

پاسخ تشریحی سوالات کنکور ریاضی داخل ۹۹

سؤال ۱: اگر A و B دو مجموعه غیر تهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟
 (۱) $A' = A \cap B$ (۲) $A = B' \cap A$ (۳) $A \cap B' = \emptyset$ (۴) $B \cap A' = \emptyset$

پاسخ: گزینه ۴

$$A \subseteq B$$

گزینه ۱

$$B - A' = B \cap A = A \text{ درست است}$$

گزینه ۲

$$A - B' = B \cap A = A \text{ درست است}$$

گزینه ۳

$$A \cap B' = A - B = \emptyset \text{ درست است}$$

گزینه ۴

$$B \cap A' = B - A \neq \emptyset$$

سؤال ۲: مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه برابر است؟

(۱) $A \cup B'$ (۲) $A \cap B'$ (۳) A (۴) B'

پاسخ: گزینه ۳

$$(B' \cup A) - B = (B' \cup A) \cap B' = B'$$

$$(B \cap C)' = B' \cup C'$$

$$A - B = A \cap B'$$

$$\underbrace{(A - B)}_{A \cap B'} \cup \underbrace{((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))}_{B'} = (A \cap B') \cup B' = B'$$

سؤال ۳: باقیمانده تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x - 1$ و $2x + 1$ به ترتیب ۸ و ۵ است. باقیمانده تقسیم

$P(x)$ بر $x^2 - x - 1$ کدام است؟

(۱) $-x + 4$ (۲) $x + 3$ (۳) $2x + 6$ (۴) $2x - 3$

پاسخ: گزینه ۳

$$P(1) = 8 \quad P\left(-\frac{1}{2}\right) = 5$$

$$P(x) = (x - 1)(2x + 1) \Rightarrow P(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} P(1) = 8 \Rightarrow a + b = 8 \\ P\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 \Rightarrow -\frac{a}{2} + b = 5 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{از هم کم می کنیم}} \frac{3a}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{a = 2}, \boxed{b = 6}$$

$$\Rightarrow ax + b = 2x + 6$$

سؤال ۴: مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{2}x + 2$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

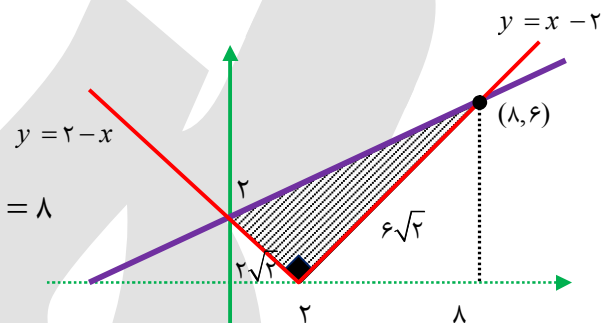
پاسخ: گزینه ۴

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 2 \\ y = x - 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x + 2 = x - 2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 8$$

$$S = \frac{2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = 12$$



سؤال ۵: اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = x + \sqrt{x}, \quad g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(20) = a$$

$$\begin{cases} 20 \xrightarrow{f^{-1}} b \xrightarrow{g^{-1}} a \\ a \xrightarrow{g} b \xrightarrow{f} 20 \end{cases}$$

$$f(b) = 20 \Rightarrow b + \sqrt{b} = 20 \Rightarrow b = 16$$

$$g(a) = 16 \Rightarrow \frac{9a+6}{1-a} = 16 \Rightarrow 9a+6 = 16-16a \Rightarrow 25a = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

سؤال ۶: قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به

سمت راست، انتقال می دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

$x = 2/5$ (۴)

$x = 2$ (۳)

$x = 1/5$ (۲)

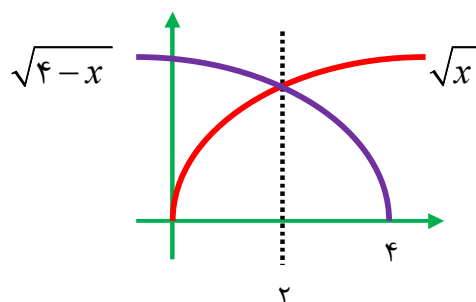
$x = 1$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

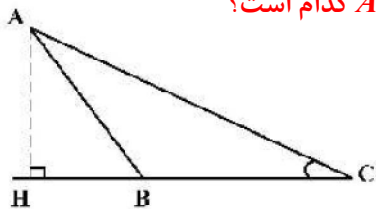
$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ها}} \sqrt{-x}$$

$$\xrightarrow{\text{چهار واحد به سمت راست}} \sqrt{-(x-4)} = \sqrt{4-x}$$

دو منحنی نسبت به $x = 2$ متقارن هستند.



