0/25)$ $g'(x) = 1 \times f(x) + x \times f'(x) \Rightarrow g'(2) = 1 \times 7 + 2 \times 10 = 27 \quad (0/25)$ (صفحه ۷۹ و ۹۴)	۱												
۱۱	$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{ x (x-2) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \begin{cases} f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x(x-2) - \cdot}{x} = +2 \quad (0/25) \\ f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x(x-2) - \cdot}{x} = -2 \quad (0/25) \end{cases}$ <p>چون <math>f'_-(\cdot) \neq f'_+(\cdot)</math>، لذا تابع <math>f</math> در <math>x=0</math> مشتق پذیر نیست. (صفحه ۸۶)</p> <p>(اگر با استفاده از فرمول دیگر تعریف مشتق حل شده باشد، به تناسب بارم، نمره تعلق گیرد.)</p>	۱												
۱۲	$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}(x^3 - 6x + 1) - (3x^2 - 6)\sqrt{x+1}}{(x^3 - 6x + 1)^2} \quad (0/25)$ <p>الف)</p> $g'(x) = 2(1 + \tan^2 x) + (5)(6x^2)(-\sin(2x^3))\cos^4(2x^3) \quad (صفحه ۱۰۱)$ <p>ب)</p>	۲.۲۵												
۱۳	<p>الف)</p> $\frac{f(25) - f(\cdot)}{25 - \cdot} = \frac{85 - 50}{25} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5} \quad (0/25)$ <p>ب)</p> $f'(x) = 7 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \xrightarrow{x=49} f'(49) = \frac{1}{2} \quad (صفحه ۱۰۵)$	۱.۲۵												
۱۴	$f'(x) = 3x^2 - 12x \xrightarrow{f'=0} 3x(x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \notin [-1, 3] \end{cases} \quad (0/25)$ <p>رسم جدول (۰/۲۵)</p> <table><tr><td>X</td><td>-1</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>f'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>f</td><td>-7</td><td>0</td><td>-27</td></tr></table> <p>(۰، ۰) نقطهٔ ماکزیمم نسبی (۰/۲۵)، (۰، ۰) نقطهٔ ماکزیمم مطلق (۰/۲۵) و (۳، -۲۷) نقطهٔ مینیمم مطلق (۰/۲۵) این تابع در بازه <math>[-1, 3]</math> است. (صفحه ۱۲۵)</p>	X	-1	0	3	f'	+	0	-	f	-7	0	-27	۱.۵
X	-1	0	3											
f'	+	0	-											
f	-7	0	-27											

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک																
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح																
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir																
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳																		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																
۱۵	$f'(x) = 3ax^2 + 6x(0/25) \rightarrow f''(x) = 6ax + 6(0/25)$ $x = \frac{1}{2} \rightarrow 3a + 6 = 0(0/25) \rightarrow a = -2(0/25)$ <p>(صفحه ۱۳۶)</p>	۱																
۱۶	$f(x) = \frac{2x-1}{x+1}, \quad D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \quad f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}, \quad x \neq -1$ <p>(۰/۲۵)</p> $f''(x) = \frac{-6}{(x+1)^3}, \quad x \neq -1$ <p>(۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2 \quad y = 2 \text{ مجانب افقی (۰/۲۵)}$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$ <p>(۰/۲۵) <math>x = -1</math> مجانب قائم</p> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td><math>+</math></td><td></td><td><math>+</math></td></tr><tr><td><math>f''(x)</math></td><td><math>\cup</math></td><td></td><td><math>\cap</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>\nearrow</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>\searrow</math></td></tr></table> <p>(۰/۵)</p>  <p>(۰/۵)</p> <p>(صفحه ۱۴۱)</p>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$	$f'(x)$	$+$		$+$	$f''(x)$	$\cup$		$\cap$	$f(x)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	۲
$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$															
$f'(x)$	$+$		$+$															
$f''(x)$	$\cup$		$\cap$															
$f(x)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$															