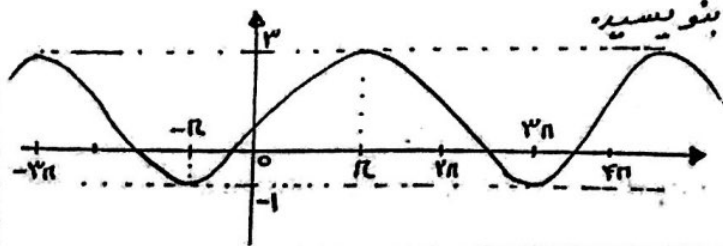


1	نمودار تابع $y = x^3 + 3x^2 + 3x$ را رسم کنید.	1/75
2	تابع $f(x)$ با ضابطه زیر تعریف شده است. الف) نمودار تابع f را رسم کنید. ب) درجه حاصله‌هایی این تابع صعودی و درجه $x \gg 1$ و $x < -2$ و $-2 < x < 1$ و این تابع ثابت می‌باشد؟ $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \gg 1 \\ x^2 & -2 < x < 1 \\ x+1 & x \leq -2 \end{cases}$	1/5
3	اگر $f = \{(2,1), (-3,-2), (4,3)\}$ و $g = \{(4,4), (-1,-3), (1,0)\}$ ، تابع $f \circ g$ را به دست آورید.	1/75
4	اگر $f(x) = \sqrt{4-3x}$ و $g(x) = \frac{2}{3x-2}$ مفروض باشند، بدون تشکیل ضابطه، دامنه‌ی تابع $f \circ g(x)$ را به دست آورید.	1
5	اگر $g \circ f(x) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ ، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را به دست آورید.	1
6	با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار تابع $y = 2f(2x) - 1$ را رسم کنید. (مراحل ترسیم را توضیح دهید.) 	1/5
7	با محدود کردن دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ ، یک تابع یک‌به‌یک بسازید.	1
8	ضابطه‌ی تابع وارون، تابع $y = -2 + \sqrt{2x-5}$ را به دست آورید.	1
9	با توجه به محورهای سینوس و تانژانت در بازه‌ی $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ مقادیر $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ را با هم مقایسه کنید.	1

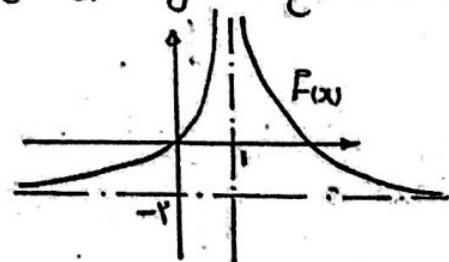
۱۰	ضایقه‌ی مربوط به نمودار زیر را بنویسید.	۱/۵
۱۱	مقدار $\cos 15^\circ$ را بیابید.	۱
۱۲	معادلات مشتاتی زیر را حل کنید و جوابهای این معادلات را در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ بیابید.	۳
۱۳	اگر چند جمله‌ای $F(x) = \alpha(x^3 + x^2 - 3x) + 2x - 5$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، α را بدست آورید.	۱
۱۴	حاصل حدود زیر را بدست آورید.	۳/۵
۱۵	نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است، حاصل حدود زیر را بیابید.	۰/۵



الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1 - 2x}{9 - x^2}$

پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1 + \sin x}{\cos x}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 - 5}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 - 5}$



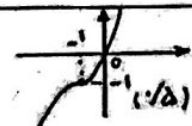
الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

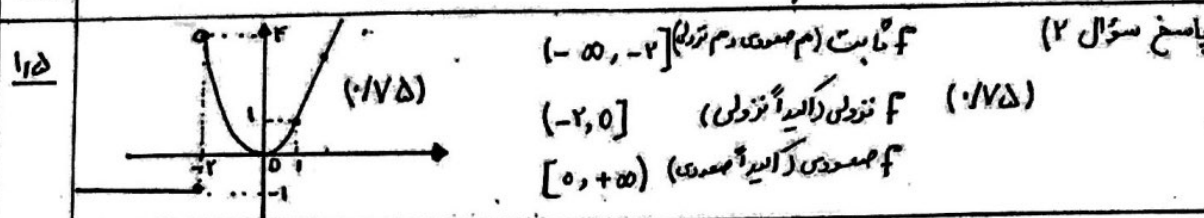
ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

صفر ۲

موفق باشید

نام واحد آموزشی: دبیرستان نمونه دولتی مکتب الاحرار
نام و نام خانوادگی: ...
پایه دوازدهم
سال تحصیلی: 1397-1398
تعداد برگ سوال: 1
تاریخ امتحان: 13 / 1 / 1397
ساعت امتحان: ...
وقت امتحان: ...
محل مهر یا امضای مدیر: ...