سؤال ۷: در شکل زیر فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$ اندازه ارتفاع AH کدام است؟



(۱) ۳/۲۵

(۲) ۳/۵

(۳) ۳/۶

(۴) ۳/۷۵

پاسخ: گزینه ۴

$$\sin C = \frac{5}{13} \Rightarrow \cos C = \frac{12}{13}$$

$$\tan C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{5}{12}$$

$$\tan C = \frac{AH}{CH}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{AH}{9} \Rightarrow AH = 9 \times \frac{5}{12} = \frac{15}{4} = 3/75$$

سؤال ۸: اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد مقدار $\cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right)$ کدام است؟

است؟

(۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

پاسخ: گزینه ۳

 α در ناحیه ۲ و

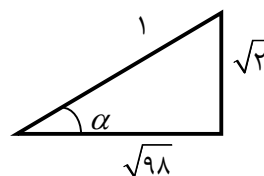
$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{98}}{10}$$

$$\cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{12\pi - \pi}{4} + \alpha\right)$$

$$= \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$= \cos \frac{3\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{3\pi}{4} \sin \alpha \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{-\sqrt{98}}{10} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{196}}{20} - \frac{2}{20} = \frac{14}{20} - \frac{2}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$



سؤال ۹: مجموع جواب های معادله مثلثاتی $\tan(3x) \tan(x) = 1$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟

(۴) $\frac{11\pi}{2}$ (۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۲) 6π (۱) 5π

پاسخ: گزینه ۲

$$\tan(3x) \tan(x) = 1 \Rightarrow \tan 3x = \frac{1}{\tan x} = \cot x \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

$$x \in [\pi, 2\pi] \rightarrow x = \frac{4\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, \frac{6\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, \frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

مجموع جواب ها = 6π

سؤال ۱۰: اعداد طبیعی را طوری دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره آن دسته باشد

یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$ مجموع اعداد واقع در دسته بیستم کدام است؟

۳۹۸۰ (۴)

۴۰۱۰ (۳)

۴۰۲۰ (۲)

۴۱۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$

در پایان دسته اول یک عدد در پایان دسته دوم $1+2$ عدد در پایان دسته سوم $1+2+3$ عدد

در پایان دسته ۱۹

$$1+2+3+\dots+19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$$

عدد کنار می رود پس دسته ۲۰ با عدد ۱۹ شروع می شود و به عدد $210 = 191 + 20 - 1$ ختم می شود.

$$\frac{20}{2} (191 + 210) = 10(401) = 4010$$

سؤال ۱۱: مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر مورد نظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{1}{10}$ جرم باقیمانده

را از دست بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر، باقی می ماند؟ ($\log 3 = 0.48$)

۲۴۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مقدار اولیه ۲۴ گرم است. بعد از گذشت یک ماه $\frac{1}{10}$ جرم خود را از دست می دهد پس مقدار جرم باقیمانده:

$$24 - \frac{1}{10} \times 24 = 24 \left(1 - \frac{1}{10}\right) = 24 \times \left(\frac{9}{10}\right)$$

پس بعد از گذشت h ماه مقدار زیر باقی می ماند:

$$24 \left(1 - \frac{1}{10}\right)^n = 24 \times \left(\frac{9}{10}\right)^n \Rightarrow 24 \times \left(\frac{9}{10}\right)^n = 8 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^n = \frac{1}{3} \Rightarrow n = \log_{\frac{9}{10}} \frac{1}{3}$$

$$= \frac{\log \frac{1}{3}}{\log \frac{9}{10}} = \frac{-\log 3}{\log 9 - \log 10} = \frac{-\log 3}{2 \log 3 - 1} \xrightarrow{\log 3 = 0/48} \frac{-0/48}{0/96 - 1}$$

$$\frac{-0/48}{-0/04} = 12 \text{ ماه} \Rightarrow n = 12 \text{ ماه}$$

$$12 \times 30 = 360 \text{ روز}$$

سؤال ۱۲: فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ کدام است؟

۱ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) -1

پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1}}{2^{2n+1}} = 1$$

سؤال ۱۳: حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x} + 1}$ کدام است؟

