

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	نمره
------	---	------

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) نقطه $(-۸, ۶)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-۸, ۱۲)$ روی نمودار $y = \frac{1}{۲}f(x)$ متناظر است. ب) نمودار تابع $y = -(x-۳)^۳$ را می توان با ۳ واحد انتقال نمودار $y = -x^۳$ به سمت راست رسم کرد. پ) تابع $f(x) = x^۲ - ۴x$ روی بازه $[۲, +\infty)$ اکیداً صعودی است. ت) اگر $f'(۱) = ۲$ و $g'(۱) = -۳$ باشد، حاصل $(۳f + g)'(۱)$ برابر ۹ است.	۱
۱/۲۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر مقدار $a$ برابر ..... باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است. ب) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = ۳\sin ۲x$ به ترتیب برابر ..... و ..... است. پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{۲}} \left( \frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر ..... است. ت) اگر تابع $f$ در $x = a$ پیوسته .....، آنگاه $f$ در $x = a$ مشتق پذیر نیست.	۲
۱/۵	در چند جمله ای $P(x) = x^۳ + ax^۲ + b$ مقادیر $a$ و $b$ را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + ۲$ برابر $-۱$ و $P(x)$ بر $x - ۱$ بخش پذیر باشد.	۳
۱	عبارت $\frac{x^۵ + 1}{x + 1}$ را ساده کنید.	۴
۱	نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. ( $b > 0$ ) 	۵
۱/۵	معادله مثلثاتی $\cos ۲x - \cos x + 1 = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید.	۶
۱/۵	الف) اگر $\lim_{x \rightarrow ۳^+} \frac{ax - ۳}{(۲ - x)^۳} = +\infty$ باشد، حدود $a$ را تعیین کنید. ب) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{x - ۴x^۳}{x^۳ + ۵}$ را به دست آورید.	۷

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	نمره
------	---	------

۸	کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{2[x]}{4-x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ دلیل خود را بنویسید.	۱/۲۵
۹	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه ای به طول $x = 0$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.	۱
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \sqrt{7x}(3x^2 + 2)$ ب) $g(x) = \cos^3(2x) - \frac{1}{x}$	۲/۲۵
۱۱	با توجه به نمودار تابع $f$ ، نمودار $f'$ را با ذکر دلیل مشخص کنید.	۰/۷۵
۱۲	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می شود؟	۱/۵
۱۳	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید.	۲/۲۵
۱۵	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، محل تقاطع مجانب های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.	۱
۲۰	جمع نمرات	« موفق و سربلند باشید. »

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دردی ماه سال ۱۴۰۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست ص ۱۰ (ب) درست ص ۱۴ (پ) درست ص ۱۷ (ت) نادرست ص ۱۰۱ هر کدام (۰/۲۵)	۱
۱/۲۵	الف) صفر (۰/۲۵) ص ۱۶ (ب) $\pi$ و ۳ (۰/۵) ص ۲۷ (پ) صفر (۰/۲۵) ص ۵۳ (ت) نباشد (۰/۲۵) ص ۸۶	۲
۱/۵	صفحه ۲۲ $\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 7 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3} \quad (0/5)$	۳
۱	صفحه ۲۰ $\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 \quad (0/25)$	۴
۱	صفحه ۳۴ $T = 2\pi \quad (0/25) \quad b = 1 \quad (0/25) \quad a = 3 \quad (0/25) \quad a + b = 4 \quad (0/25)$	۵
۱/۵	صفحه ۴۴ $\begin{cases} 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad (0/25) \quad \cos x(2\cos x - 1) = 0 \quad (0/25) \\ \cos x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \\ \cos x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \end{cases}$	۶
۱/۵	صفحه ۵۳ و ۶۹ $\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} &= \frac{2a - 3}{0^-} = +\infty \quad (0/25) \Rightarrow 2a - 3 < 0 \quad (0/25) \Rightarrow a < \frac{3}{2} \quad (0/25) \\ \text{ب) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - 4x^2}{x^2 + 5} &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^2}{x^2} = -4 \quad (0/5) \Rightarrow y = -4 \quad (0/25) \end{aligned}$	۷
۱/۲۵	صفحه ۵۷ $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4 - x} &= \frac{6}{0^+} = +\infty \quad (0/5) \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4 - x} &= \frac{8}{0^-} = -\infty \quad (0/5) \end{aligned}$ گزینه پ صحیح است. (۰/۲۵)	۸
۱	صفحه ۸۸ $f'(0) = m = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty \quad (0/5), A(0, 0) \quad (0/25)$ معادله مماس قائم: $x = 0 \quad (0/25)$	۹
۲/۲۵	صفحه ۹۷ $\begin{aligned} \text{الف) } f'(x) &= \frac{7}{2\sqrt{7x}}(3x^2 + 2) + \sqrt{7x}(6x) \quad (0/5) \\ \text{ب) } g'(x) &= 3(-2\sin 2x)(\cos^2 2x) - \left(-\frac{1}{x^2}\right) \quad (0/75) \end{aligned}$	۱۰

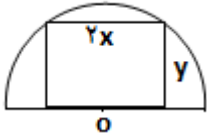
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دردی ماه سال ۱۴۰۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

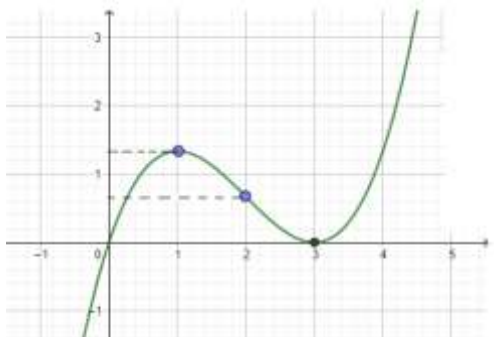
۰/۷۵	گزینه ت صحیح است. (۰/۲۵) مشتق سهمی، تابع خطی (غیر ثابت) است. (۰/۲۵) چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس $f'$ محور $X$ ها را در ناحیه $X < 0$ قطع می کند. (۰/۲۵)	۱۱
------	--	----

۱/۵	$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \quad (0/5) \quad \frac{10-0}{4-0} = \frac{5}{2} \quad (0/5)$ $\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1 \quad (0/25)$	۱۲
-----	---	----

۱/۲۵	$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2}) \quad (0/25)$ $S'(x) = \frac{22 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \quad (0/5) \quad x = \sqrt{8}, y = \sqrt{8}$ <p style="text-align: center;">طول <math>2\sqrt{8}</math>، عرض <math>\sqrt{8}</math> (۰/۵)</p>		۱۳
------	--	--	----

۲/۲۵	$f'(x) = x^2 - 4x + 3 \quad (0/25) \quad f''(x) = 2x - 4 \quad (0/25)$ <p>رسم نمودار (۰/۷۵) و جدول (۱) نمره</p>	۱۴
------	---	----

$x$	$-\infty$	$1$	$2$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	○	-	-	○	+
$f''(x)$	∩	∩	∪	∪	∪	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow \frac{4}{3}$	$\searrow \frac{2}{3}$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	
		Max نسبی	نقطه عطف	Min نسبی		



۱	$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c \quad (0/25) \quad (-1, 0) \Rightarrow \frac{-a + b}{-c + d} = 0 \Rightarrow a = b \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c \quad (0/25) \quad f(x) = \frac{x + 1}{x - 2} \quad (0/25)$	۱۵
---	--	----

۲۰	در نهایت نظر همکاران محترم صائب است.	صفحه ۱۴۴
----	--------------------------------------	----------