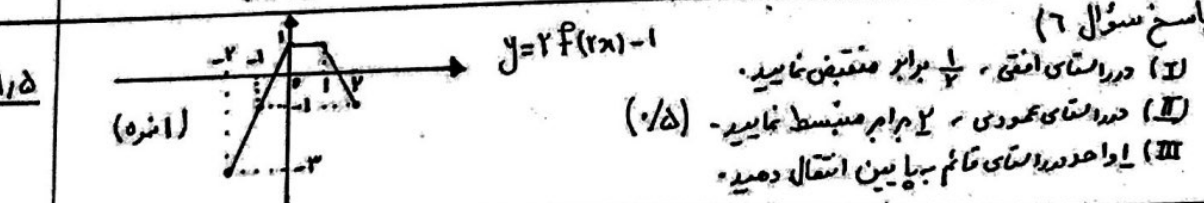
پاسخ سوال (1) $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 1 = (x+1)^3 - 1$ (0.75) 

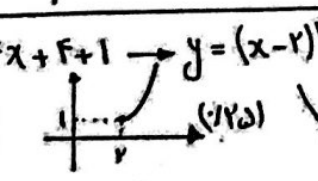
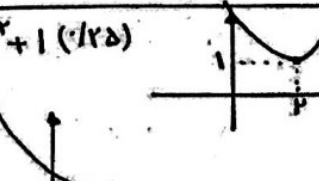


پاسخ سوال (3) $y = f(g(x)) = f(f) = 3$ $y = f(g(-1)) = f(-2) = -2$ (0.75)
 $y = f(g(1)) = f(0) = 0$ $Fog = \{(f, 3), (-1, -2)\}$

پاسخ سوال (4) $D_f = (-\infty, \frac{f}{3}]$ (0.75); $D_g = \mathbb{R} - \{\frac{f}{3}\}$ (0.75)
 $D_{fog} = \{x/x \in D_g : g(x) \in D_f\}$ (0.75) $\frac{f}{3x-2} \leq \frac{f}{3} \rightarrow (-\infty, \frac{f}{3}) \cup [\frac{f}{2}, +\infty)$
 $D_{fog} = (-\infty, \frac{f}{3}) \cup [\frac{f}{2}, +\infty)$ (0.75)

پاسخ سوال (5) $g(\frac{3x-f}{t}) = 3x^2 - 6x + 14$ $g(t) = 3(\frac{t+f}{3})^2 - 6(\frac{t+f}{3}) + 14 \rightarrow g(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{14}{3}$ (0.75)
 $3x-f=t \rightarrow x = \frac{t+f}{3}$ (0.75)



پاسخ سوال (7) $y = x^2 - 4x + 4 + 1 \rightarrow y = (x-2)^2 + 1$ (0.75)
 $x \in [2, +\infty)$ 
 $x \in (-\infty, 2]$ 

پاسخ سوال (8) $y_1 = y_2 \rightarrow -2 + \sqrt{2x_1 - 5} = -2 + \sqrt{2x_2 - 5} \Rightarrow x_1 = x_2$ تابع یک به یک (0.75)
 $y = -2 + \sqrt{2x - 5} \rightarrow \sqrt{2x - 5} = y + 2 \rightarrow x = \frac{1}{2}((y+2)^2 + 5) \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ (0.75)

صبح/عصر
دقیقه
13 / 1

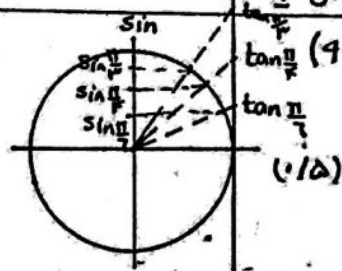
ساعت امتحان:
وقت امتحان:
تاریخ امتحان:

برگ

نام واحد آموزشی: دبیرستان نمونه دولتی مکتب الاحرار
پایه: دوازدهم
رشته: رشته های علوم تجربی
نام دبیر / دبیران:
تعداد برگ سوال:
سال تحصیلی: 1397-1398

شماره سند (شماره قلم):
نام و نام خانوادگی:
سوال امتحان درس: ریاضی

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$



پاسخ سوال 9
 $\tan \frac{\pi}{6}$
 $\tan \frac{\pi}{4}$
 $\tan \frac{\pi}{3}$

1/15

$$y = a \sin(bx) + c \quad \begin{aligned} \text{Max} &= |a| + c = 3 \quad \rightarrow \quad c = 1 \quad ; \quad |a| = 2 \\ \text{Min} &= -|a| + c = -1 \end{aligned}$$

$$T = 4\pi \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{4}$$

$$y = a \sin \frac{x}{4} + 1 \quad \left| \frac{\pi}{4} : 3 = a(1) + 1 \rightarrow a = 2 \right. \quad y = 2 \sin \frac{x}{4} + 1$$

1

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad \alpha = 15^\circ \rightarrow \cos 30^\circ = 2 \cos^2 15^\circ - 1 \quad \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

3

الف) $\sin x \cdot \cos x + \cos x = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$

جواب ها: $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \right\}$

ب) $3 + \cos^2 x = 2 + \sin^2 x \rightarrow \sin^2 x + \sin x - 2 = 0$
 $\sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $\sin x = -2$ غلط

1

$$x-2=0 \rightarrow x=2 \quad f(2)=0 \quad 7a-1=0 \rightarrow a=\frac{1}{7}$$

3/15

الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x+\sqrt{2x+3}} = \frac{x-\sqrt{2x+3}}{x+\sqrt{2x+3}} = \frac{(x+1)(x-1)(x-\sqrt{2x+3})}{(x+1)(x-3)(x-\sqrt{2x+3})} = 1$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-2x}{(3-x)(3+x)} = \frac{-5}{(0^+)(6)} = -\infty$

پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1+\sin x}{\cos x} = \frac{2}{0^+} = +\infty$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+4)}{(x-1)(x^2+5x+5)} = \frac{5}{11}$

1/15

پاسخ سوال 15: الف) $+\infty$ ب) (-2)