۱ (۱) $-1/5$ (۲) $-1/2$ (۳) $-0/8$ (۴) $-0/6$

پاسخ: گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x} + 1} \stackrel{0}{=} \frac{0}{0} \stackrel{HOP}{\Rightarrow} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{7}{2\sqrt{x}}}{2 - \frac{3}{2\sqrt{3x} + 1}} = \frac{2 - \frac{7}{2}}{2 - \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{-6}{5} = -1/2$$

سؤال ۱۴: فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

۱ (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -1 (۳) 1 (۴) $\frac{5}{2}$

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases} = \begin{cases} (x-1)[x] & ; -1 < x-1 < 1 \\ x^2 + ax + b & ; x-1 \geq 1 \cup x-1 \leq -1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} (x-1)[x] & ; 0 < x < 2 \\ x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \cup x \leq 0 \end{cases}$$

برای اینکه تابع همواره پیوسته باشد باید در ۰, ۲ پیوسته باشد.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 + 2a + b \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = (2-1)[2^-] = 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{4 + 2a + b = 1}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = (0-1)[0^+] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 + 0 + b = b \end{cases} \Rightarrow \boxed{b = 0}$$

$$4 + 2a + 0 = 1 \Rightarrow \boxed{a = -\frac{3}{2}}$$

سؤال ۱۵: نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$ دارای خط های جانب $x = -2, y = -1$ و $x = 1$ است.

$f(-1)$ کدام است؟

$-1/5$ (۴)

$1/25$ (۳)

$1/5$ (۲)

$1/25$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$$

میانب افقی تابع $y = -1$ است پس:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c} \sim \frac{-2x^2}{ax^2} = \frac{-2}{a} = -1 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{2x^2 + bx + c}$$

$x = 1, x = -2$ میانب قائم است یعنی $x = 1, x = -2$ ریشه های مفرج هستند.

$$S = -2 + 1 = -1 = \frac{-b}{2} \Rightarrow b = 2$$

$$P = -2 \times 1 = -2 \Rightarrow \frac{c}{2} \Rightarrow c = -4$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{2x^2 + 2x - 4} \Rightarrow f(-1) = \frac{-2 - 3}{2 - 2 - 4} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4} = 1/25$$

سؤال ۱۶: اگر f یک تابع مشتق پذیر $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$ و $g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد مقدار $f'(2)$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$$

$$g(x) = f\left(\frac{1}{|\cos x|}\right)$$

در حوالی $x = \frac{\pi}{3}$ ، $\cos x$ مثبت است پس:

$$g'(x) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right) \Rightarrow g'(x) = \frac{+\sin x}{\cos^2 x} f'\left(\frac{1}{\cos x}\right) \xrightarrow{x = \frac{\pi}{3}} g'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos^2 \frac{\pi}{3}} f'\left(\frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}}\right)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{4}} f'(2) \Rightarrow 1 = 4f'(2) \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{4}$$

سؤال ۱۷: آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ برابر آهنگ تغییر لحظه ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

$2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$ (۴)

$2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۳)

$3 + 2\sqrt{2}$ (۲)

$4 + \sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$$

آهنگ متوسط در بازه $[5, 6]$

$$= \frac{f(6) - f(5)}{6 - 5} = \frac{\sqrt{21 - 36} + 24 - \sqrt{21 - 25} + 20}{1} = \frac{\sqrt{9} + \sqrt{16}}{1} = \frac{3 + 4}{1} = 7$$

آهنگ لحظه ای یعنی مشتق

$$y' = \frac{-2x + 4}{2\sqrt{21 - x^2} + 4x} = -1 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{21 - x^2} + 4x \xrightarrow{x \geq 1} 2 \text{ به توان } 2$$

$$(x-2)^2 = 21 - x^2 + 4x$$

$$(x-2)^2 = 25 - 4 - x^2 + 4x = 25 - (x-2)^2 \Rightarrow 2(x-2)^2 = 25 \Rightarrow (x-2)^2 = \frac{25}{2}$$

$$x-2 = \pm \frac{5}{\sqrt{2}} \xrightarrow{x \geq 2} x = 2 + \frac{5}{\sqrt{2}} = 2 + \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

سؤال ۱۸: خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x=4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می کند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$$

$$f(4) = \frac{16}{\sqrt{4}} = \frac{16}{2} = 8 \Rightarrow f'(x) = \frac{5\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(5x-4)}{x}$$

$$f'(4) = \frac{5\sqrt{4} - \frac{1}{2\sqrt{4}}(16)}{4} = \frac{5 \times 2 - \frac{1}{4}(16)}{4} = \frac{10 - 4}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\text{معادله خط مماس: } y-8 = \frac{3}{2}(x-4) \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ } x=0} y-8 = \frac{3}{2}(-4) \Rightarrow y-8 = -6 \Rightarrow y = 2$$

سؤال ۱۹: اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه های معادله $0 = -1 + 3x - 2x^2$ باشند $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

-۱ (۴)

-۳ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲)

۱ (۱)

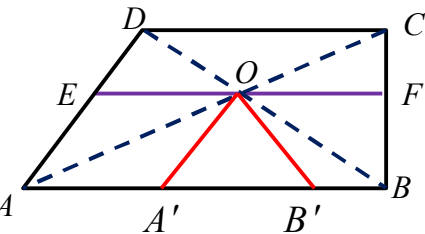
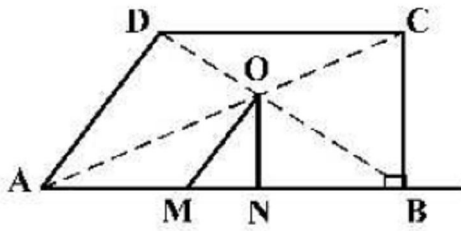
پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} S = \tan \alpha + \tan \beta = -\frac{3}{2} \\ P = \tan \alpha \cdot \tan \beta = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \Rightarrow \frac{-\frac{3}{2}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -1$$

سؤال ۲۰: مطابق شکل زیر از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم الزویه $ABCD$ ($\hat{B} = 90^\circ$) پاره خط های OM و

ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ کوچکتر از ۱

۴ بزرگتر از ۱ کوچکتر از ۲

پاسخ: گزینه ۱

❖ راه اول) چهارضلعی $OEAA'$ متوازی الاضلاع است پس: $OE = AA'$

چهارضلعی $OFBB'$ متوازی الاضلاع است پس $OF = BB'$

چون $OE = OF$ پس $AA' = BB'$

❖ راه دوم)

$$OA' \parallel AD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AA'}{AB} = \frac{OD}{BD} \quad (1)$$

$$OB' \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BB'}{AB} = \frac{OC}{AC} \quad (2)$$

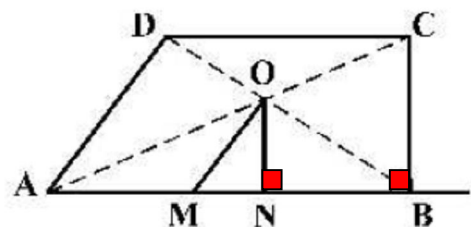
$$CD \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} \quad \begin{matrix} \text{ترکیب صورت} \\ \text{در مخرج} \end{matrix}$$

$$\frac{OC}{AC} = \frac{OD}{BD} \quad (3)$$

$$(1) \text{ تقسیم بر } (2) \rightarrow \frac{AA'}{BB'} = \frac{OD}{BD} \times \frac{AC}{OC} = 1$$

طبق اثبات $AM = BN$

$$\Rightarrow \frac{AM}{BN} = 1 \quad \text{گزینه درست است ۱}$$



سؤال ۲۱: اندازه قاعده های دوزنقه ای ۵ و ۹ واحد است. پاره خطی موازی قاعده های دوزنقه چنان رسم می کنیم که

دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره خط، کدام است؟

۴ $\sqrt{57}$

۳ $4\sqrt{3}$

۲ $\sqrt{53}$

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ساق های AD و BC را امتداد می دهیم تا یکدیگر را در O قطع کنند: $S_{DCNM} = S_{MNBA}$

$$\frac{S'}{S+S'} = \left(\frac{CD}{MN}\right)^2 = \frac{a^2}{x^2}$$

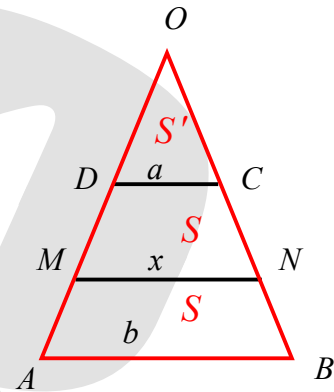
$$\frac{S+S'}{S'+2S} = \left(\frac{MN}{AB}\right)^2 = \frac{x^2}{b^2} \Rightarrow \frac{S'+2S}{S+S'} = \frac{b^2}{x^2}$$

$$\rightarrow \frac{S'}{S+S'} + \frac{S'+2S}{S+S'} = \frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{x^2}$$

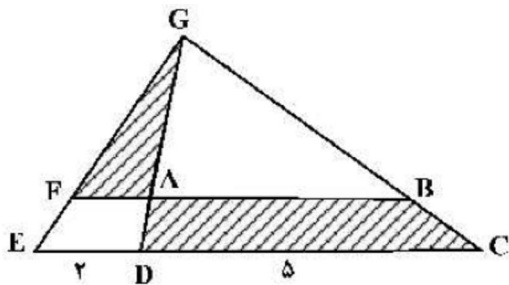
$$\Rightarrow \frac{2(S'+S)}{S+S'} = \frac{a^2+b^2}{x^2} \Rightarrow 2 = \frac{a^2+b^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow x^2 = \frac{a^2+b^2}{2} \quad \begin{matrix} a=5 \\ b=9 \end{matrix} \rightarrow x^2 = \frac{5^2+9^2}{2} = \frac{25+81}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{106}{2} = 53 \Rightarrow x = \sqrt{53}$$

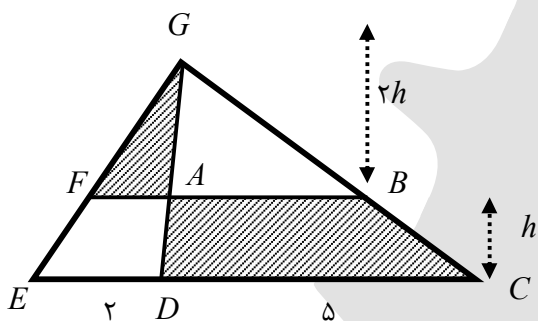


سؤال ۲۲: در شکل زیر $BG = 3DA$ و اندازه پاره خط های DE و DC به ترتیب ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG ، چند درصد مساحت ذوزنقه $ABCD$ است؟



- ۴۰ (۱)
- ۳۶ (۲)
- ۳۲ (۳)
- ۲۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳



$$\frac{DG}{AD} = 3 \Rightarrow \frac{GA}{AD} = 2$$

پس ارتفاع مثلث AFG ، دو برابر ارتفاع ذوزنقه $ABCD$ است.

$$\begin{cases} \frac{AF}{ED} = \frac{AG}{AD} \Rightarrow \frac{AF}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow AF = \frac{4}{3} \\ \frac{AB}{DC} = \frac{AG}{AD} \Rightarrow \frac{AB}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow AB = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$\frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 2h}{\frac{1}{2} \times \left(\frac{10}{3} + 5\right) \times h} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{25}{3}} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 16\%$$

سؤال ۲۳: به تصادف یک عدد طبیعی دو رقمی انتخاب می شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{8}{15}$

پاسخ: گزینه ۳

A = مضرب ۳

B = مضرب ۵

$$n(A) = \frac{90}{3} = 30$$

$$n(B) = \frac{90}{5} = 18$$

$$n(A \cap B) = \frac{90}{15} = 6$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 18 - 6 = 42$$

$$P(A \cup B) = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

سؤال ۲۴: دو پیشامد از یک فضای نمونه ای هستند. اگر $P(A) = 0/4$ و

$P(B|A) = 0/25$ و $P(B) = 0/3$ باشد $P(B|A')$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

پاسخ: گزینه ۲

$$P(A) = 0/4$$

$$P(B|A) = 0/25$$

$$P(B) = 0/3$$

$$P(B|A) = 0/25 = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{0/4} \Rightarrow P(A \cap B) = 0/1$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0/3 - 0/1}{1 - 0/4} = \frac{0/2}{0/6} = \frac{1}{3}$$

با تشکر از

استاد محمد طاهر شعاعی

و

استاد فاطمه سرائی